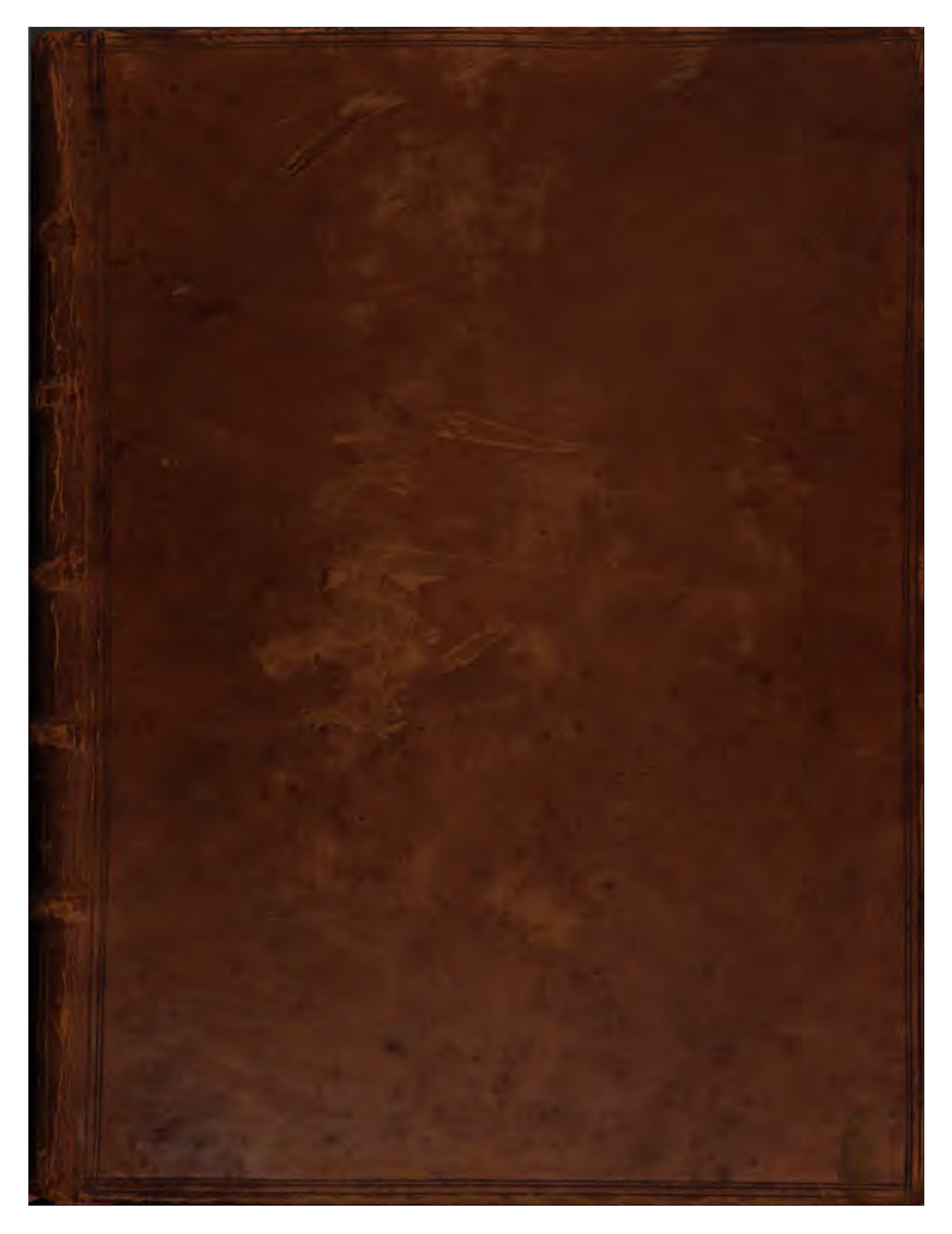
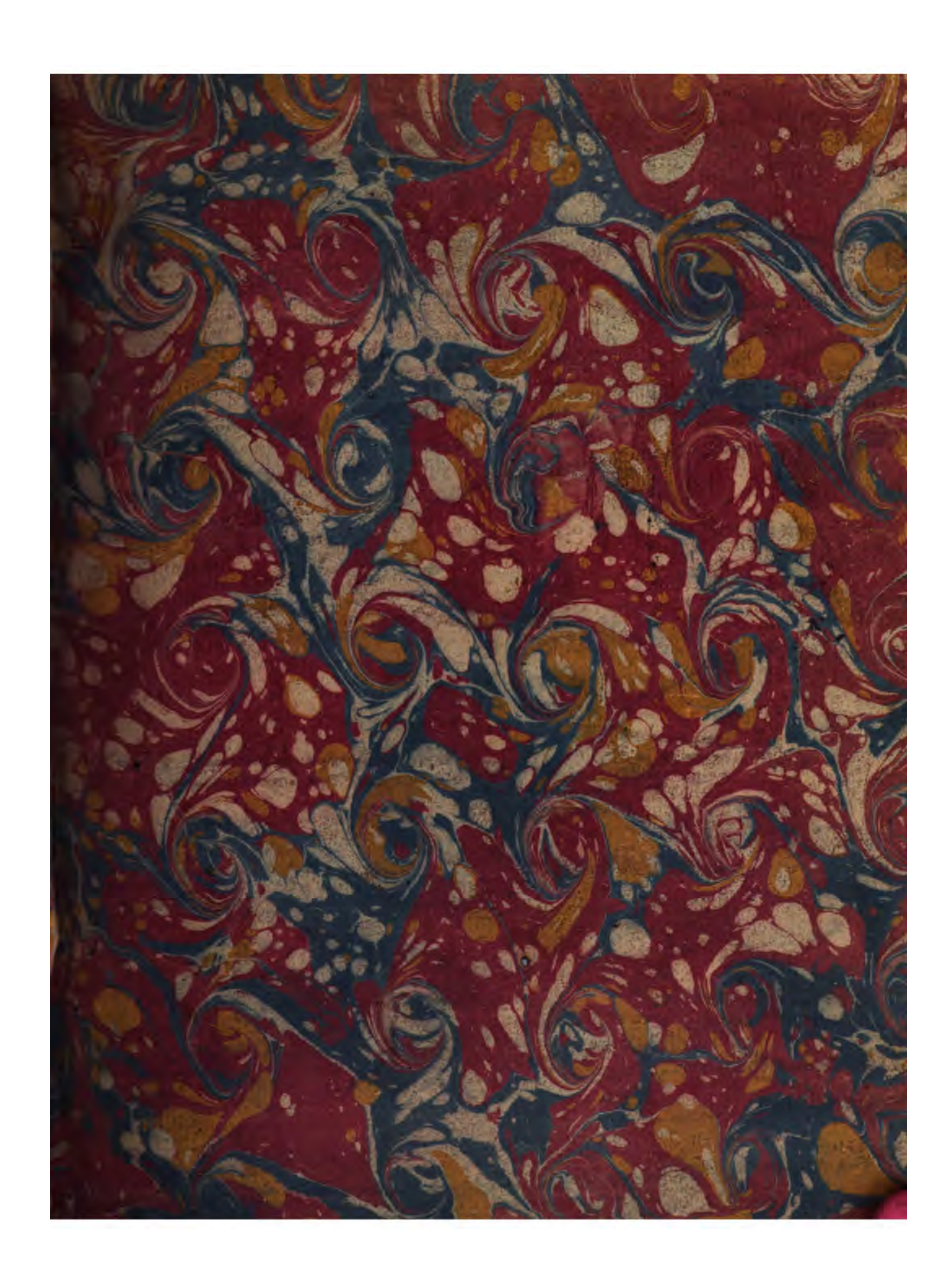
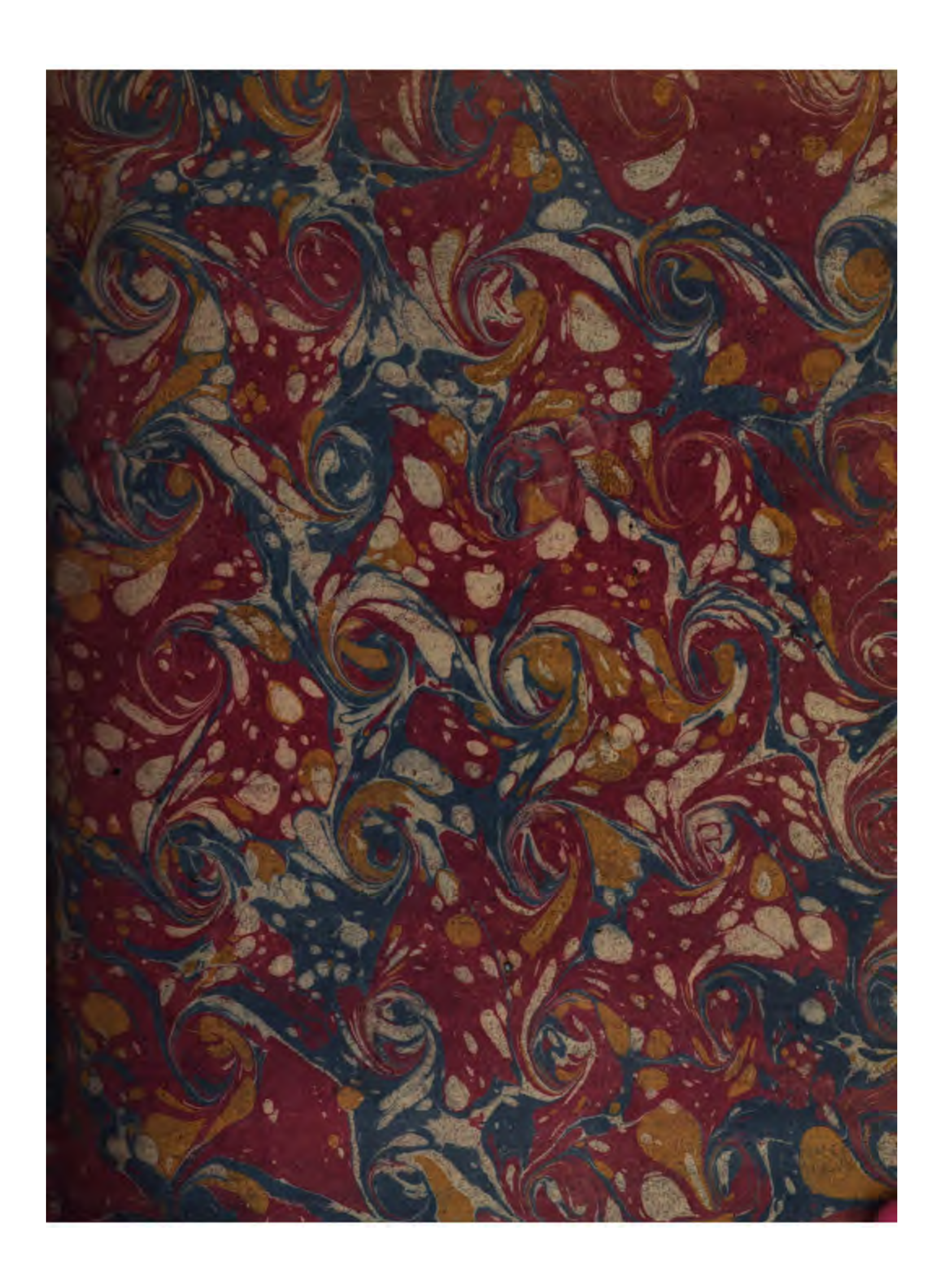












Ant' Coypel pinxit. *Jean Baptiste Massé Sculpsit.*

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXIII.

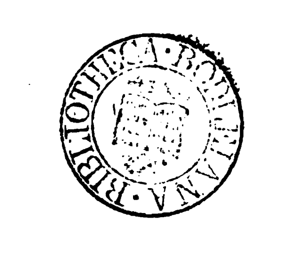
Avec les Memoires de Mathematique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Regîstres de cette Academie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXVI.



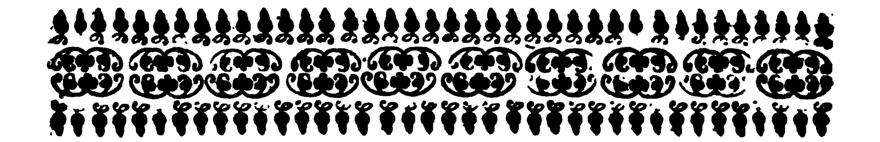


TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

¶ ij

TABLE.

BOTANIQUE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

ACOUSTIQUE.

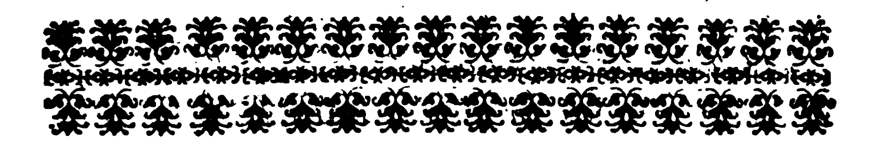


TABLE POUR LES MEMOIRES.

TABLE.



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXIII.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR LE FLUX ET LE REFLUX DE LA MER.

N a continué à Breſt en 1712. & en 1713. les Obſervations ſur le Flux & le Reflux. Elles ont confirmé les connoiſſances qu'on avoit déja acquiſes *, & en ont produit de nouvelles. V. les M. p. 14. & 267.

* Voyez l'Hiſt. de 1710.

Le mouvement qui fait les Marées eſt encore plus lié à

p. 4. & suiv. & celle de 1712. p. 1. & suiv.

la Lune qu'on ne penſoit. Et voici les nouveaux Phénoménes qui le prouvent.

Quand la Lune eſt dans l'Equateur, les Marées ſont plus grandes, ou la Haute Mer plus haute ; & cet effet diminuë à meſure que la Lune s'éloigne de l'Equateur. On entend aſſés que tout le reſte doit être ſuppoſé égal.

M. Caſſini, qui de toutes les Obſervations envoyées à l'Academie tire les conſequences ou pluſtôt les principes qui en reſultent, remarque que la préciſion ſur cet article doit être pouſſée juſqu'à y faire entrer la latitude de la Lune. La déclinaiſon d'un Aſtre eſt ſa diſtance à l'Equateur, & la latitude ſa diſtance à l'Ecliptique. La Lune peut avoir juſqu'à 5°. 20′. de latitude, & la plus grande déclinaiſon de l'Ecliptique eſt de 23°. 30′. d'où il ſuit que l'Orbite de la Lune dans ſa plus grande déclinaiſon peut én avoir 5°. 20′. de plus ou de moins que l'Ecliptique, & être de cette quantité plus ou moins éloignée de l'Equateur, & les Marées en ſeront plus ou moins hautes. Par-là il faut juger de tous les degrés moyens, & par conſequent tenir compte de la latitude de la Lune, qui entre dans ſa diſtance à l'Equateur.

On pourroit croire que quand la Lune eſt dans l'Equateur elle agit par ce grand Cercle ſur la ſurface de la Mer, & par conſequent y cauſe une plus grande preſſion, que quand elle eſt dans tous les autres Cercles paralleles à l'Equateur, qui ne ſont que de petits Cercles, & qui vont toûjours en diminuant. Cette idée aſſés vraiſemblable peut avoir cependant quelque difficulté. Les Phénoménes du Flux & du Reflux demandent neceſſairement que quand la Lune preſſe un endroit quelconque du Globe terreſtre, la preſſion ou le contre coup de la preſſion ſoit le même dans l'endroit diametralement oppoſé. Or ſi la Lune en quelque ſituation qu'elle ſoit agit toûjours à la fois ſur deux endroits du Globe diametralement oppoſés, elle agit toûjours par un grand Cercle. Malgré cela, il ſemble toûjours qu'elle doit agir differemment lorſqu'elle eſt dans un grand

Cercle ou dans un petit, & que de ce qu'elle sera dans un petit, & agira par un grand, il doit résulter quelque action moyenne. Mais il ne faut pas prétendre encore à établir un sistême, & c'est bien assés que de s'assurer des faits.

La Lune a donc moins d'action sur la surface du Globe quand elle est hors de l'Equateur, mais alors il est bien naturel que cette moindre action soit inégalement partagée entre les deux Hemisphères du Globe, l'un Boreal & l'autre Austral, & que si la Lune est, par exemple, dans le Boreal elle y agisse plus fortement que sur l'autre, ou au contraire. Supposons qu'elle soit dans le premier degré de Cancer, & qu'il s'agisse des Marées de Brest. La Lune fera une plus grande impression sur Brest que sur le lieu qui est sous le même demi-Meriden que Brest, & de l'autre côté de l'Equateur à égale distance. Donc la Marée du même jour & de la même heure sera plus grande à Brest qu'en ce lieu-là, quoique tout soit parfaitement égal de part & d'autre, à cela prés que l'un de ces deux lieux est dans l'Hemisphere Boreal, & l'autre dans l'Austral.

Mais comme il faut que la Lune, selon ce que nous *venons de dire, agisse également en même temps sur* deux endroits du Globe diametralement opposés, le lieu antipode de Brest a en même temps que Brest une Marée égale, & ce lieu étant dans l'Hemisphere Austral, il y a dans cet Hemisphere deux lieux situés sous le même parallele, & sous le même Meridien dont l'un antipode de Brest a une Marée égale à celle de Brest, & l'autre une Marée moindre. Et par la même raison il y a dans l'Hemisphere Boreal un quatriéme lieu situé sous le même parallele que Brest, & sous le même Meridien, qui a en même temps que Brest une moindre Marée.

De-là il suit que Brest, & par consequent tout autre lieu situé hors de l'Equateur, doit avoir en un même jour deux Marées inégales; car le mouvement diurne de la Lune se faisant toûjours par des Cercles paralleles à l'Equateur, si

Brest est dans un certain temps le lieu où se fait une grande Marée par les raisons qui viennent d'être expliquées, il sera necessairement 12. heures aprés le lieu où se fera une moindre Marée.

Il est bien aisé de voir que la grande Marée de Brest arrivera quand la Lune passera par le Meridien de Brest, c'est-à-dire, dans le sujet que nous traitons presentement, par le Meridien d'où dépendent les Marées de Brest, & que la petite Marée arrivera 12. heures aprés, & que par consequent si l'une a été celle du matin, l'autre sera celle du soir.

Par le principe general du Flux & du Reflux, les Marées vont en diminuant des Nouvelles ou Pleines Lunes aux Quadratures, & en augmentant des Quadratures aux Nouvelles ou Pleines Lunes. Par consequent d'une Nouvelle Lune au premier quartier chaque Marée du matin doit être plus grande que la suivante du soir, & du premier quartier à la Pleine Lune chaque Marée du matin doit être moindre que celle du soir, car il faut que chaque Marée soit plus forte ou plus foible que la suivante selon qu'elles vont à un terme par rapport auquel elles augmentent ou diminüent de force. Par ce principe general les deux Marées d'un même jour sont donc toûjours inégales.

Elles le sont aussi par le principe particulier que nous venons d'expliquer, & qui consiste dans la distance de la Lune à l'Equateur. Il est visible que ces deux principes peuvent se combiner differemment, concourir au même effet ou se combattre. Et même il paroît par les Observations que le principe particulier peut l'emporter sur le general, c'est-à-dire, que d'une Nouvelle Lune, par exemple, à la Quadrature la Marée du matin qui devoit naturellement être plus grande à Brest que celle du soir, sera cependant plus petite, parce que la Lune aura passé à Midi par le Meridien de Brest, & par là aura rendu plus forte la Marée du soir. Or afin que la distance de la Lune à l'Equateur ait beaucoup d'effet, il faut qu'elle soit conside-

rable, & c'est pour cela que nous avons supposé la Lune dans le premier degré de Cancer, & afin que la Lune étant Nouvelle ou peu éloignée de la Conjonction, passe à midi par le Meridien de Brest, il faut que son lieu dans le Zodiaque soit le même que celui du Soleil ou peu éloigné, & par consequent le cas que nous considerons ici doit arriver vers le Solstice d'Été.

Si la Lune étoit Nouvelle & dans le premier degré du Capricorne, ce qui ne peut arriver qu'au Solstice d'Hiver, elle passeroit à Midi par le Meridien de Brest, & la Marée du soir qu'elle y causeroit par ce passage seroit plus petite que celle qui viendroit 12. heures aprés, ou le matin suivant, parce que la Lune seroit dans l'Hemisphere Austral. Donc vers le Solstice d'Hiver les Marées du soir dans les Nouvelles Lunes sont plus petites que celles du matin, & alors le principe particulier s'accorde avec le general.

Afin de rendre les idées plus simples & le discours plus concis, nous prenons ici les Nouvelles ou Pleines Lunes & les Quadratures pour les points fixes des plus grandes ou plus petites Marées, mais il faut entendre, selon qu'il a été dit ailleurs, qu'elles n'arrivent que deux ou trois jours plus tard.

De ce qui vient d'être expliqué on déduira sans peine le cas où la Lune seroit dans l'un ou l'autre Tropique vers le temps des Equinoxes. On l'a toûjours supposée dans un Tropique, afin que l'effet de ce principe particulier fût plus grand. Il est clair qu'il diminüera dans toutes les situations moyennes de la Lune, & enfin sera nul lors qu'elle sera dans l'Equateur.

Voilà tout ce qu'on a observé jusqu'à present des rapports du Flux & du Reflux à la Lune, rapports plus exacts, & pour ainsi dire, plus intimes qu'on ne croyoit. M. Cassini conjecture que les Marées en ont aussi au Soleil. On les trouve par les Observations presentes plus grandes vers les Equinoxes que vers les Solstices, tout le reste étant égal, & plus grandes quand le Soleil est dans son Perigée, ce qui

arrive presentement vers le Solstice d'Hiver, que quand il est dans son Apogée. Mais peut-être ne faut-il pas se presser de lui donner part dans ces phénomenes, la Lune paroît trop y dominer, & si le Soleil y contribuoit, il faudroit changer tout le sistême de la pression de la Lune pour trouver quelque espece d'action qui pût être commune aux deux Astres.

SUR LA HAUTEUR DE L'ATMOSPHERE.

V. les M. p. 54.
SI les condensations des parties d'air differemment élevées avoient un rapport réglé & connu aux differents poids dont elles sont chargées, ou, ce qui est la même chose, aux differentes hauteurs de l'air superieur, les experiences du Barometre faites au bas & au haut des Montagnes, donneroient sûrement la hauteur de l'Air, ou de l'Atmosphere. Mais tout ce qu'on peut découvrir du rapport des condensations de l'air aux poids, est renfermé dans des observations faites fort prés du globe de la Terre, & qui ne tirent guere à consequence pour l'air pris à des hauteurs beaucoup plus grandes. On a pû voir dans plusieurs des Histoires précedentes combien jusqu'ici toute cette matiere est remplie d'incertitude.

M. de la Hire a pris une voye plus simple & plus sûre pour découvrir la hauteur de l'Atmosphere. C'est une idée de Kepler, & qui est fort naturelle, mais Kepler lui-même l'a abandonnée pour la plus grande partie, & M. de la Hire non seulement la reprend, mais il la rectifie, & la pousse à sa derniere précision.

Il est établi chés tous les Astronomes que quand le Soleil est à 18. degrés au-dessous de l'horison on commence ou l'on cesse de voir la premiere ou la derniere lueur du

Crepuscule. Le rayon par lequel on la voit ne peut être qu'une ligne horisontale, Tangente de la Terre au point où est l'Observateur. Ce rayon ne peut pas venir directement du Soleil, qui est sous l'horison, c'est donc un rayon reflechi à nôtre oeil par la derniere surface interieure & concave de l'Atmosphere. Il faut imaginer que du Soleil qui est à 18°. sous l'horison part un rayon Tangent de la Terre qui va frapper cette derniere surface de l'Atmosphere, & de-là se reflechit vers nôtre oeil, étant encore Tangent de la Terre ou horisontal. S'il n'y avoit point d'Atmosphere il n'y auroit point de Crepuscule, & par consequent si l'Atmosphere étoit moins élevée qu'elle n'est, le Crepuscule commenceroit plus tard ou finiroit plustôt, ou ce qui est la même chose, il commenceroit ou finiroit quand le Soleil seroit plus proche de l'horison que de 18°. & au contraire. On voit donc que la grandeur de l'arc dont le Soleil est abaissé quand le Crepuscule commence ou finit, détermine la hauteur de l'Atmosphere.

Cet arc, quoique posé de 18°. doit être pris un peu moindre. La refraction éleve tous les Astres de 32'. & par consequent le rayon direct qui étant reflechi a fait le Crepuscule, a été élevé de 32'. & a touché un arc du Globe Terrestre, qui depuis ce point d'attouchement jusqu'au point où est l'Observateur a ces 32'. de moins que 18°. ou n'est que de 17°. 28'. De plus, les premiers rayons qui font voir le Crepuscule partent du bord superieur du Soleil, & ce bord est éloigné de 16'. du centre que l'on suppose à 18°. sous l'horison. L'arc qui déterminera la hauteur de l'Atmosphere n'est donc plus que de 17°. 12'.

Les deux rayons, l'un direct & l'autre reflechi qui touchent tous deux la Terre concourent necessairement dans l'Atmosphere au point de reflexion, & comprennent entre eux un arc de 17°. 12'. dont ils sont Tangents. De-là il suit par la nature du Cercle qu'une ligne tirée du centre de la Terre, & qui coupera cet arc en deux, ira au point de concours de ces deux rayons, & comme il est trés ai-

ſé de trouver l'excés de cette ligne ſur le demi-diametre de la Terre qui eſt connu, il eſt trés aiſé d'avoir dans l'hipothese preſente la hauteur de l'Atmoſphere qui n'eſt que cet excés. M. de la Hire trouve qu'il eſt de 37223. Toiſes, ou de prés de 17. lieuës, en prenant 2200. Toiſes pour une lieuë. C'eſt cette methode dont Kepler s'eſt ſervi, mais comme elle lui donnoit la hauteur de l'Atmoſphere 20. fois plus grande qu'il ne le croyoit d'ailleurs, il a employé divers moyens, mais peu heureux, pour la diminüer.

J'ai dit que 17. lieuës ſeroient la hauteur de l'Atmoſphere *dans l'hipotheſe preſente.* Cette hipotheſe eſt que les deux rayons, le direct & le reflechi ſoient deux lignes droites, mais elle n'eſt pas vraye, ce ſont deux Courbes formées par la refraction perpetuelle que cauſe à un rayon la denſité de l'Atmoſphere toûjours inégale & toûjours décroiſſante depuis la ſurface de la Terre. C'eſt ce qui a été expliqué plus au long d'aprés M. de la Hire dans l'Hiſtoire de 1702 *. Les deux rayons qui étoient lignes droites ſe changent donc en deux Courbes égales & ſemblables, ou pluſtôt en une ſeule Courbe qui à ſon origine & à ſa fin touche la Terre, & dont le ſommet également éloigné de ces deux extremités détermine la plus grande élevation de l'Atmoſphere. Cette Courbe eſt concave vers la Terre, & les deux rayons qu'on avoit conçûs d'abord n'en ſont plus que deux Tangentes, l'un à ſon origine, l'autre à ſa fin. Par conſequent leur point de concours eſt plus élevé que le ſommet de la Courbe ou que l'Atmoſphere. Il eſt viſible que ce point de concours, & le ſommet de la Courbe ſont ſur la même ligne, qui tirée du centre de la Terre coupe en deux l'arc de 17°. 12'.

* p. 54. & ſuiv.

Pour trouver la juſte hauteur de l'Atmoſphere, ou à peu-prés, M. de la Hire méne par le point où eſt l'Obſervateur une ligne droite qui fait en deſſous avec la ligne horiſontale ou avec la Tangente de la Courbe à ſon extremité un angle de 32'. qui eſt l'angle de la refraction. Cette droite eſt donc au dedans de la Courbe; & le point où elle

le rencontre la ligne tirée du centre de la Terre est moins élevé que le sommet de la Courbe. Son élevation au-dessus de la Terre, ou son excés sur un demi-diametre de la Terre, qu'il est aisé de calculer, est de 32501. Toises. Donc le sommet de la Courbe ou la hauteur de l'Atmosphere est entre 37223. & 32501. & en prenant le milieu on a 35362. Toises, ou un peu plus de 16. lieuës, hauteur de l'Atmosphere.

De-là M. de la Hire prend occasion de déterminer la figure du Crepuscule, quand il est un peu élevé sur l'horizon par un temps serein & froid, car il y faut ces deux conditions; l'une, afin que la figure puisse être bien apperçûë; l'autre, afin qu'elle ne soit pas alterée par les vapeurs de la Terre. Kepler n'a pas eu grand tort de croire que l'arc du Crepuscule étoit circulaire, & que tout l'espace éclairé étoit un segment de cercle, mais M. de la Hire pousse la chose à une plus grande précision, & prouve que l'arc du Crepuscule est hiperbolique, quoi-qu'un peu défiguré par les refractions. La difference entre les deux sentiments est legere, mais il n'est pas permis de mépriser ces legeres differences, quand on peut arriver à une plus grande exactitude.

SUR LA DUCTILITE' DE QUELQUES MATIERES.

LA divisibilité de la matiere à l'infini, quoi-que démontrée, effraye toûjours l'imagination, & pour en diminüer le prodige, plusieurs Philosophes ont fait voir des divisions étonnantes actuellement faites, & qui quoique finies sont désja presque inconcevables. Il n'est pas à supposer que la divisibilité s'arrête où s'arrêtent quelques divisions qui viennent à nôtre connoissance. Mais il se trouve que ces Philosophes, loin d'exagerer & de surfaire

V. les M. p. 201.

ſont demeurés beaucoup au-deſſous du vrai, & M. de Reaumur en donne pour preuve l'examen qu'il a fait de quelques matieres *ductiles*, c'eſt-à-dire, qui peuvent s'étendre & ſe tirer beaucoup en long.

On ſçait qu'un fil d'Or n'eſt qu'un fil d'Argent doré. Il faut donc étendre par le moyen de la filiere un cilindre d'Argent couvert de feüilles d'Or, & ce cilindre devient fil & fil toûjours doré à quelque longueur qu'il puiſſe parvenir. On le prend ordinairement de 45. marcs, & il a 15. lignes de diametre, & à peu-prés 22. pouces de hauteur. M. de Reaumur prouve que ce cilindre d'argent de 22. pouces vient par la filiere à en avoir 13963240. ou 1163520. pieds, c'eſt-à-dire, qu'il eſt devenu 634692. fois plus long qu'il n'étoit, & qu'il a prés de 97. lieuës de longueur, en mettant 2000. toiſes à la lieuë. Ce fil ſe file ſur de la ſoye, & avant que de l'y filer, on le rend plat de cilindrique qu'il étoit, & en l'applatiſſant on l'allonge ordinairement encore de $\frac{1}{7}$ au moins, deſorte que ſa longueur de 22. pouces ſe change en une de 111. lieuës. Mais on peut aller juſqu'à allonger ce fil de $\frac{1}{4}$ par l'applatiſſement, au lieu de ne l'allonger que de $\frac{1}{7}$, & par conſequent il aura 120. lieuës. Cela doit paroître une prodigieuſe extenſion, & ce n'eſt encore rien.

Le Cilindre d'Argent de 45. marcs, & de 22. pouces de long, a pû n'être couvert que d'une once de feüilles d'Or. Il eſt vrai que la dorure ſera legere, mais elle ſera toûjours dorure, & quand le Cilindre paſſera par la filiere, & acquerra la longueur de 120. lieuës, l'Or n'abandonnera jamais l'Argent. On peut voir déſja par-là combien l'once d'Or qui enveloppoit le cilindre d'Argent de 45. marcs, a dû devenir étrangement mince pour ſuivre toûjours l'Argent pendant un chemin d'une pareille longueur. M. de Reaumur adjoûte encore à cette conſideration que l'on voit ſenſiblement que l'Argent eſt une fois plus doré en certains endroits qu'en d'autres, & il trouve enfin par le calcul que dans ceux où il l'eſt le moins, il faut que l'é-

paisseur de l'Or ne soit que de $\frac{1}{10500000}$. de ligne, petitesse si énorme, qu'elle échappe autant à nôtre imagination que celle des Infiniment petits de la Geometrie. Cependant elle est réelle, & produite par des Instruments méchaniques, qui ne peuvent être si fins qu'ils ne soient encore fort grossiers.

M. de Reaumur met au rang des corps ductiles le moins ductile de tous en apparence, & le plus cassant ; c'est le Verre. Il décrit par quel art on en forme des fils d'une grande finesse, & par quelle industrie il est allé lui-même encore beaucoup plus loin, & jusqu'au point que ces fils de verre étoient presque aussi déliés que ceux de la soye des Araignées. Plus ils deviennent fins, plus ils sont flexibles, & sur ce fondement M. de Reaumur avance ce paradoxe, que l'on feroit des tissus & des étoffes de Verre, si l'on avoit des moyens faciles & commodes de l'étendre & de l'allonger suffisamment. On voit par-là qu'il en est de la flexibilité comme de la transparence. Quand les corps sont extrémement minces, les plus cassants deviennent flexibles, comme les plus opaques deviennent transparents.

De-là M. de Reaumur passe à une autre matiere ductile, c'est celle dont les Araignées forment la soye qui enveloppe leurs Oeufs. Il l'a découverte dans sa source par une dissection assés délicate de l'Insecte. Quand cette matiere est séche, elle ressemble à une Gomme, & est cassante. Elle l'est plus que celle de la soye des Vers. Elle ne peut donc, ainsi que le Verre, devenir flexible & se filer qu'aprés avoir été extremement divisée. Aussi l'est-elle à un point étonnant. Elle sort de l'anus de l'Araignée en plus de 6000. fils à la fois bien séparés les uns des autres. Il y a six ouvertures dont chacune donne passage à 1000. fils, & n'est pas plus grande qu'une teste d'Epingle.

Cette merveille se voit dans une grosse Araignée qui fait ses Oeufs, mais que sera-ce des petites Araignées qui sortent de ces Oeufs, qui naissent 7. ou 800. à la fois, & qui toutes, dés qu'elles sont nées, filent des toiles ! Il sort

donc de l'anus de chacune plus de 6000 fils bien distincts, & de quelle finesse sont ces fils ! de quelle petitesse sont les filieres ! On en peut juger par la proportion qui doit être entre le corps de la grande Araignée, & celui de 7. ou 800. Araignées qui en naissent toutes ensemble. Si on en faisoit le calcul, même en mettant tout au plus bas pied, on tomberoit dans des abismes de petitesse, & l'on auroit tort de penser que ce fussent encore là les derniers.

DIVERSES OBSERVATIONS
DE PHISIQUE GENERALE.

I.

Mr. Deslandes étant en Angleterre fit sur le Charbon de terre qu'on y brule deux experiences qu'il croit qui ont échappé aux Anglois.

1. Ayant pilé du Charbon, il en mit environ une demi-once dans un verre d'eau, qui devint toute noire. Il laissa le verre exposé à l'air toute la nuit sur la fenestre, c'étoit en Hyver, & le lendemain il trouva que l'eau qui s'étoit gelée, étoit d'une couleur rougeastre. Il falloit pour donner cette couleur à l'eau, que la gelée eust développé les soufres du Charbon, quoi-que cette action ne paroisse guere lui convenir.

2. De la cendre de ce Charbon infusée dans de l'Eau de vie, & meslée avec de la limaille de fer, fait une teinture noire, qui s'éclaircit à mesure qu'elle s'échauffe. Lorsqu'elle commence à boüiller, elle prend une couleur plus douce que le Gris-de-fer ordinaire. M. Deslandes donna à de la Laine crüe cette agréable teinture, & aucun Ouvrier ne la put imiter.

II.

M. Sarrasin, Medecin du Roy en Canada & corres-

pondant de l'Academie, dont on a veû une Histoire du Castor dans les Memoires de 1704. * trés exacte & trés curieuse, en a envoyé une pareille du Carcaiou, que nous donnons ici en abregé. * p. 48. & suiv.

Le Carcaiou est un Animal carnassier de l'Amerique Septentrionale, & qui en habite les cantons les plus froids. Il pese ordinairement depuis 25. jusqu'à 35. livres. Il a environ 2. pieds depuis le bout du museau jusqu'à la queüe, qui peut avoir 8. pouces de long. Il a la teste fort courte & fort grosse à proportion du reste de son corps, les yeux trés petits, les machoires trés fortes, & garnies de 32. dents bien trenchantes. Quoi-que petit, il est trés fort & trés furieux, & quoi-que carnassier il est si lent & si pesant qu'il se traine sur la neige plustôt qu'il n'y marche.

Il ne peut attrapper en marchant que le Castor qui est aussi lent que lui, & il faut que ce soit en Eté où le Castor est hors de sa cabane. Mais en Hyver il ne peut que briser & démolir la cabane, & y surprendre le Castor, ce qui ne lui réüssit que trés rarement, parce que le Castor a sa retraitte assûrée sous la glace. Cependant comme le Castor en Hyver même sort pour aller chercher dans le bois des provisions fraisches qu'il aime mieux que les vieilles, le Carcaiou l'y peut attaquer.

La chasse qui lui rend le plus est celle de l'Orignac & du Caribou. L'Orignac choisit en Hyver un canton où croisse abondamment l'*Anagyris fœtida*, ou Bois puant, parce qu'il s'en nourrit, & quand la terre est couverte de 5. ou 6. pieds de nége, il se fait dans ces cantons des chemins qu'il n'abandonne point, à moins qu'il ne soit poursuivi par les Chasseurs. Le Carcaiou ayant observé la route de l'Orignac grimpe sur un Arbre auprés duquel il doit passer, & de-là s'élance sur lui & lui coupe la gorge en un moment. Envain l'Orignac se couche par terre, ou se frotte contre des arbres, rien ne fait lâcher prise au Carcaiou, & des Chasseurs ont trouvé quelquefois des morceaux de sa peau larges comme la main, qui étoient de-

meurés à l'Arbre contre lequel l'Orignac s'étoit froté.

Le Caribou est une espece de Cerf. Il est trés leger, & court sur la nége presque aussi viste que sur la terre, parce que ses ongles qui sont fort larges, & garnis d'un poil rude dans leurs intervalles l'empêchent d'enfoncer, & lui tiennent lieu des Raquettes des Sauvages. Lorsqu'il habite le fort des bois, il s'y fait des routes en Hyver comme l'Orignac, & y est attaqué de même par le Carcaiou. Mais quand il est dans les endroits clairs où il n'a pas besoin de se faire des routes, & où il va de tous côtés indifferemment, le Carcaiou qui pourroit l'attendre trop long-temps sans fruit, n'a pas coûtume d'y perdre son temps, & il ne donne guere la Chasse au Caribou que dans les endroits épais, tant son ardeur pour sa proye est ingenieuse.

III.

Comme le P. Feüillée Minime, correspondant de l'Academie, lui lisoit la Relation d'un voyage qu'il venoit de faire dans l'Amerique Meridionale, & qu'il parloit des Observations qu'il avoit faites avec l'Aréometre de la pesanteur de l'Eau de la Mer en differents lieux, on lui objecta que dans un Climat plus chaud le Verre de l'Aréometre devoit se dilater, par consequent occuper plus de place dans l'eau qu'on pesoit, & la faire paroistre moins pesante qu'elle n'étoit réellement. Mais M. Cassini répondit que l'eau elle-même étoit aussi plus dilatée par le chaud, & pesoit aussi réellement moins.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

V. les M. p. 1. Le Journal des Observations de M. de la Hire pendant 1712.

V. les M. p. 313. Et l'Histoire d'un Sommeil extraordinaire par M. Imbert.

ANATOMIE.

SUR L'EMPHYSEME.

CE doit être un spectacle assés étonnant qu'un Homme gonflé d'air par toute l'habitude exterieure du corps, & cela jusqu'à 11. pouces d'épaisseur dans les endroits les plus enflés. Cet air est renfermé sous la peau, & remplit principalement les Cellules de la Graisse. Peut-être un Phisicien, même habile, auroit-il peine à deviner comment un si étrange accident est possible. V. les M. p. 4.

Lorsqu'un homme a été blessé à la poitrine, il y entre de l'air par la playe, & si, parce qu'elle sera étroite, ou que les chairs se rapprocheront d'elles-mêmes, ou par quelque autre cause que ce soit, cet air ne peut resortir aussitost, ou resortir dans la même quantité qu'il est entré, voilà de l'air étranger engagé dans la capacité de la poitrine. A chaque inspiration le Poumon doit remplir cette capacité en se gonflant de l'air qu'il reçoit naturellement, mais alors il ne peut se gonfler sans presser l'air étranger, & par consequent il l'oblige à se glisser entre les interstices des fibres des chairs, & peut-être à entrer dans les petites bouches des plus petites veines ou des vaisseaux Limphatiques. Mais une force encore plus grande l'y oblige dans le moment contraire à celui de l'inspiration, & qui le suit, c'est-à-dire dans l'expiration. Alors la Poitrine en se resserrant comprime plus l'air étranger que n'avoit fait le Poumon en se dilatant, & les deux moments ou les deux actions opposées conspirent au même effet. Cet air ainsi poussé continuellement doit suivre toûjours à peu prés les mêmes

routes, parce que celles qu'il s'est ouvertes d'abord deviennent toûjours plus aisées, & par consequent il doit s'amasser dans un certain endroit. Ce sera dans les Cellules de la Graisse plustôt qu'ailleurs, parce qu'elles ont des membranes plus minces, & qui s'étendent plus facilement, & comme l'air est parti de dedans la capacité de la poitrine, ce sera dans la graisse qui couvre la poitrine & qui est sous la peau que se fera l'amas d'air étranger. Cette enflure s'appelle Emphyséme.

Il est manifeste que l'Emphyséme que nous venons de décrire ne peut pas être considerable, puisqu'il n'est formé que de l'air entré dans la poitrine par la playe, & que cet air ne peut avoir été en grande quantité, avant que la playe soit refermée.

Si le coup avoit penetré jusqu'à la substance du Poumon, alors outre l'air qui seroit entré par la playe dans la capacité de la poitrine, il y en auroit encore une certaine partie de celui qui seroit entré naturellement par la respiration, car tout ce qui auroit dû être renfermé dans les Bronches ou dans les Vesicules ouvertes ou déchirées par la playe du Poumon ne peut plus que s'échapper dans la cavité de la poitrine, & cet air devenu étranger comme l'autre est pressé de même par les dilatations du Poumon, & les constrictions de la Poitrine, & obligé à s'insinüer dans les chairs. Comme cet air venu par la respiration se renouvelle à chaque moment, la quantité en augmente tant que la playe du Poumon dure, & de-là vient qu'un Emphyséme formé par une playe qui penetre jusqu'à la substance du Poumon peut être sans comparaison plus considerable que celui que causeroit une playe qui ne feroit qu'ouvrir la capacité de la poitrine.

L'Emphyséme causé par la playe du Poumon peut aller jusqu'à occuper toute l'habitude du corps, ainsi que l'a veû M. Littre, à qui l'on doit & cette observation, & les reflexions. L'air étranger toûjours poussé peut, comme il a esté dit, entrer dans les veines & dans les routes de la circulation,

circulation, & par consequent se répandre par toute l'habitude du corps. Dans le sujet que M. Littre a veû, il n'y avoit que le haut de la teste, le dedans des mains, & la plante des pieds qui en fussent exempts, sans doute parce qu'en ces endroits il y a moins de graisse, que les chairs y sont plus dures, & les membranes plus fermes, & plus difficiles à écarter. On voit assés qu'un grand Emphyséme doit être rare, il dépend du concours de plusieurs circonstances. Nous n'en avons rapporté que les principales, il est aisé d'imaginer les autres qui sont necessaires pour la perfection de ce malheureux accident.

M. Méry * a fait aussi l'Histoire d'un Emphyséme qu'il avoit veû, semblable à celui dont on vient de parler. Il étoit general, parce que la membrane qui enveloppe le Poumon étoit un peu déchirée, & que par là il s'échappoit une partie de l'air reçeû par la respiration. Seulement l'Emphiséme avoit épargné la plante des pieds, & la paume des mains.

* V. les M. p. 110.

Il y a sous la peau une Membrane Vesiculaire dont les cellules sont affaissées dans l'état naturel. C'est dans ces cellules que M. Méry prétend que s'insinuë peu à peu & *successivement l'air de l'Emphyséme*, & cela sans violence & sans douleur, parce qu'elles sont naturellement ouvertes, & disposées à s'étendre jusqu'à un certain point. Si l'emphyséme alloit plus loin, il deviendroit douloureux, mais d'ordinaire celui qui est blessé au Poumon meurt avant cela. De l'idée de M. Méry il suit que les cellules de la membrane vesiculaire communiquement toutes ensemble. C'est ainsi qu'est disposée une Membrane particuliere étenduë sous toute la peau du Pelican, que M. Méry a autrefois découverte. Elle est pleine d'une infinité de cellules qui se communiquent, & qui reçoivent de l'air, de sorte qu'elle est une espece de Poumon universel de l'Animal, ou que, si l'on veut, l'Animal a un emphyséme naturel.

SUR DES DESCENTES DE VESSIE.

V. les M. p. 110.

UNE Descente d'Intestin dans le Scrotum est une maladie fort commune, mais une Descente de Vessie est si rare que M. Méry ne connoist aucun Auteur qui en ait parlé. Il en a fait cependant jusqu'à trois Observations, & c'est une espece de bonheur singulier pour un Anatomiste curieux.

La Vessie peut donc se trouver renfermée en partie dans le Scrotum, & y former une tumeur assés semblable à une Hernie ordinaire d'Intestin, mais M. Méry ne croit pas pour cela que la Vessie soit tombée dans le Scrotum, parce qu'elle se sera relâchée comme un intestin. L'urine qui la remplit la rend trop grosse pour passer par les Anneaux par où un Intestin passe, & de plus elle est de tous costés trop fortement attachée pour pouvoir tomber. Ce n'est donc pas, selon M. Méry, un simple accident, mais un vice de la premiere conformation, qui fait que la Vessie vient à s'engager dans le Scrotum. Et comme cette conformation est extraordinaire, aussi la maladie l'est elle.

Ce qu'il y a de plus important, c'est d'être averti qu'elle est possible, non qu'elle puisse être guerie, mais parce qu'il seroit dangereux de la prendre pour une Hernie d'Intestin, & que l'on trouvera plus aisément les soulagements qui y conviennent.

Les trois Observations de cette Hernie de Vessie, & celle du 2d Emphyséme de l'art. précedent sont du nombre de six Observations de M. Méry sur differentes maladies singulieres, dont nous renvoyons entierement les deux dernieres aux Memoires. *

* p. 110.

SUR L'HYDROPISIE TYMPANITE.

LA seule connoissance des differentes especes de maladies seroit bien vaste. Nous avons encore aprés une si longue experience beaucoup d'ennemis inconnus. L'Hydropisie *Ascite* ou d'eau est assés commune, mais la *Tympanite* ou d'air est plus rare, & les Médecins ne conviennent entre eux ni de la cause qui la produit, ni du siége où elle reside particulierement. M. Litre croit avoir en main un assés grand nombre d'observations pour établir enfin le vrai systême de cette maladie. V. les M. p. 235.

L'air n'entre pas seulement dans nôtre corps par la Trachée, il y entre encore par l'Oesophage, mêlé avec tous les alimens que nous prenons. Comme ils fermentent ensuite dans l'Estomac & dans les Intestins, l'air se dégage d'avec ces matieres, & quand elles ne remplissent plus les cavités de ces visceres, ou les remplissent moins, cet air dégagé y demeure, les remplit & les tient dans une extension convenable, car si elles étoient entierement vuides & de matieres grossieres & d'air, le ressort naturel de leurs fibres qui ne demandent qu'à se contracter, & leur propre pesanteur les affaisseroient. L'air enfermé dans l'Estomac & dans les Intestins agit donc contre eux pour tenir leurs cavités en état, & il agit par son ressort qui s'est étendu lorsqu'il n'a plus été embarassé entre les aliments, & qui de plus est augmenté par la chaleur du corps. Ainsi il y a équilibre entre la force de l'air pour étendre l'Estomac & les Intestins, & celle de ces visceres pour se resserrer.

Si l'équilibre se rompt, parce que la force des fibres de ces visceres irritées, si l'on veut, par quelque humeur, sera devenuë superieure à celle de l'air, il faut que l'air en soit chassé, puisqu'il est necessaire alors que les visceres se resserrent, & de-là les deux especes de vents qui sortent du corps. L'équilibre peut se rompre aussi, parce que la

force de l'air sera devenuë superieure à celle des fibres, & c'est ce qui arrive lorsqu'aprés une longue maladie le sang appauvri d'esprits n'en fournit plus à ces fibres pour entretenir leur ressort ordinaire. Alors l'air s'étend en liberté & augmente à son gré, pour ainsi dire, les cavités qui le renferment. Et comme par la voye des aliments il arrive toûjours de nouvel air qui se joint à l'ancien, & que d'ailleurs le ressort des fibres une fois forcé jusqu'à un certain point ne se rétablit plus, & resiste toûjours de moins en moins, l'enflure d'air peut devenir trés considerable, & même prodigieuse. M. Littre a vû quelquefois des intestins gros comme la cuisse d'un homme.

Il seroit inutile de tirer de tout ceci des consequences; que par exemple, le ventre des malades étant frappé doit resonner comme un Tambour, ce qui a fait donner à cette Hydropisie le nom de Tympanite, que celui des morts doit resonner comme celui des malades, que l'on ne doit trouver de l'air que dans l'Estomac & dans les intestins, que l'on en doit trouver les membranes trés minces & sans ressort, que la ponction ne serviroit de rien, puisqu'on ne la feroit qu'au ventre &c. car ces consequences ne seroient elles mêmes que les faits sur lesquels le systême de M. Littre a été fondé.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UNE femme grosse de 3. mois & demi ayant eu une forte envie d'acheter à la Boucherie un Rognon de Bœuf, & ne le pouvant avoir, porta dans le moment sa main droite sur son front, en avançant ses doigts jusques sur le milieu du sommet de la tête. Elle accoucha à 9. mois d'un garçon bien nourri & bien conformé, à la tête prés. Les

differents Os qui en font la charpente n'étoient ni dans la ſituation, ni de la grandeur, ni de la figure ordinaire, & ſur le haut de cette tête mal conſtruite étoit un creux rempli par une tumeur qui reſſembloit parfaitement & par ſa figure & par ſa couleur à un Rognon de Bœuf. L'Enfant vécut 6. heures, mais comme ſtupide, & n'ayant que des mouvements fort foibles. M. Roüaut l'ouvrit, il ne lui trouva ni cerveau ni cervelet, & la moëlle de l'Epine ne commençoit qu'à la 3me. vertebre du cou; de-là la foibleſſe des mouvemens & la prompte mort. Pour donner une idée generale de la conformation irreguliere de la tête, il ſuffit de rapporter la cauſe que M. Roüaut en a imaginée. Il croit que la violente paſſion qu'eut la mere, quoique le ſujet n'en fût guere digne, cauſa dans ſon cerveau une ſi grande agitation d'eſprits, & par contre-coup dans celui du fœtus, que ce petit cerveau de 3. mois & demi qui n'avoit preſque encore aucune conſiſtence, perdit abſolument le peu qu'il en avoit, & fut entierement fondu. Par-là il devint incapable de ſoûtenir ni les Meninges, ni l'aſſemblage des differents Os du Crâne, qui n'avoient encore eux-même guere de ſolidité. Tout le bâtiment fondit donc, & les pieces s'en trouverent *diſpoſées* au hazard.

II.

Ce qui a été dit dans l'Hiſtoire de 1712. * de certains petits os pointus trouvés entre la Dure & la Pie-mere, eſt confirmé par une obſervation de M. Littre. En ouvrant la tête d'un jeune homme de 19. ans, mort en 4. heures d'une bleſſure qu'il s'y étoit faite par une chûte, il trouva deux petits corps oſſeux ſitués à un pouce l'un de l'autre au côté droit du ſinus longitudinal ſuperieur entre quelques plans de fibres de la Dure-mére. Ils étoient à peu-prés ronds, de 4. à 5. lignes de diametre, heriſſés de diverſes pointes peu diſtantes les unes des autres, longues d'environ une ligne & trés fines à leur extremité. Elles perçoient preſque toute la partie inferieure de la Dure-mere, & paſſoient d'un tiers de ligne au-delà. A cette veüë M. Littre

* p. 27. & ſuiv.

ne douta pas que le mort n'eut eû depuis un temps des maux de tête qui alloient en augmentant, & cela se trouva vrai. Ils eussent été absolument incurables, & eussent bien pû devenir accidents épileptiques. M. Littre rapporte la formation de ces corps osseux à quelque liqueur visqueuse, qui se sera épanchée de la Dure-mere & épaissie peu à peu.

III.

L'effort par lequel le Coeur en se contractant pousse le sang dans les Arteres ne suffiroit pas pour le faire aller jusqu'aux extremités de ces vaisseaux si longs, si étroits dans la plus grande partie de leur étenduë, & si tortueux, il faut encore qu'aprés que le cœur s'est contracté les Arteres elles mêmes se contractent, & achevent de pousser le sang. Mais il est visible que par cette action elles le renvoyent autant vers le cœur qu'elles le poussent vers leurs extremités, ce qui est pourtant la seule direction qu'il doit avoir. C'est afin qu'il n'en ait point d'autre que la Nature a mis du côté du cœur un obstacle qui l'empêche de refluer. Cet obstacle, ce sont les Valvules placées à l'endroit où les Troncs des Arteres partent du cœur. A la naissance de l'Aorte il y a trois Valvules nommées *Sigmoïdes* faites comme de petits Capuchons, & disposées de maniere que quand le sang sort du cœur, il les applatit, & que s'il se presentoit pour y rentrer, il les rempliroit & les gonfleroit, ce qui fait qu'elles ne s'opposent point à sa sortie, mais seulement à son retour. La figure circulaire qu'elles ont quand elles s'enflent ne permet pas qu'elles ferment exactement l'entrée du cœur, mais leur nombre fait qu'elles la ferment suffisamment, & qu'elles empêchent un reflux considerable & nuisible à la circulation.

M. Littre a crû que dans une femme qu'il a ouverte le défaut d'une des Valvules Sigmoïdes a été la cause d'une mort presque subite plustôt qu'une Hydropisie assés legere. Cette Valvule s'étoit colée contre le Trone de l'Aorte, & par-là ne pouvoit plus recevoir de sang, ni faire sa fonction. Au dessus de cette Valvule étoit un ulcere superficiel.

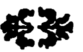
Le ventricule gauche du cœur fut inondé par la quantité de sang qui refluoit, & hors d'état d'exercer ses mouvements.

CETTE année M. Anel Docteur en Chirurgie, ci-devant Chirurgien-Major dans les Armées du Roy, & maintenant Chirurgien de Madame Royale, mere du Roy de Sicile, dédia à l'Academie un Ecrit imprimé sur la Fistule Lacrymale, & sur une nouvelle maniere de la guerir qu'il avoit inventée.

Une humeur qui arrose continuellement les yeux, & qui est apparemment necessaire pour entretenir la netteté & la transparence de la cornée, a sa décharge par deux ouvertures trés petites & presque imperceptibles pratiquées vers le grand angle de l'œil. Elles s'appellent *Points lacrimaux*. Ce sont deux orifices du *sac lacrimal*, conduit assés large par rapport à l'extrême petitesse de ces deux ouvertures. Il en a une troisiéme, fort petite aussi, qui penetre dans la cavité du nés, & y porte la liqueur qui a été reçeuë dans le sac lacrimal. Ce sac formé d'une membrane glanduleuse peut aussi filtrer une liqueur qui se joigne à celle que l'œil a fournie. Si une joïe ou une tristesse extraordinaires rendent plus abondante la liqueur de l'œil, ou resserrent les deux petites ouvertures par où elle doit sortir, elle refluë dans l'œil, s'y amasse, & forme les larmes. Si l'orifice qui s'ouvre dans le nés vient à se boucher, toute la liqueur s'amasse dans le sac lacrimal, le dilate par sa trop grande quantité, l'ulcere parce qu'elle se corrompt en séjournant, & peut enfin ronger & carier l'os où le sac est renfermé. L'excés de cette liqueur corrompuë fait qu'elle refluë dans l'œil par les Points lacrimaux, & c'est-là ce qu'on appelle une *Fistule lacrimale*.

Jusqu'ici on n'y connoissoit que des remedes cruels comme le fer & le feu, & sujets à de fâcheuses suites. Mais M. Anel a imaginé une maniere de guerir sûrement

& avec toute la douceur possible, toute Fistule lacrimale, qui n'aura point encore carié l'os. Il faut d'abord reconnoître, si elle ne l'a point carié, & en quel état est le sac lacrimal. Pour cela il a pensé qu'on pourroit faire une Sonde si délicate qu'elle s'introduiroit dans l'un ou l'autre des Points lacrimaux où à peine une soye de Sanglier peut entrer. La difficulté seroit moindre si on pouvoit donner une pointe trés fine à cette sonde, mais elle piqueroit & déchireroit, & il faut au contraire qu'elle porte un petit bouton de figure d'Olive & fort poli, plus gros que toute la tige de la sonde, & qui doit cependant entrer par le Point lacrimal. M. Anel porte ce même bouton à l'orifice que le sac lacrimal a dans le nés, & en le poussant contre les matieres qui font l'obstruction, il les chasse de cet orifice, le débouche, & par-là enleve la cause du mal. Aprés cela il ne faut plus que remedier par des injections de liqueurs à la dilatation excessive du sac lacrimal ou aux ulceres qui s'y seront formés, & ces injections qui ne se peuvent faire que par les Points lacrimaux demandent des tuïaux d'une finesse extrême, & encore plus étonnants que les sondes qui ne sont pas creuses. L'extrêmité la plus fine des Tuïaux doit être d'or, & M. Anel a eu de la peine à trouver des Ouvriers qui les executassent. Il a fait quantité d'operations heureuses, & quelques-unes trés brillantes par le rang des personnes qu'il a gueries. Les Inventeurs, & sur-tout les Inventeurs utiles sont rares, & ils ne peuvent être trop chers au Public.



CHIMIE.

CHIMIE.

SUR L'USAGE DU FER EN MEDECINE.

ON seroit trop heureux si tout ce qu'il y a de curieux dans la Chimie avoit des applications utiles dans la Medecine. Le Fer que M. Lemery le fils a beaucoup étudié, ainsi qu'on l'a pû voir dans les Histoires précedentes, a toûjours été un grand remede pour plusieurs maladies, sur-tout pour celles qui viennent d'obstruction, ou de la difficulté de la circulation, comme les Pasles couleurs, mais les recherches de M. Lemery, qui pouvoient n'être d'abord que de simple curiosité, découvrent & pourquoi ce Metal a ces usages, &, ce qui est encore plus important, quelle est la maniere de l'employer la plus avantageuse.

V. les M. p. 30.

Le fer * est un mélange d'une substance huileuse avec une matiere metallique. L'huile regorge dans ce mélange, & il reste de grands pores entre les parties du Mixte. De-là il suit & que le fer est trés facile à dissoudre, & que son huile se dégage aisément. Mais quand il est décomposé, c'est-à-dire, quand l'huile est separée de la partie purement ferrugineuse, ou metallique, aucun dissolvant n'agit plus sur cette espece de Teste-morte.

* V. l'Hist. de 1706. p. 32. & suiv.

Ces remarques seules suffisent pour découvrir l'abus de plusieurs préparations de Fer ordinaires dans la Medecine, & qui consistent à calciner violemment ce metal, & à le reduire en ce qu'on appelle *Crocus* ou Saffran, à cause de la couleur rouge qui vient de la calcination. Cette operation a dû necessairement enlever au Fer sa substance huileuse, du moins pour la plus grande partie, & ne lui a laissé qu'une Teste-morte indissoluble. L'huile qui se separe

facilement de ce Mixte s'en feroit feparée par la chaleur de l'Eftomac, & auroit porté dans le fang, comme dit M. Lemery, un nouveau levain fpiritueux, dont il avoit befoin, & au lieu de cette huile, on ne prend qu'une terre fur laquelle les fucs du corps ne peuvent agir, & qui ne peut qu'embaraffer & que charger les premieres voyes par fon poids. Auffi M. Lemery a-t-il fouvent éprouvé, & d'habiles Praticiens le confirment, que le Fer pris en fubftance, ou, ce qui revient au même, en limaille fort fine vaut beaucoup mieux qu'en *Crocus*. C'eft grand dommage d'employer de l'art à gafter la Nature.

M. Lemery a même reconnu que le Fer agiffoit par toute fa fubftance, & étoit un Abforbant. Cela vient de la grandeur de fes pores, & de la facilité que trouvent toutes fortes de Sels, même groffiers, à s'y infinüer. Des Acides fcorbutiques en ont été abforbés.

Il y a plus. Non-feulement les Acides nuifibles du corps entrent dans le Fer, mais en y entrant ils en font fortir, & en expriment cette huile falutaire, qui d'ailleurs eft mife en mouvement ou gonflée & difpofée à fortir par la chaleur naturelle. Ainfi le Fer eft doublement utile & par l'huile qu'il fournit au fang, & par les Sels qu'il en retire.

Il paroift fuivre de-là qu'un Fer déja tout chargé d'Acides, tel qu'eft le Vitriol, ne feroit plus capable d'aucun bon effet. Cependant on connoit fort celui des Eaux Minerales Vitrioliques, & dans quelques maladies le Vitriol a le même fuccés que le Fer pris en fubftance.

Cela doit venir de ce que les Acides qui ont penetré le Fer, n'en ont pas chaffé toute l'huile, & fe font unis avec celle qui eft reftée en affés grande quantité. Cela fuppofé, la même operation par laquelle on fait de l'Ancre avec du Vitriol, & de la Teinture de Galle *, fe paffe dans nôtre Corps. Puifque l'Alkali fulphureux de la Galle s'unit à l'Acide qui tient le Fer diffous dans le Vitriol, le détache du Fer, & par là revivifie le metal, nos liqueurs alkalines & fulphureufes agiffent de la même maniere fur le Vitriol

* V. l'Hift. de 1707. p. 40. & fuiv.

que nous avons pris, & en revivifient le Fer. Comme il a été trés subtilement & presque infiniment divisé dans le Vitriol, il est plus capable, lorsqu'il en est dégagé, d'entrer dans les plus petites routes de la circulation, & d'y répandre sa vertu.

Enfin l'Arbre de Mars *, qui étoit assés curieux pour être dispensé d'être utile, ne laisse pas de pouvoir l'être aussi en Medecine. Le Salpêtre qui s'y forme par l'union de l'esprit de Nitre & du Sel de Tartre, est un Sel trés doux, trés aperitif, & trés propre à être le vehicule d'un Fer extrémement atteniié, comme il l'est dans cette préparation, & d'ailleurs la partie sulphureuse du Fer qui y est extremément rarefiée & développée ne demande qu'à se détacher du metal, & qu'à se mesler avec nos liqueurs. M. Lemery le fils inventeur de cet Arbre a eû le plaisir d'en recüeillir, pour ainsi dire, des fruits qu'il n'avoit pas esperés d'abord.

* V. l'Hist. de 1706. p. 39. & suiv. & celle de 1707. p. 32. & suiv.

SUR LES TEINTURES DES METAUX

LA Teinture d'un Metal n'est qu'une dissolution où le Metal est encore plus divisé, & plus étendu qu'il ne le seroit dans son Dissolvant naturel & ordinaire. Comme il est fort atteniié, il donne une couleur à la liqueur, & de-là vient apparemment le nom de *Teinture*.

Si la Teinture étoit *irreductible*, c'est-à-dire, si le Metal dissous l'étoit au point de ne pouvoir plus se remettre en metal, ou, ce qui revient au même, si les principes qui le composent étoient desunis, ce seroit là ce que les Chimistes ont toûjours si ardemment souhaité, & recherché avec tant de travaux, sur-tout à l'égard de l'Or, dont la Teinture irreductible s'appelleroit de l'*Or potable*. Mais on n'a encore réüssi à aucune Teinture de cette espece, l'Or potable n'est que de l'Or extrémement divisé, & il en est de même des autres métaux.

M. Geoffroy a trouvé une méthode assés generale de

faire en cette matiere ce qui se peut, ou du moins ce qui se peut jusqu'à present. L'intention des Teintures est de rarefier & d'étendre autant qu'il est possible les soufres du métal, & de rendre les parties fixes & terreuses les plus subtiles & les plus volatiles qu'elles puissent être. Et si l'on veut en même temps que ces Teintures ayent quelque usage en Medecine, il faut y employer des *intermedes* qui n'ayent rien de nuisible ni de desagréable.

Pour une Teinture d'Or, M. Geoffroy prend des Crystaux *solaires* faits avec une partie d'Or, & 6. ou 7. d'Eau régale, & où par consequent l'Or est désja extrémement étendu. Il les met dans un Mortier de Verre avec le double de Terre foliée du Tartre. Cette Terre est l'Alkali du Tartre, impregné d'Esprit de Vinaigre & d'Esprit de Vin, & par consequent c'est un dissolvant salin & sulphureux propre à étendre les soufres de l'Or. On broye le tout ensemble avec le Pilon de Verre jusqu'à ce que le mélange se resolve en liqueur épaisse. On acheve de le dissoudre dans de l'Esprit de Vin, & l'on a la Teinture. Cette Teinture prend avec le temps une legere couleur, qui à travers le jour est pourpre, & à contre jour, jaune.

M. Geoffroy employe le même intermede de la Terre foliée du Tartre pour tirer du Vitriol de Mars la Teinture du Fer, des Crystaux de Venus celle du Cuivre, &c. On voit assés pourquoi il prend ou le Vitriol de Mars, ou les Crystaux de Venus. C'est que dans ces composés les métaux sont désja extrémement divisés & attenués soit naturellement, soit par art.

SUR PLUSIEURS EAUX MINERALES DE FRANCE.

ON a vû dans l'Hist. de 1708.* le dessein de l'Academie sur les Eaux minerales de France, & l'entreprise que M. Chomel avoit faite d'examiner celles de l'Auvergne & du Bourbonnois. On a vû aussi qu'il les avoit divisées en trois classes, chaudes, tiédes & froides. Les chaudes sont expediées, restent les deux autres classes. Sans faire l'histoire des differentes épreuves Chimiques où ces eaux ont été mises par M. Chomel, nous rapporterons seulement, comme nous avons désja fait, les indices qui en resultent, & ceux que M. du Clos avoit tirés des mêmes eaux transportées à Paris. Voici les tiédes. *p. 57. & suiv.

D'une livre d'eau des sources de Jaude, du Champ des Pauvres & de Beaurepaire, toutes trois prés de Clermont, M. Chomel a tiré un peu plus de 13. grains de résidence, ou de matiere minerale. Il soupçonne qu'elles ne contiennent pas un Nitre pur, comme l'a cru M. du Clos, mais un mêlange de Nitre, & d'un peu de soufre qui s'évapore aisément, & de-là vient peut-être que ce soufre a échappé à M. du Clos, qui n'a vû ces eaux qu'à Paris.

De 8. ou 10. sources minerales qui sont entre Vic le Comte & Mirefleur, il n'y en a que deux qui ne soient pas gastées par les débordements de l'Allier dans les temps où elles pourroient être d'usage. Ces deux sont celles des Matres de Veyre, & du Cornet. M. Chomel a trouvé dans l'une & dans l'autre 34. ou 35. grains de residence, & il a jugé qu'outre le Nitre pur que M. du Clos y reconnoissoit seulement, il y entre quelque portion de Sel armoniac.

D'une livre d'eau de S.t Nitaire ou Nectaire M. Chomel a tiré prés de 18. grains de residence, dont les trois quarts n'étoient qu'une matiere terreuse & platreuse. La matiere

saline qui faisoit le reste participoit du Sel marin, & du Nitre. Cette eau ne fut point envoyée à M. du Clos.

Une livre de l'eau de Chatelguyon a donné 53. grains de residence, dont prés de la moitié n'étoit que de la terre. M. du Clos a crû que le Sel de cette eau tient du Sel marin, & M. Chomel croit qu'il a plus d'Alkali que d'Acide, & que le Nitre est le fossile qui s'y manifeste le plus.

Une livre de l'eau de Vic en Carladois a donné un gros de residence, dont les deux tiers étoient une matiere saline. M. Chomel s'est accordé avec M. du Clos à juger que le Nitre y dominoit. Cette eau, selon M. Chomel, devroit plutôt être contée parmi les froides que parmi les tiédes, mais il l'a laissée dans la classe où M. du Clos l'avoit mise.

Quant aux froides, qui sont celles de Besse, de Chanonat, de Chasoteby, de S.t Pierre de Clermont, du Vernet S.te Marguerite, de Jalerac, & de Pougues en Nivernois, elles ont la plupart si peu de matiere saline, les indices qu'elles donnent sont si équivoques & si legers, & d'ailleurs M. du Clos & M. Chomel different si peu dans leurs conclusions, qu'il auroit été presque entierement inutile de suivre le tout en détail.

DE L'ACTION DES SELS SUR DIFFERENTES MATIERES INFLAMMABLES.

V. les M. p. 99.

UN phenomene de Phisique n'est jamais plus difficile à expliquer, que quand la méchanique cachée qui le produit ne se rend point sensible en d'autres occasions, ou ne l'est que rarement, & que de plus elle dépend d'un assés grand nombre de circonstances, dont une seule qui manquera fera manquer l'effet, ou le rendra different. Alors non-seulement il est aisé que le principe échape, mais quand même on l'auroit saisi il seroit assés naturel de lâcher prise

& de l'abandonner, parce qu'il ne paroîtroit pas satisfaire à tout, & qu'on croiroit le trouver en défaut dans des applications particulieres.

Que dans un Creuset assés chaud pour être rouge il y ait un soufre quel qu'il soit, ou une Huile, cette matiere s'enflammera, & si l'on jette dessus du Salpêtre, la flamme augmentera tout d'un coup & de grandeur & de force & d'éclat. Il semble qu'on doive conclure de-là que le Salpêtre est fort inflammable, mais si on l'avoit mis seul dans le Creuset il ne se seroit point enflammé. Du moins d'autres sels assés semblables au Salpêtre, comme l'Alun ou le Vitriol, augmenteront aussi l'inflammabilité des Soufres ou des Huiles, mais tout au contraire ils la diminuënt beaucoup. Nous pourrions rapporter encore d'autres faits qui augmenteroient la bizarrerie apparente de ces phénomenes, mais en voilà assés pour faire sentir qu'il y a là quelque mistere, & c'est ce que M. Lemery le cadet a entrepris de développer par ses experiences & par ses reflexions.

Nous avons expliqué dans l'Histoire de 1701.* la flamme que produit un Esprit acide bien pur versé sur une Huile essentielle d'une Plante aromatique, pourveû que cette Huile soit bien exempte d'acides. C'est que l'esprit entre avec tant d'impetuosité & avec tant d'ardeur dans l'Huile où il ne trouve point d'autres acides qui le repoussent, que de la violence de ce mouvement naît une grande flamme accompagnée de détonation. M. Geoffroy prend pour principe cette experience qui n'est connuë que depuis peu, & dont l'application aux faits qu'il veut expliquer ne se presente pas trop d'elle-même.

* p. 66. & suiv.

Il conçoit que quand du soufre & du Salpêtre sont mêlés ensemble dans le Creuset, la partie huileuse du soufre s'éleve, & forme la flamme, qu'en même temps l'Acide du salpêtre s'éleve aussi, & va rencontrer en l'air cette huile. Des matieres qui composent la flamme il y en a toujours quelque partie qui ne devient point flamme, & c'est ce qui demeure en forme de Suye. Des parties d'huile qui ne se

seroient point enflammées, quoi-qu'elles se fussent élevées avec les autres, les Acides du salpêtre les enflamment, & de-là vient l'augmentation de flamme qu'ils causent, sans conter qu'ils étendent & rarefient beaucoup l'huile enflammée indépendamment d'eux.

Cela ne suffit pas encore, car par l'experience fondamentale il faut que l'huile pour recevoir l'action des acides en soit bien dénuée, & n'y a-t'il pas beaucoup d'apparence que les acides du soufre montent avec son huile ! Ils monteroient en effet, si les acides du salpêtre qui se sont dégagés trés promptement ne laissoient la partie fixe & terreuse du salpêtre dans un état où elle est alkaline, & avide d'absorber de nouveaux acides en la place de ceux qu'elle a perdus. Elle absorbe donc les acides qui sortent du soufre, & par-là le salpêtre a la double fonction, & de fournir l'Esprit qui doit agir sur l'huile du soufre enflammée, & de retirer du soufre ce qui empêcheroit l'action de l'Esprit.

Il est aisé maintenant de voir la cause des differents cas particuliers, & même de les prévoir. Le salpêtre seul jetté dans le Creuset ne doit point s'enflammer, tout ce qui en arrive c'est que son Acide s'éleve sans rencontrer en l'air aucune huile sur laquelle il agisse, & que sa partie fixe & terreuse demeure. L'Alun & le Vitriol n'augmentent point la flamme du soufre, parce que leur Acide, ce qui est constant par l'experience, se dégage difficilement, & que toute l'huile du soufre est montée & s'est consumée avant qu'il monte. Ces sels ne font au contraire que diminuer la flamme, parce que leur poids apporte un obstacle à la rarefaction & à l'élevation de l'huile du soufre. L'Esprit de Nitre qui n'est que l'Acide du salpêtre ne doit pas même faire le même effet que le salpêtre, car il ne peut faire que la moitié de ce que le salpêtre fait, & cette moitié n'est rien sans l'autre.

Il est visible que cette raison cesseroit, si ce même Esprit de Nitre agissoit sur une matiere enflammée bien exempte d'acides. Aussi quand on en verse sur la flamme

de

de l'Esprit de Vin, il l'augmente, car alors il ne sort point de l'Esprit de Vin des acides qui ayent besoin d'être absorbés.

Le Salpêtre ne fait pas sur l'Esprit de Vin le même effet que l'Esprit de Nitre. La raison en est que l'Acide du Salpêtre, tout volatil qu'il est, ne s'éleve pas encore assés vîte pour aller rencontrer l'huile enflammée de l'Esprit de Vin. Il semble que le nœud de tout cela consiste dans une espece de point indivisible qu'il faut attraper bien juste.

SUR LE QUINQUINA.

IL est à souhaiter que l'usage d'un bon Remede s'étende autant qu'il est possible, & en même temps il est à craindre qu'à cause que ce remede est bon on n'en étende l'usage trop loin. De plus, il n'y en a point dont l'application ne demande un soin fort circonspect, & de grandes varietés. C'est dans ces veües que M. Reneaume a étudié le Quinquina sur un grand nombre d'observations qu'il en a faites dans la pratique de la Medecine. Nous en détacherons ce qui influë le plus sur cette pratique, & ce qui en même temps nous jette le moins dans un détail trop particulier.

Le Quinquina est sensiblement amer, absorbant & astringent ou stiptique, car M. Reneaume ne va point chercher ses proprietés dans la décomposition chimique de ses principes, & il prétend que ce Mixte, ainsi que beaucoup d'autres, agit non par ces principes désunis, mais par leur assemblage, qui forme des molecules sensibles & grossieres.

De ce que le Quinquina est amer, il s'ensuit qu'il adoucit les sucs aigres, car l'aigre & l'amer font le doux. De ce qu'il est absorbant, il suit qu'il émousse les acides, & empêche leur action, & par consequent il entretient la fluidité des liqueurs que les Acides coaguleroient. De ce qu'il est stiptique, il suit qu'il a des parties terreuses qui absorbent & boivent les serosités, ce qui fait que les parties qui

en étoient abreuvées & relâchées se resserrent, & par consequent le Quinquina augmente le ressort & la fermeté des fibres, ou les leur redonne.

Le Quinquina échauffe parce qu'il est amer, & il facilite ou rétablit la transpiration, parce qu'il échauffe & augmente la fluidité des liqueurs.

C'est sur ces proprietés qu'il faut fonder les usages du Quinquina en Medecine. Si les aliments s'aigrissent trop dans l'estomac, & que la Bile qui doit les adoucir en se mêlant avec eux quand ils en sortent ne puisse corriger cette aigreur excessive, ou que quelque obstruction dans les conduits biliaires l'empêche de couler en assés grande abondance, le Quinquina suppléra à son défaut, & guerira la fievre qui auroit eu cette cause. En general il fait la fonction de la Bile, & par-là il procure au Chile la douceur necessaire, & repare le vice des digestions qui consiste dans l'aigreur des sucs. Mais si la fiévre étoit causée de plus par quelque obstruction considerable dans les conduits biliaires, le Quinquina, tant qu'on en feroit usage, pourroit bien tenir lieu de la bile qui manqueroit, mais il ne vaincroit pas l'obstruction, & la fiévre reviendroit dés qu'on le quitteroit. Il faudroit necessairement alors quelque autre remede plus puissant.

Si la fiévre vient de l'épaississement des liqueurs causé par des acides, la qualité absorbante du Quinquina rétablit tout, & promptement & sans retour.

Si l'Estomac dont les fibres sont relâchées garde trop peu les aliments & les laisse sortir trop cruds, la stipticité du Quinquina remet les fibres dans leur tension naturelle.

Enfin la transpiration diminuée reviendra par ce remede à sa premiere quantité, & comme toutes ces differentes causes ou seules ou compliquées ensemble produisent presque toutes les fiévres, il doit y en avoir peu que le Quinquina ne guerisse.

Celles qu'il ne guérit pas, ce sont les fiévres lentes, qui naissent de quelque abscés interne d'où il s'écoule continuel-

lement dans le sang une matiere purulente. M. Reneaume a même remarqué que le Quinquina y étoit contraire, parce qu'en échauffant & en facilitant les digestions il augmente l'appetit des Malades, qui à mesure qu'ils prennent plus d'aliments fournissent plus de matiere à l'abscés.

Il n'appartiendroit qu'à un Traité de Medecine de rechercher en quelles occasions le Quinquina demande des préparations, ou quand il doit être accompagné de quelque autre remede. Nous laissons cela à l'art du Medecin, & ce sont peut-être ces sortes de jugements & de déterminations qui en font la partie la plus fine & la plus difficile. Il nous suffira de remarquer que M. Reneaume en suivant l'exemple & les instructions de M. Sidenham, celebre Medecin Anglois, a donné le Quinquina & souvent & avec succés dans des affections mélancholiques, ou hysteriques, que l'on appelle communément *Vapeurs,* sur-tout quand elles ont eu des accés bien marqués. Ce remede a aussi fort bien réüssi à M. Reneaume à la fin de quelques Dysenteries. Qu'il ait gueri des maux d'Estomac sans aucune fiévre, c'est une chose qui ne merite presque pas d'être rapportée, tant elle tient visiblement à sa nature, telle que nous l'avons expliquée ici.

SUR LE VITRIOL ET LE FER.

L'Article où nous avons parlé du Fer *, n'en a pas épuisé les vertus. Il n'a point touché à sa stipticité, que M. Geoffroy a considerée particulierement, & à laquelle seule il attribuë des effets opposés que le Fer produit en Medecine. V. les M. p. 170. * p. 25.

Il est aperitif & astringent, quoi-qu'ouvrir & resserrer soient contraires. Par exemple, il est aperitif, puisqu'il remedie aux Pâles couleurs, & qu'il rappelle l'évacuation supprimée, il est aussi astringent, puisque quand cette même évacuation est trop abondante, il la remet dans ses bor-

nes naturelles. M. Geoffroy prétend avec beaucoup d'apparence qu'il n'eſt aperitif que parce qu'il eſt aſtringent. Les canaux qui conduiſent les liqueurs dans le corps de l'Animal ne ſont pas de ſimples canaux privés d'action, ils aident eux-mêmes au mouvement des liqueurs qu'ils conduiſent, & cela en ſe reſſerrant & en diminuant leur propre capacité, ce qui atteniie les liqueurs, & en même temps les oblige d'avancer. Cet effet dépend du reſſort des fibres de ces vaiſſeaux, & d'une certaine proportion de forces qui doit être entre ce reſſort, & la reſiſtance des liqueurs. Si le reſſort des fibres eſt affoibli, & que les liqueurs ne ſoient plus ſuffiſamment batües & pouſſées, elles s'amaſſent dans les vaiſſeaux en trop grande quantité, & alors il arrive ou qu'elles s'épaiſſiſſent, & demeurent preſque coagulées, ou qu'il s'en échape au travers des pores des vaiſſeaux une partie qui s'épanche au dehors, & que même elles les rompent, & ſe font de nouvelles routes pour ſortir. Dans le premier cas, l'écoulement eſt arreſté, dans le ſecond il eſt trop abondant & irregulier, & l'un & l'autre a été cauſé par le relâchement des fibres que la ſtipticité du Fer corrige. Il eſt viſible que le même raiſonnement s'applique à toutes les maladies où ce relâchement a part, car un des grands principes de la méchanique du corps eſt l'équilibre neceſſaire entre les fluïdes qui ſont pouſſés, & les ſolides qui pouſſent.

La ſtipticité du Fer étant donc ſi utile, & même apparemment la plus utile de ſes qualités, il eſt bon de la porter par art à ſa derniere perfection. C'eſt ce que M. Geoffroy a fait par trois operations differentes, qui lui donnent une Eau-mere de Vitriol rougeâtre, onctueuſe, extrémement ſtiptique, ſans aucune acidité, ni corroſion. Il la tire du Vitriol, parce que le Fer qui y eſt extrémement diviſé & attenüé eſt plus en état de recevoir la forme qu'on veut & ſe preſente mieux à l'Artiſte. Le Vitriol a été pluſieurs fois diſſous, filtré, enſuite criſtalliſé, & l'Eau-mere eſt ce qui eſt reſté de liqueur aprés chaque criſtalliſation. Il en

reste une pareille de tous les sels fossiles qu'on a traités de même, & comme en reïterant toujours l'operation, ils se resoudroient entierement à la fin en cette liqueur, on la nomme *Eau-mere*, parce qu'elle contient tous les principes du Mineral, quoi-que desunis & alterés.

M. Geoffroy conçoit que dans son Eau-mere de Vitriol les Acides qui penetroient le Fer & par-là formoient le Vitriol se sont dégagés, qu'une assés grande partie de l'Huile du Fer s'est separée de la terre métallique la plus grossiere, que les Acides se sont réünis de nouveau, les uns à l'Huile du Fer separée de la terre, les autres à la terre separée de l'Huile, que les premiers absorbés dans l'Huile ne peuvent plus faire sentir d'acidité, que les seconds unis avec la terre font des sels Alkali, qui ne sont point corrosifs, à cause de l'Huile mêlée dans cette liqueur, & qui d'ailleurs lui donnent une qualité fort stiptique à cause de la terre qu'ils y soûtiennent en assés grande quantité. Pour prouver que la nature de cette liqueur est telle que nous la representons ici, il faudroit entrer dans le détail des opérations, mais nous le laissons à M. Geoffroy. Nous lui laissons aussi les usages medicinaux de son Eau stiptique; il est aisé d'imaginer qu'elle doit être bonne & à prendre par la bouche, & à appliquer exterieurement, mais quand on en aura pris cette idée generale, c'est à l'experience à fournir toutes les déterminations particulieres.

SUR DES MATIERES

Qui pénetrent les Metaux sans les fondre.

QUOI-QUE l'extrême divisibilité de la matiere & la subtilité où elle peut parvenir, & d'un autre côté la grande porosité des corps les plus solides, soient les deux choses du monde les plus établies en Phisique, cependant comme on pourroit peut-être supçonner que le besoin des V. les M. p. 306.

systêmes les feroit pousser toutes deux trop loin, il est bon que l'experience même nous rassure. Elle l'a déja fait dans cette Histoire sur le premier point *, elle le va faire sur le second avec autant d'évidence & de facilité.

* V. cy-dessus, p. 9.

Il n'y a point de corps plus compactes que les Metaux, & en même temps il est bien surement prouvé qu'ils ont des pores, tant parce que le feu les met en fusion, que parce que leurs dissolvants les réduisent en liqueur, car sans leurs pores ni le feu ni les dissolvants n'y pourroient mordre. Mais ces divisions violentes de leurs parties ne prouvent pas tant leur porosité que feroit le passage tranquille de quelque matiere au travers de leur substance, sans y causer le moindre dérangement ni la moindre alteration, car alors il faut qu'ils ayent eu des pores & forts ouverts, & en une quantité prodigieuse, & communiquants tous les uns avec les autres. C'est-là ce que M. Homberg a découvert le premier par le moyen de deux matieres qu'il a trouvées, dont l'une pénetre le Fer & l'autre l'Argent, & dont ni l'une ni l'autre ne laisse, pour ainsi dire, aucune trace de son passage.

Du Soufre commun mis sur une plaque de Fer fort rouge y fait un trou, & passe au travers. Ce même Soufre, mais fort affoibli, tant par certaines matieres avec lesquelles il est mêlé, que par les opérations qu'il a souffertes, devient le corps qui passe paisiblement au travers du Fer. Il le laisse aussi malléable qu'auparavant. Il n'a été question que de moderer l'impetuosité excessive de cet Agent.

De même le Soufre dissoudroit l'Argent avec violence; le Mercure le dissoudroit lentement & avec douceur; le Soufre & le Mercure mêlés ensemble d'une certaine façon seront les principaux ingredients d'une composition qui étant fonduë sur une lame d'Argent épaisse d'une demie-ligne la penetrera de part en part sans y faire d'ouverture. Il sera aussi malléable qu'il l'étoit, mais il prendra & en dehors & en dedans une vraye couleur de Plomb.

Il est fort remarquable dans cette seconde experience que

la matiere qui pénetre l'Argent n'étoit point malléable avant que de le pénetrer, & le devient aprés. M. Homberg conjecture qu'en traversant l'Argent elle y a déposé une terre qui empêchoit ses parties d'être bien liées par le Soufre qu'elle contenoit, & par consequent la rendoit cassante & friable. Peut-être aussi la couleur de plomb vient-elle de cette même terre dont l'Argent s'est chargé. Il y a toûjours bien des Phénoménes dans un seul.

DIVERSES OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

MR. Geoffroy le cadet a dit que l'Eau de Fleur d'Orange, qui sent l'empireume, perd cette odeur par la gelée, & en prend une trés agréable.

II.

M. Poli a tiré du Laurier à grandes feüilles que l'on appelle Laurier Royal à Lucques, où il l'a trouvé en grande abondance, une Huile qui a le goût & l'odeur d'Amandes ameres, mais avec beaucoup plus de force. Elle donne ce goût & cette odeur à tout, & sans aucun empireume. Si on en mêle une dragme avec une livre de sucre fin bien pulverisé, & que le tout soit bien pilé dans un Mortier de Verre, il s'en forme une poudre blanche excellente pour les douleurs d'Estomac, & qui même guerit souvent les fievres tierces & quartes, pourveû qu'on se soit purgé avant que d'en user. Il n'en faut prendre qu'une dragme pendant quelques jours.

III.

Dés que l'on débouche un Vaisseau où est de l'Esprit de Nitre, sur tout si cet Esprit est bien deflegmé, on voit sortir une fumée assés considerable. Les autres Esprits Acides en jettent moins, & à peine celle de l'Esprit de

Sel eſt-elle ſenſible. Mais M. Geoffroy le cadet a obſervé qu'elle le devient beaucoup, ſi on approche du vaiſſeau où eſt l'Eſprit de Sel un autre vaiſſeau où ſoit un fort Eſprit alkali volatil. Ce n'eſt pas, car il faut bannir le merveilleux autant qu'on peut, que ce voiſinage détermine l'Eſprit de Sel à jetter plus d'exhalaiſons, mais c'eſt que l'Alkali en jette auſſi de ſon côté, qu'elles ſe rencontrent dans l'air les unes les autres, & que comme elles ne ſont que les parties les plus ſubtiles des matieres d'où elles ſont ſorties, elles font entre elles ce que ces matieres auroient fait, qu'elles ſe joignent intimement, & produiſent par leur union un nouveau Sel plus ſenſible à la veuë que n'auroient été les deux differentes exhalaiſons ſeparées. Ce Sel eſt celui qui doit naître de l'Acide & de l'Alkali volatil, c'eſt-à-dire, un veritable Sel Armoniac. Et en effet ſi on expoſe à cette fumée compoſée des deux exhalaiſons une Cloche de verre, elle ſe charge de fleurs qui ſont les mêmes que ſi on l'eût expoſée à une vapeur des fleurs du Sel Armoniac. La fumée de l'Eſprit de Nitre mis auprés de l'Alkali volatil n'en paroît guere plus forte, apparemment parce qu'elle n'a pas beſoin de ce ſecours pour ſe faire bien voir ; ſeulement de rouge qu'elle étoit elle devient blanche, ce qui marque qu'elle eſt alterée auſſi par celle de l'Alkali.

IV.

Le Biſmuth eſt une eſpece d'Etain. C'eſt une matiere métallique blanche, caſſante, diſpoſée en petites facettes luiſantes comme des glaces, ce qui la fait nommer *Etain de Glace*. Il paroît être compoſé d'un Sel Mineral, d'un Soufre groſſier, de Mercure, d'un peu d'Arſenic, & de beaucoup de terre. M. Poli ayant pilé ſeparément une partie de Biſmuth, & deux de Sublimé corroſif, & les ayant mêlées enſemble dans une Cornuë à laquelle il avoit adapté un Recipient, en tira par la diſtillation une eſpece de gomme ou de beurre qui s'étoit attachée en partie au col de la Cornuë, & en partie étoit tombée dans le Recipient. Il diſtilla

distilla ce beurre une seconde fois, & outre un nouveau beurre qui vint comme le premier, il resta au fond de la Cornuë une poudre trés fine, de couleur de Perles Orientales, douce au toucher & gluante. Une troisiéme opération lui donna une poudre encore plus fine & plus belle; enfin il réïtera l'opération jusqu'à ce que le beurre fut entierement changé, partie en Mercure coulant, partie en poudre de couleur de Perles. Cette poudre pourra servir soit à imiter les Perles fines, soit à les representer en peinture, soit à donner cette agreable couleur à tels ouvrages qu'on voudra.

V.

M. Homberg a dit que sous la Zone torride l'extrême chaleur mangeoit le Plomb, & que des Goutieres y devenoient terre en 3. ou 4. ans.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

L'Observation de M. Geoffroy le cadet sur la chaleur de l'Esprit de Vin. V. les M. p. 53.

L'Ecrit de M. Homberg sur une séparation d'Or. V. les M. p. 67.

L'Observation du même sur la sublimation du Mercure. V. les M. p. 265.



BOTANIQUE.

SUR UNE PLANTE

Faussement rapportée au Genre des Lichen.

V. les M. p. 230. LE Lichen est une Plante qui naît comme la Mousse sur l'écorce des Arbres, & même souvent sur des Pierres. On prétend qu'elle est bonne pour la Gratelle, & pour les Dartres vives, & qu'elle a pris son nom de ces maladies même qu'elle guérit, car elles s'appellent ainsi en Grec. Peut-être aussi, & cela seroit plus naturel, ce nom vient-il de ce qu'on l'a regardée elle-même comme une gale & une espece de maladie des arbres sur lesquelles on l'a d'abord observée.

C'est un Genre que le Lichen, & il a beaucoup d'especes differentes. Il a des semences, mais point de Fleur, & M. Tournefort l'a rangé dans cette classe.*

* V. l'Hist. de 1700. p. 70. & suiv.

Une espece de Lichen appellée par C. Bauhin *Lichen petræus stellatus* devroit donc n'avoir point de Fleur, mais M. Marchant lui en a trouvé une dont il fait la description. Les negatives & les exclusions sont toûjours un peu dangereuses en fait de Phisique.

La Fleur de ce prétendu Lichen, qui, comme on peut juger, est fort petite a une singularité remarquable. Lorsqu'elle s'épanoüit, on voit au-dedans un paquet de filets repliés, & en quelque sorte confondus ensemble, qui ont un mouvement sensible par lequel ils s'allongent, & se débarrassent les uns d'entre les autres. A chaque fois qu'ils font cette espece d'effort, ou qu'ils le font plus sensiblement, il sort d'entre eux une poussiere trés fine qui se

perd en l'air. M. Marchant la prend pour les graines de la Plante, & avec beaucoup d'apparence, puisqu'on voit naître un nombre prodigieux de Plantes de cette espece autour d'une ancienne, & que de plus il en naît sur des murailles & jusques sur des toits, où il n'y a que l'air qui puisse les avoir semées. S'il y avoit des insectes en fait de Plantes, les Lichen seroient du nombre, & il se trouveroit que les Plantes les plus méprisées communément, ainsi que les Animaux, seroient les plus admirables.

Puisque le Lichen *petræus stellatus* a des Fleurs, ce n'est plus un Lichen, & par cette raison M. Marchant en fait un nouveau genre qu'il appelle *Marchantia*, du nom de son pere, fameux Botaniste, & le premier qu'ait eu l'Academie. On ne peut envier aux Botanistes pour payement de leurs travaux le droit de nommer des Plantes.

OBSERVATION BOTANIQUE.

M. R. de Reaumur allant de Saumur à Thoüars au mois de Juin 1711. remarqua dans toute une étenduë de 5. lieuës de chemin que des Pruniers sauvages qui sont communément dans les buissons & dans les hayes, & qui devoient avoir alors de petites prunes rondes de la grosseur d'un Pois, comme ils en avoient effectivement, en avoient tous à peu-prés autant d'une grandeur & d'une figure differente. Elles étoient ovales, fort semblables a de jeunes Amandes, souvent dans le sens de leur grande longueur, une fois & demie plus longues que les fruits naturels & ordinaires. Leur couleur étoit aussi d'un vert moins foncé, & tiroit sur le jaunâtre. Les 5. lieuës passées, M. de Reaumur chercha inutilement de semblables Prunes pendant 25. lieuës de chemin, quoi-qu'il y eût des mêmes Pruniers en abondance. Dans l'étenduë où se trouvoient les Prunes irregulieres ou monstrueuses, les autres Arbres n'avoient point de fruits qui le fussent. C'est une chose assés

singuliere que ce mélange presque égal de fruits naturels & de fruits monstrueux sur une seule espece d'Arbres pendant tout un si long chemin, & pendant ce chemin seulement. M. de Reaumur en rapporte la cause à quelque pluye d'orage, chargée peut-être de Sels particuliers, qui n'avoit tenu que 5. lieuës, qui avoit introduit dans les Pruniers des sucs plus abondants & plus nourrissants qu'à l'ordinaire, & avoit trouvé la moitié de leurs fruits en état d'en profiter, au lieu que ceux des autres Arbres n'étoient pas alors dans cette disposition.

NOus renvoyons entierement aux Memoires L'Ecrit de M. de Reaumur sur une nouvelle Plante qu'il nomme *Boletus ramosus Coralloïdes fœtidus*.

V. les M. p. 71.

Et celui de M. Jussieu sur l'Arbre qui porte le Caffé.

V. les M. p. 291.

GEOMETRIE.

SUR LES DEVELOPPÉES.

V. les M. p. 123.

VOICI la suite de la Theorie generale des Developpements que M. Varignon avoit commencée *. Comme les Developpées sont modernes, la matiere est encore assés neuve, & peut fournir beaucoup à qui sçait l'approfondir.

* V. l'Hist. de 1712. p. 64. & suiv.

L'origine d'un Developpement est arbitraire, c'est-à-dire, que quoi-qu'il soit plus naturel de commencer à developper une Courbe au point où elle prend naissance, il est cependant permis de commencer à la developper à tel autre point qu'on voudra. Toute la difference sera qu'au lieu qu'un Developpement commencé à l'origine de la Courbe

sera continu, celui qui commencera à quelque point de son cours sera, pour ainsi dire, interrompu & brisé, parce que quand on l'aura développée de ce point vers une de ses extremités, il faudra retourner à ce même point pour la développer de là vers l'autre extremité.

Il suit déja de cette seule idée que si une Courbe est toujours concave d'un même côté, comme une demi-Parabole, & que l'on commence à la développer par son sommet, la Développante qui est toujours concave vers le même côté que la Développée sera une Courbe d'un cours continu, & dont la concavité sera toujours tournée du même sens, mais que si on commence à développer la demi Parabole par un autre point que le sommet, la Développante aura un rebroussement à l'origine du développement, & deux Branches dont les concavités se tourneront vers des côtés opposés. Il est visible que cela est general, & qu'une Courbe quelconque d'un cours continu, & toute concave d'un seul côté, développée par un point quelconque moyen entre ses deux extrémités, produit une Développante rebroussée en sens contraires.

Aux Courbes d'un cours continu sont opposées celles qui rebroussent, & aux Courbes toutes concaves d'un seul côté sont opposées celles qui le sont de differents côtés, & celles-cy ont ou une Inflexion, ou un Rebroussement dont les deux branches sont tournées de sens contraires ; car pour celles qui ont un rebroussement dont les deux branches sont tournées du même sens, ou, ce qui est la même chose, concaves du même côté, elles ne sont opposées qu'aux Courbes d'un cours continu. Nous venons de voir les Développantes que produisent des Courbes d'un cours continu, & toutes concaves d'un seul côté, soit qu'on ait commencé à les développer à leur origine, ou à quelque autre point, reste à voir les Développantes que produiront les autres Courbes d'un cours non continu, ou concaves vers differents côtés, développées par tel de leurs points qu'on voudra.

Ces Courbes ayant toutes un Rebroussement ou une Inflexion, elles ont trois espèces de points par où peut commencer le Développement. 1°. Leur origine, ou, ce qui revient au même, leur extremité. 2°. Le point d'inflexion ou de rebroussement. 3°. Tel autre point qu'on voudra qui ne sera aucun des précedents. Il est clair que les développements commencés par la 1re. ou la 3me. espece de points retombent dans le même cas que ceux des Courbes d'un cours continu & concaves d'un seul côté, pourveu qu'on ne les pousse que jusqu'aux points d'inflexion ou de rebroussement. Quant à ceux qui commenceroient par ces points de rebroussement ou d'inflexion, ils sont les mêmes que ceux qui commenceroient à l'origine d'une Courbe simple, & si on les considere de part & d'autre de ces points, ils sont les mêmes que ceux de deux Courbes simples posées l'une à l'égard de l'autre comme les deux Branches de la Courbe dont il s'agit, & enfin les développements qui ayant commencé par quelque autre point que ceux d'inflexion ou de rebroussement y arrivent & vont au de-là, ne sont que ceux des deux differentes branches de la Courbe. On voit donc qu'il est fort aisé de tracer les développements, ou, ce qui est la même chose, les Développantes de toutes les Courbes, à quelque point que l'on commence à les développer.

Les Courbes rebroussées en sens contraires étant développées ou par leurs extremités ou par leur point de rebroussement, produisent des Développantes d'un cours continu, & toutes concaves d'un seul côté.

Les Courbes rebroussées en même sens, étant développées ou par leurs extremités ou par leur point de rebroussement, produisent des Développantes qui sont pareillement rebroussées en même sens, & du même sens que les Développées.

Les Courbes qui ont une inflexion, & que M. Varignon appelle *contournées*, étant développées par leurs extremités produisent des Développantes rebroussées en même sens,

& si elles sont développées par leur point d'inflexion ; elles produisent des Développantes, qui sont contournées comme elles.

Si toutes ces Courbes, tant rebroussées que contournées sont développées par d'autres points, c'est-à-dire, par ceux que nous avons appellés de la 3me. espece, elles produisent des Développantes moins simples, mais qui se peuvent aisément réduire à celles qui ont été produites par les autres développements. Ainsi nous ne nous arresterons point à les considerer.

Ce qu'il y a de plus important dans une Développante, c'est son Rayon ou son Cercle Osculateur. A chaque point de la Développée répond un Cercle osculateur dans la Développante, & chaque Cercle osculateur a deux de ses côtés infiniment petits exactement posés sur deux côtés pareils de la Développante, l'un au dedans de cette Courbe, l'autre au dehors, desorte qu'il la touche & la coupe en même temps, ou la touche doublement, & en dehors & en dedans.

De-là il suit que si un point de la Développée est équivalent à deux points, il doit répondre à ce point deux Cercles osculateurs de la Développante infiniment proches & égaux. Or dans toute Courbe rebroussée le point de rebroussement qui appartient en même temps à deux branches differentes est équivalent à deux points, & par consequent la Développante d'une Courbe rebroussée doit avoir dans celui de ses points qui répond au point de rebroussement de la Développée deux Cercles osculateurs égaux & infiniment proches.

Puisqu'il est de l'essence du Cercle osculateur d'avoir deux côtés infiniment petits communs avec la Développante, deux Cercles osculateurs doivent naturellement en avoir quatre, & cela dans le même point ou dans la même étenduë infiniment petite de la Courbe, mais on voit en traçant les Cercles que des quatre côtés il y en a toujours deux qui se confondent en un.

Si une Courbe rebroussée en sens contraires a été développée par son point de rebroussement, un des deux Cercles osculateurs de la Développante a le premier de ses deux côtés interieurs à la Courbe, & le second exterieur, & l'autre Cercle a son premier côté exterieur, & le second interieur, desorte que le second côté du 1er. Cercle, & le premier du 2d. n'ayant que la même position à l'égard de la Courbe & étant contigus, ne doivent passer que pour un.

Si la même Courbe rebroussée a été développée par ses extremités, un des Cercles osculateurs de la Développante a son premier côté exterieur à la Courbe, le second interieur, & l'autre Cercle a son premier côté interieur, & l'autre exterieur, & par la même raison les deux côtés du milieu n'en sont encore qu'un seul.

Il paroît assés par cette disposition des deux Cercles osculateurs, qu'ils peuvent aussi & doivent même n'être contés que pour un, mais pour un qui a trois côtés communs avec la Développante, au lieu que tous les autres Cercles osculateurs dans tous les autres points de la même Courbe n'y ont que deux côtés communs avec elle. Ainsi dans les deux cas que nous venons de representer le Cercle osculateur de la Développante au point dont il s'agit, non seulement la baise, mais s'entrelace avec elle de deux manieres opposées.

On sçait qu'à chaque côté infiniment petit d'une Courbe répondent deux Ordonnées infiniment proches, à deux côtés consecutifs trois Ordonnées, quatre à trois côtés &c. de même en prenant les côtés d'une Courbe quelconque Developpante pour des arcs circulaires infiniment petits décrits du Rayon Osculateur, aux deux côtés qu'un Cercle osculateur a toûjours communs avec la Courbe répondent trois Rayons infiniment proches & égaux, & puisque dans les Développantes formées par des Rebroussées en sens contraires, le Cercle Osculateur a trois côtés communs avec la Courbe, il y aura quatre Rayons osculateurs infiniment proches & égaux. Par consequent si on a une Equation

Equation algebrique qui exprime le Rayon osculateur pour tous les points d'une Développante de cette espece, cette équation aura quatre Racines égales pour le point où le Cercle osculateur aura trois côtés communs avec la Courbe.

Voyons maintenant les Developpantes formées par le developpement de Courbes rebroussées en même sens. Nous avons dit que ces Développantes seront aussi rebroussées en même sens. Sur cela il faut considerer que non-seulement à chaque point de la Développée répond un Cercle osculateur dans la Développante, mais encore que chaque point de la Développante a le sien. De-là il suit que si un point de la Développante est équivalent à deux points, il doit *par lui-même* avoir deux Cercles osculateurs infiniment proches & égaux. Or ici la Developpante est rebroussée aussi-bien que la Developpée. Donc si le point de rebroussement de la Developpante est équivalente à deux points aussi-bien que celui de la Developpée, elle doit avoir par elle-même en ce point deux Cercles osculateurs outre les deux qu'elle aura de la part de la Développée, c'est-à-dire, quatre Cercles osculateurs infiniment proches & égaux, ou plustôt un seul qui aura quatre côtés communs avec elle, & il est évident que ces quatre côtés produiront cinq racines égales.

J'ai dit, *si le point de rebroussement de la Développante est équivalent à deux points aussi-bien que celui de la Développée*, car tout point de rebroussement n'est pas équivalent à deux points. Le rebroussement se fait de deux manieres, par deux côtés exactement posés l'un sur l'autre, ou par deux côtés qui font ensemble un angle infiniment petit. Dans le premier cas un côté ou un point est équivalent à deux, puisqu'il est formé de deux qui sont confondus, mais dans le second, l'angle empêche leur confusion, & les deux côtés ou points sont toûjours deux. Il se trouve que le point de rebroussement des Développantes formées par des Rebroussées en même sens, est dans le premier cas, & ce qui le prouve, c'est qu'on verra par

les démonſtrations de M. Varignon que le cercle oſculateur de ce point-là ne paſſe ni ne peut paſſer entre les deux branches de la Développante qui rebrouſſe, mais eſt ou au dedans ou au dehors des deux. Et en effet ſelon la premiere idée que nous avons donnée du rebrouſſement, il eſt impoſſible qu'aucune Courbe paſſe entre deux lignes exactement poſées l'une ſur l'autre, & qui ne font point d'angle.

On voit clairement par tout ce qui a été dit que les Rebrouſſées en ſens contraires produiſant par leur développement des Développantes qui ont un cours continu, & les Rebrouſſées en même ſens des Développantes qui ſont rebrouſſées auſſi, les premieres Développantes ne doivent avoir à cauſe de leur cours continu que quatre racines égales dans le point qui répond au point de rebrouſſement de leurs Développées, & que les ſecondes Développantes doivent avoir cinq racines égales à cauſe de leur rebrouſſement.

Il reſte le développement des Contournées. Si elles ſont développées par leurs extremités, elles produiſent des Développantes rebrouſſées en même ſens. Le point d'inflexoin des Contournées vaut deux points, car il faut le concevoir comme formé de deux côtés poſés exactement bout à bout en ligne droite, ſans faire entre eux aucun angle de contingence. Donc le point de la Développante qui répond à ce point d'inflexion a un Cercle oſculateur qui a trois côtés communs avec la Courbe. Il faut voir maintenant s'il n'en a point juſqu'à quatre, à cauſe du rebrouſſement de la Développante. Mais ce rebrouſſement eſt formé de deux côtés qui font entre eux un angle infiniment petit, & ce qui le prouve, c'eſt que le Cercle oſculateur diviſe cet angle, & paſſe entre les deux branches qui font le rebrouſſement. Donc ce Cercle n'a que trois côtés communs avec la Développante, & il n'y a dans ce point de rebrouſſement que quatre racines égales.

Si les Contournées ſont developpées par leur point d'in-

flexion, elles produisent des Développantes qui sont pareillement contournées. Alors il semble que la Développante ayant un point d'inflexion équivalent à deux points aussibien que la Développée, le Cercle osculateur de la Développante en ce point doive avoir quatre côtés communs avec elle, comme le Cercle osculateur au point de rebroussement d'une Développante rebroussée produite par une Rebroussée. Mais il y a une grande difference, qui vient de la differente position des Cercles osculateurs. Quand on développe une Contournée par son point d'inflexion, le premier côté de la Développante que l'on décrit est l'un des deux côtés qui doivent former son point d'inflexion, & l'on décrit ensuite toute une branche d'un cours continu. Cela fait, on revient au point d'inflexion de la Développée, on décrit le second des deux côtés qui doivent faire le point d'inflexion de la Développante, & on en décrit la seconde branche qui n'a qu'un cours continu. Il arrive de-là qu'au point d'inflexion de la Développante ses deux branches ont chacune leur Cercle osculateur dont les convexités sont opposées. Ces deux cercles ont deux côtés communs chacun avec la branche à laquelle il appartient, mais il n'ont aucun côté commun entre eux. Ainsi ce ne sont point deux Cercles osculateurs qui se confondent en un, & qui forment un seul Cercle qui ait ou trois ou quatre côtés communs avec la Courbe, comme dans les autres cas que l'on a veûs. Il est clair qu'en ces cas-là les Cercles osculateurs qui se confondoient avoient la même position, ou, ce qui revient au même, leurs concavités tournées du même côté.

Il est établi chés les Géometres que le rayon osculateur est la mesure de la courbure des Courbes. Elle est plus petite quand il est plus grand, & au contraire, & par consequent au point où une Courbe aura une courbure nulle elle aura un rayon osculateur infini, & elle en aura un infiniment petit au point où sa courbure sera infinie. M. Varignon trouve aisément par sa Theorie les grandeurs des

rayons osculateurs de chaque Développante, & par consequent la differente courbure de ces Courbes. Il arrive à un Paradoxe assés étonnant déja avancé par feu M. le Marquis de l'Hôpital, c'est que dans le point d'inflexion qui paroît formé de la même maniere dans toutes les Courbes, & également constitué, le rayon osculateur est quelquefois infini, quelquefois nul, c'est-à-dire, la courbure quelquefois nulle, quelquefois infinie. Cette matiere demanderoit des reflexions qui nous meneroient trop loin. La Géometrie a ses misteres, dont on sçait déja que plusieurs ne sont que des misteres apparents, puisqu'ils ont cessé de l'être quand on les a approfondis. Il est à souhaiter qu'ils soient tous de de la même espece.

SUR LES POLIGONES

INSCRITS OU CIRCONSCRITS AU CERCLE.

V. les M. p. 76.

INSCRIRE dans un Cercle un Poligone *regulier*, c'est-à-dire, dont tous les côtés sont égaux, c'est le disposer de maniere au dedans d'un Cercle que chacun de ses côtés en coupe la circonference par ses deux extremités, & le circonscrire au Cercle, c'est le disposer de maniere au dehors du Cercle, que chacun de ses côtés en touche par son milieu la circonference. Chaque côté d'un Poligone inscrit est donc la corde d'un arc de cercle égal à celui dont chaque autre côté est la corde, & de même tous les côtés d'un Poligone circonscrit sont les Tangentes d'arcs de cercle égaux, & si les deux Poligones, l'inscrit & le circonscrit ont le même nombre de côtés, les côtés de l'un sont cordes, & ceux de l'autre tangentes des mêmes arcs.

Un Poligone quelconque étant inscrit dans un Cercle, si l'on y en veut inscrire un autre qui ait deux fois plus de côtés, il ne faut que couper en deux chaque arc soûtenu par chaque côté du premier Poligone, & tirer deux nou-

velles cordes aux deux nouveaux arcs, & il est clair que cette division se peut continuer tant qu'on voudra selon la progression soudouble.

La moitié de la Corde d'un arc de Cercle est le sinus de l'arc qui est la moitié de celui que la Corde soûtient. Ainsi le double d'un sinus quelconque est la Corde d'un certain arc, & par consequent le côté d'un certain Poligone inscrit. Par exemple, le double du sinus de l'arc de 60. est la Corde de l'arc de 120. & le côté du Triangle équilateral, le moindre de tous les Poligones qui se peuvent inscrire dans le Cercle. Le double du sinus de 30. est la corde de l'arc de 60. & le côté de l'Exagone. Le double du sinus de 15. est la corde de 30. & le côté du Dodecagone, &c. d'où l'on voit qu'un arc quelconque étant donné, si l'on sçait trouver le sinus de sa moitié, on trouvera de suite les côtés de tous les Poligones qui auront toujours un nombre de côtés double.

M. Saulmon donne une formule générale pour tirer du sinus donné d'un arc le sinus de sa moitié, & par consequent pour inscrire perpetuellement dans le Cercle des Poligones dont chacun aura deux fois plus de côtés que le précedent. Il n'entre dans cette formule que le Rayon du Cercle, & le sinus donné, ou, ce qui revient au même, le dernier sinus qu'on aura trouvé en poursuivant toujours la division de l'arc.

La même méthode de M. Saulmon s'étend aux Poligones circonscrits, à cela prés qu'il faut prendre les Tangentes des arcs au lieu de leurs Cordes. La formule generale ne comprend que les deux mêmes grandeurs.

Ainsi quel que soit le premier Poligone inscrit ou circonscrit au Cercle, on peut ensuite inscrire & circonscrire à ce même Cercle à l'infini des Poligones d'un nombre de côtés toujours double, & il est visible que plus le nombre de leurs côtés augmente, moins le circuit & l'aire des circonscrits surpassent la circonference & l'aire du Cercle, & moins le circuit & l'aire des inscrits sont surpassés par la

même circonference & la même aire, desorte que les divisions étant poussées jusqu'à l'infini il paroît necessaire que les circonscrits d'un côté & les inscrits de l'autre se confondent absolument avec le Cercle.

M. Saulmon démontre que si en faisant la division des arcs, ou, ce qui revient au même, en doublant le nombre des côtes d'un Poligone quelconque inscrit ou circonscrit, on vient à trouver par la formule générale que la difference du quarré du Rayon du Cercle, & du quarré du sinus immediatement précedent, ne soit pas un quarré parfait, ce qui emporte que la racine quarrée de cette difference soit un nombre incommensurable, alors les circuits de tous les Poligones inscrits & circonscrits qui suivront seront incommensurables avec le Rayon du Cercle, & leurs aires incommensurables avec le quarré de ce Rayon. En un mot dés que par la voye que nous venons de marquer l'incommensurabilité sera entrée dans un Poligone, elle se maintiendra dans tous les Poligones suivants, tant à l'égard du circuit que de l'aire.

Cette incommensurabilité se trouve presque toujours dés le premier Poligone. Elle est, par exemple, dans le Triangle équilateral, dans le Quarré, dans le Pentagone. Et s'il y a quelque premier Poligone où elle ne soit pas, il est sûr qu'elle entrera bien-tôt dans quelque Poligone suivant, aprés quoi elle ne sortira plus de cette suite.

Reste à sçavoir si elle se soutient jusques dans l'Infini, c'est à dire, jusqu'au terme où les Poligones inscrits & circonscrits se confondent avec le Cercle. En ce cas, il seroit certain que les circuits de ces Poligones ou la circonference du Cercle seroit incommensurable avec le Rayon, & l'aire du Cercle incommensurable avec le quarré du Rayon.

Le sujet d'en douter est que l'incommensurabilité de deux grandeurs consiste dans un certain excés de l'une sur l'autre. Cet excés peut toujours demeurer égal, ou même augmenter pendant une progression infinie, mais il peut aussi diminuer, & alors il deviendroit nul dans l'infi-

ni, & l'incommensurabilité cesseroit.

Mais il y a bien de l'apparence qu'elle se conserve jusques dans l'infini entre la circonference du Cercle & son Rayon, ou entre l'aire & le quarré du Rayon. Car on n'a pû, du moins jusqu'ici, trouver le rapport de ces grandeurs que par des suites infinies, ce qui est une marque d'incommensurabilité.*

* V. l'Hist. de 1711. p. 62. & suiv.

Quand ces grandeurs seroient incommensurables, ce ne seroit pas à dire que la Quadrature du Cercle fût impossible. Il faudroit & qu'elles fussent incommensurables, & que leur rapport ne pût absolument être exprimé que par des suites infinies, car alors il seroit bien sûr que la somme finie de ces suites ne se pourroit jamais trouver.

SUR LES INTERSECTIONS DES COURBES.

V. les M. p. 243. & 261.

QUE deux Sections Coniques se puissent couper en 4. points, c'est une chose qui saute aux yeux. Si une Parabole, par exemple, rencontre par ses deux côtés, qui sont les deux demi-Paraboles une circonference de Cercle qu'elle coupe, & dans laquelle par consequent elle entre, il faut necessairement qu'elle en sorte, & elle n'en peut sortir qu'en coupant encore le Cercle en deux points. Il en va de même des autres Sections Coniques prises deux à deux, il n'y a qu'à leur donner entre elles une disposition convenable pour l'intersection en 4. points. Comme toutes ces Courbes sont formées de deux moitiés égales & semblables separées par un axe que chacune d'elles regarde par sa concavité, la disposition qu'on donne naturellement à deux Sections Coniques pour faire qu'elles se coupent en 4. points, est de les décrire sur un axe ou du moins sur un diametre commun, desorte que chacune des deux Courbes ait sa moitié ou du moins une portion de cette moitié d'un

côté de cet axe ou diametre, & l'autre moitié ou une portion de l'autre côté. Enfin quand elles se coupent en 4. points, on imagine naturellement que deux intersections se font dans deux branches ou portions de chaque Courbe concaves toutes deux vers un certain diametre, & les deux autres intersections dans deux autres branches ou portions concaves du côté opposé du même diametre.

Aussi quand M. Rolle apporta à l'Academie cette Proposition, Qu'une demi-Parabole & une demi-Hiperbole pouvoient se couper en 4. points, de maniere que dans toute l'étenduë où se faisoient les 4. intersections les portions de chacune de ces deux Courbes fussent toujours concaves du même côté d'un diametre, les Geometres furent d'abord surpris du Paradoxe. M. de la Hire & M. Saurin se mirent à l'examiner, & le trouverent vrai. Si quelqu'un a fait cette observation singuliere avant M. Rolle, du moins ne s'en souvint-on point, & c'est un grand préjugé qu'elle est nouvelle. Quoi-que nouvelle & singuliere, on peut cependant, maintenant qu'elle est éclaircie, être étonné qu'elle n'ait pas encore été faite ; en voici le dénoüement.

Tous les Géometres conviennent, & nous l'avons dit bien des fois, qu'une Equation déterminée du 4me. degré se construit par deux Sections Coniques, qui pouvant se couper en 4. points donneront par les Ordonnées communes qu'elles auront en ces points les 4. Racines de l'Equation, supposé qu'elles soient toutes quatre réelles. Le plus ordinairement ces racines réelles sont mêlées de positives & de négatives. Les positives sont des Ordonnées qui doivent être au dessus du diametre par rapport auquel on a décrit les deux Courbes, & les négatives sont des Ordonnées tirées au dessous de ce diametre. Par consequent en ce cas les intersections se font tant au dessus qu'au dessous du diametre, c'est-à-dire, dans des branches ou portions des deux Courbes dont les concavités sont tournées vers des côtés opposés.

De

De plus, quand on a une Equation à construire, on ne manque point, pour rendre la construction plus simple & plus élegante, de faire évanoüir le second terme. Or cet évanoüissement ne peut arriver que quand la somme des racines positives est égale à la somme des négatives. On a donc alors un mélange des unes & des autres, & par consequent les deux Courbes par le moyen desquelles se fait la construction, se coupent des deux côtés d'un même axe ou diametre.

Mais pourquoi ce cas est-il le seul auquel on a fait attention ! Ne peut-on pas mettre dans une Equation déterminée du 4me. degré 4. racines réelles & positives ! Alors elle se construira encore par deux Sections Coniques, puisqu'elle est toûjours du 4me. degré, & les 4. racines étant positives, les deux Courbes auront 4. Ordonnées communes au dessus du même diametre, & par consequent se couperont en 4. points, & dans toute l'étenduë de ces 4. intersections elles auront leurs concavités tournées du même côté. C'est-là tout le mistere.

Comme l'Equation déterminée du 4me. degré ne peut avoir que 4. racines, les deux Sections Coniques ne se peuvent couper qu'en 4. points, & quand les deux portions concaves toutes deux du même côté ont eu les 4. intersections, les deux Courbes ne se peuvent plus couper dans leurs autres portions ou branches.

L'étenduë dans laquelle se feront les 4. intersections dépend de la difference qui est entre les 4. racines positives de l'Equation. Si l'une, par exemple, est 1. l'autre 6. l'autre 20. la derniere 50. il est clair que les Ordonnées qu'elles representent ne pourront se trouver que dans une assés grande étenduë des deux Courbes ausquelles elles sont communes, au lieu qu'elles se trouveroient dans une étenduë beaucoup moindre si les 4. racines étoient 1. 2. 3. 4. On peut donc trouver les 4. intersections avec la condition que M. Rolle y a observée, dans une étenduë des deux Courbes aussi grande & aussi petite qu'on vou-

dra, cela dépendra du plus ou moins d'inégalité des 4. racines, & cette étenduë peut être si petite qu'il sera impossible d'y tracer actuellement les 4. interfections, & presque inconcevable qu'elles y soient réellement.

Si les deux Sections Coniques avoient le même sommet, il seroit impossible que les 4. intersections se fissent du même côté, car les deux Courbes partant, pour ainsi dire, du même point, & ayant de part & d'autre de leur axe commun deux moitiés égales & opposées, il seroit necessaire que ce qui arriveroit d'un côté de cet axe arrivât aussi de l'autre, & par consequent qu'il y eût deux intersections de chaque côté, & non pas quatre d'un seul.

Si dans l'Équation déterminée il y avoit deux racines égales, les deux Sections Coniques ne se rencontreroient qu'en 3. points, parce que deux racines ou Ordonnées égales produisent un point d'attouchement, qui en vaut deux d'intersection ; & s'il y avoit 3. racines égales, les deux Courbes ne se rencontreroient qu'en deux points : je dis dans les deux cas *rencontreroient*, parce que dans le 1er. les Courbes se toucheroient en un point sans se couper, & se couperoient en deux autres, & que dans le 2d. cas, les Courbes se couperoient & se toucheroient en un point, & se couperoient simplement en un autre. La raison en est que deux racines ou Ordonnées égales communes à deux Courbes donnent un attouchement sans intersection, & que trois donnent un attouchement avec intersection, selon ce que nous avons expliqué dans l'Hist. de 1710.*

* p. 90. & suiv.

Si l'on a à construire une Equation déterminée du 4me. degré dont les 4. racines soient réelles & positives, il est sûr d'abord qu'elle se doit construire par deux Sections Coniques, dont on peut prendre l'une arbitrairement, & par consequent ce peut toûjours être un Cercle, qui se combinera avec l'autre Section Conique, que l'Equation donnera necessairement. Mais le cercle entier ne peut pas servir à cette construction, car la moitié de ses Ordonnées

ſont poſitives, & l'autre moitié négatives, & ici il ne faut que des racines ou Ordonnées poſitives. Voilà donc déja le Cercle réduit au demi-Cercle, ſeul utile à la conſtruction. Si les 4. racines ſont inégales, il eſt clair qu'elles ſe prennent toutes 4. dans le même quart de Cercle. S'il y en a 2. égales, il eſt bien vrai qu'il pourroit y en avoir une dans un quart de Cercle, & l'autre dans l'autre, mais il eſt vrai auſſi qu'elles peuvent être dans le même quart de Cercle, où elles ſeront infiniment proches, & répondront à une Tangente, & de plus elles y doivent être, parce qu'étant communes aux deux Courbes, il faut qu'elles répondent à une Tangente qui leur ſoit commune, & par conſequent à un point d'attouchement de deux Courbes, ce qui ne ſe peut que dans le même Quart de Cercle. Donc il n'y aura qu'un ſeul Quart de Cercle utile à la conſtruction, & dans cette ſeule étenduë ſe feront toutes les interſections dont il s'agit, les concavités des deux Courbes étant toûjours tournées du même côté.

On comprend aiſément que cette Theorie des interſections peut s'appliquer aux Equations plus élevées que le 4me. degré, & qui ſe conſtruiront par des Courbes plus élevées auſſi que les *Sections* Coniques. Toute idée particuliere devient générale dés qu'on la dépoüille de ſes circonſtances individuelles, & qu'on la réduit à ce qu'elle peut avoir de commun avec d'autres idées.

SUR UN ESPACE CIRCULAIRE QUARRABLE.

COMME les Géometres, du moins les habiles, deſeſperent de la Quadrature du Cercle, c'eſt une eſpece de conſolation pour eux de trouver celle de quelque eſpace circulaire. Hipocrate de Chio eſt le premier que l'on ſçache qui s'en ſoit aviſé en démontrant l'égalité de la Lunu-

le qui porte son nom avec un espace rectiligne. On a vû dans l'Hist. de 1701.* jusqu'où les Géometres modernes avoient poussé cette premiere idée, & dans celle de 1703.* d'autres quadratures de certaines portions de Cercle, qui sont dûës à M. Varignon. En dernier lieu M. Saulmon a trouvé une autre quadrature d'un espace circulaire toute differente.

*p. 79. & suiv.
*p. 63.

Si quatre Cercles égaux se touchent, & sont disposés de sorte que leurs quatre centres étant joints par des lignes droites, ces lignes fassent un quarré, il restera entre les 4. Cercles un espace quadrilatere dont les 4. côtés égaux seront chacun l'arc d'un quart de cercle. Si ces 4. Cercles se touchant toûjours sont disposés de maniere que les droites qui joignent leurs centres fassent un Rhombe ou Losange, il restera de part & d'autre d'un des points d'attouchement deux espaces égaux formés chacun de trois arcs de cercles égaux, ou deux triangles circulaires égaux & tous deux équilateraux. La grandeur des côtés circulaires de chacun de ces triangles dépend de l'angle aigu du Rhombe, qui naît des 4. Cercles disposés de cette seconde maniere; plus cet angle est petit, plus ces côtés circulaires le sont aussi, & au contraire.

Le quadrilatere circulaire que laissent entre eux les Cercles dans la premiere disposition, est évidemment plus grand que les deux triangles circulaires qu'ils laissent pareillement entre eux dans la seconde. Mais il est aisé de prendre dans la moitié du quadrilatere une portion égale à un des triangles, & cela fait il reste une portion du Quadrilatere qui est encore curviligne & circulaire. Cette portion est la moitié de la difference qui est entre le Quadrilatere & les deux Triangles, & c'est elle ou l'espace qui en est le double, que M. Saulmon va quarrer.

Le Quarré & le Rhombe formés dans les deux dispositions des Cercles par les lignes qui joignent les 4. centres, sont deux espaces rectilignes. Le premier est le quarré du diametre des Cercles, le second est un Rhombe fait

fur ce même diametre, & dont les angles sont connus. Par consequent on a ces deux espaces, & l'excés du Quarré sur le Rhombe qui est aussi un espace rectiligne. D'un autre côté le Quarré & le Rhombe comprennent chacun quatre secteurs circulaires, & la somme de ces quatre secteurs est necessairement égale dans chacun. Donc en les retranchant tous quatre de part & d'autre, la difference des deux restes est la difference du Quarré & du Rhombe. Or les deux restes sont l'un le Quadrilatere circulaire, & l'autre les deux Triangles circulaires. Donc leur difference que nous venons de voir qui est un espace circulaire déterminé est égale à la difference du Quarré & du Rhombe qui est un espace rectiligne.

On voit que le point capital d'où tout ceci dépend est que le Quarré & le Rhombe comprennent des secteurs circulaires qui font de part & d'autre une somme égale; c'est-là ce qui fait que quand on les a retranchés, il reste des espaces curvilignes dont la difference est celle du Quarré & du Rhombe. Il suit donc de-là que l'on trouveroit encore des quadratures de même espece en prenant des Cercles inégaux que l'on disposeroit differemment, & en formant par la jonction de leurs centres d'autres Poligones que le Quarré & le Rhombe, pourveû que ces nouveaux Poligones comprissent entre leurs angles des secteurs circulaires dont les sommes fussent égales.

En général tout l'art de ces sortes de quadratures consiste à retrancher de deux espaces connus des espaces curvilignes égaux ou communs, de sorte que les restes soient des espaces curvilignes d'un côté & rectilignes de l'autre, qui soient égaux, ou qui ayent un rapport connu. La Lunule d'Hipocrate, & la Quadrature de M. Saulmon, quoique si differentes, se réduisent également là.

NOus renvoyons entierement aux Memoires L'Ecrit de M. de la Hire sur les Trapezes.

V. les M. p. 222.

ASTRONOMIE.

SUR LA FIGURE DE LA TERRE.

V. les M. p. 188.

NOus ne parlerons point des differentes Figures qu'on a autrefois données à la Terre comme au hazard, l'une n'avoit pas plus de fondement que l'autre, & chaque Philosophe révoit à son gré. Il y a fort long-temps que la raison a décidé pour la Figure Sphérique, & que l'on s'en tient là. Il n'est plus question que de sçavoir si cette Figure est exactement Sphérique, ou si elle ne tient pas un peu du Sphéroïde ou de l'Ovale.

Les raisonnements tirés de la differente longueur du Pendule en differents climats, ou de l'inégalité de la force centrifuge qui resulte du mouvement journalier de la Terre, * sont peut-être un peu trop subtils pour produire une certaine conviction, on peut même n'être pas encore assés sûr des principes, & les consequences peuvent quelquefois être differentes. Ainsi il paroît qu'il vaut mieux n'employer dans cette recherche, comme fait M. Cassini, que des observations incontestables, & qui aillent directement à décider la question.

* V. l'Hist. de 1700. p. 114. & suiv.

Nous avons dit dans l'Hist. de 1701. * que feu M. Cassini avoit trouvé que dans la Meridienne tirée par toute l'étenduë de la France les degrés alloient en diminuant du Midi vers le Septentrion, c'est-à-dire, que deux lieux sur la Terre qui differoient entre eux d'un degré de latitude étoient moins éloignés l'un de l'autre s'ils étoient plus Septentrionaux. M. Cassini remarque que cette même inégalité se trouve dans d'autres mesures d'un degré faites

* p. 96.

en d'autres Climats par d'habiles Mathematiciens comme Snellius, & le P. Riccioli. Sur ce fondement on suppose avec beaucoup de vraisemblance qu'il en est de même dans tout le reste de l'étenduë d'un Meridien, ou plustôt d'un quart de Meridien.

Il semble d'abord que puis que les degrés de latitude terrestre vont en diminuant de l'Equateur vers le Pole, un Meridien terrestre doit être plus petit que l'Equateur dont tous les degrés sont égaux, car il est assés naturel de concevoir le premier degré de latitude terrestre égal à un degré de l'Equateur, & de-là il suit que la Terre est un Globe aplati vers les Poles. Mais c'est une erreur qui a été avancée dans l'endroit qu'on vient de citer. M. Cassini démontre au contraire que de l'inégalité des degrés de latitude terrestre telle qu'on la pose ici, il suit qu'un Meridien terrestre est plus grand que l'Equateur, & que la Terre est un spheroïde dont le plus grand axe va d'un pole à l'autre, & le plus petit est le diametre de l'Equateur.

Un Meridien terrestre est donc une Ellipse, & le premier degré d'un quart de ce Meridien à conter depuis l'Equateur est plus grand qu'un des degrés de l'Equateur, tous égaux entre eux. La raison essentielle en est que l'Ellipse est moins courbe & plus approchante d'une ligne droite lors qu'elle est parallele à son grand Axe que lors qu'elle lui est perpendiculaire. Dans le point où le Meridien elliptique coupe l'Equateur il est parallele à son grand axe, donc en ce point-là & aux environs de part & d'autre il est moins courbe que vers les Poles. S'il n'étoit qu'une ligne droite, ce qui emporteroit que la superficie de la Terre fût plate, on s'éloigneroit de l'Equateur à l'infini sur cette ligne sans acquerir un degré de latitude, donc le Meridien étant courbe, moins il l'est, plus il faut en parcourir une grande portion pour s'éloigner de l'Equateur de la valeur d'un degré de latitude, donc le Meridien elliptique peut être, & il est en effet dans le cas present, de telle courbure, que ce qu'il en a vers l'Equateur étant moindre que la

courbure toujours uniforme de l'Equateur, qui est un Cercle, il faut que le premier degré de latitude sur ce Meridien soit plus grand qu'un degré de l'Equateur. Les degrés suivants du Meridien sont aussi plus grands que ceux de l'Equateur jusqu'à un certain point où ils deviennent égaux, aprés quoi ils sont toujours plus petits jusqu'au Pole, & par-là on voit que la suite décroissante des degrés du Meridien fait une plus grande somme que la suite toujours égale des degrés de l'Equateur.

Une Ellipse quelconque étant supposée, M. Cassini donne une méthode geometrique de la diviser en degrés inégaux, desorte qu'on aura sur le Meridien elliptique les lieux de la Terre inégalement éloignés qui differeront entre eux d'un degré de latitude.

Il ne s'agit plus que de déterminer de quelle espece est l'éllipse du Meridien terrestre. Toute la nature d'une Ellipse dépend de la proportion du grand axe au petit, ou, ce qui revient au même, de la proportion du grand axe à la distance des deux foyers qui est une partie de cet axe. Il faut prendre ces proportions telles qu'elles rendent les inégalités qu'on a trouvées par observation entre les degrés de latitude terrestres.

On a vû en 1701. que feu M. Cassini remarquoit, du moins dans l'étenduë terrestre qui a été mesurée, un certain rapport entre l'Ellipse de l'Orbite de la Lune & celle d'un Meridien de la Terre. M. Cassini a cherché aussi si l'Ellipse de l'Orbite Lunaire, où la distance des foyers est la 23me. partie du grand axe, pourroit être de la même espece qu'un Meridien; mais cette hipothese s'éloigne trop des observations, & il faut pour les retrouver juste, poser que la distance des Foyers dans l'Ellipse de la Terre est la moitié plus grande par rapport au grand axe, c'est-à-dire, qu'elle en est environ la 11me. partie. A ce compte l'Ellipse de la Terre est beaucoup plus Ellipse, pour ainsi dire, & plus differente d'un Cercle que celle de l'Orbite de la Lune,

Si l'on pose le grand axe de la Terre de 3000. lieuës, sa 11me. partie qui sera un peu plus de 272. lieuës sera la distance des foyers, ce qui donne pour le petit axe ou diametre de l'Equateur 2986. lieuës, c'est-à-dire, que ce petit axe ne sera plus petit que le grand que de 14. lieuës, difference assés legere, & qui n'empêche pas la Terre d'être sensiblement Sphérique. Il faut cependant aller jusqu'à cette précision pour connoître la cause de l'inégalité des degrés terrestres de latitude. Si Jupiter est ovale, comme il l'a paru quelquefois à feu M. Cassini, il faut qu'il le soit bien davantage pour le paroître de si loin.

M. Cassini trouve en calculant son Ellipse selon sa methode que vers l'Equateur & vers le Pole la difference des degrés est si petite qu'elle ne va qu'à 2. ou 3. pieds, & qu'au parallele de 45. degrés elle est d'environ 11. toises $\frac{1}{2}$, plus grande que par tout ailleurs. Heureusement la Meridienne de la France a été tirée du 50. au 40me. degré, & c'est ce qui a rendu sensible la difference des degrés. Le même ouvrage fait en d'autres Pays n'auroit pas produit cette connoissance.

On peut d'abord être étonné que la courbure de l'Ellipse aille toûjours en croissant, ainsi que nous l'avons dit, de l'Equateur jusqu'au Pole, ce qui est necessaire afin que les degrés diminüent, & que cependant les differences des degrés vers l'Equateur & vers le Pole soient fort petites & égales. Cela vient de ce que c'est l'augmentation perpetuelle de la courbure qui fait la diminution perpetuelle des degrés, & la maniere dont la courbure augmente qui fait aussi la maniere dont les degrés diminuent. Depuis l'Equateur jusqu'au 45me. parallele la courbure augmente de plus en plus, & par consequent c'est vers l'Equateur qu'elle augmente le moins, & que les degrés plus grands que par tout ailleurs approchent le plus d'être égaux entre eux. Depuis le 45me. parallele la courbure augmente encore, mais de moins en moins, de sorte que vers le Pole les degrés plus petits que par tout ailleurs approchent plus de l'égalité. En

un mot la courbure croît toûjours depuis l'Equateur jusqu'au Pole, mais la difference de la courbure ne croît que depuis l'Equateur jusqu'au 45me. paralléle, & de-là jusqu'au Pole elle décroît.

Dans l'Ellipse de M. Cassini les degrés décroissants d'un Meridien terrestre surpassent toûjours les degrés égaux de l'Equateur jusqu'au 54me. paralléle, où le degré du Meridien n'est pas plus grand qu'un degré de l'Equateur. Aprés cela les degrés du Meridien sont toûjours plus petits que ceux de l'Equateur.

Il n'est presque pas necessaire de remarquer que dans l'hipothese de la Terre sphérique toutes les lignes perpendiculaires à sa surface, comme sont toutes les directions des corps pesants, doivent concourir au centre de la Terre, mais non pas dans l'hipothese de la Terre elliptique, parce que les lignes perpendiculaires à la circonference d'une Ellipse ne concourent pas à son centre, mais seulement tombent toutes entre ses foyers. Comme la Terre est peu elliptique, cette difference sera peu considerable, & pourra être negligée sans erreur. L'extrême précision n'a presque d'autre usage que de contenter l'esprit philosophique.

SUR LES TACHES DU SOLEIL.

LEs temps de l'apparition des Taches du Soleil ne sont nullement reglés. Depuis 1695. par exemple, jusqu'en 1700. on n'en avoit point vû. Depuis 1700. nos Histoires en ont été pleines jusqu'en 1710. où l'on n'en vit qu'une, il semble qu'elles tirassent à leur fin. En 1711. & 1712. on n'en a point observé, & il en a paru une seule en 1713. au mois de Mai. Elle n'a été observée que depuis le 19. jusqu'au 26. M. Cassini l'ayant rapportée suivant sa méthode ordinaire sur la figure qui represente le disque du Soleil avec son Equateur, & les Poles de sa revolution de 27. jours $\frac{1}{2}$, il a trouvé qu'elle dut passer par le

milieu du disque apparent le 25. Mai sur les 5. heures du soir avec une latitude Meridionale de 14. à 15. degrés.

OBSERVATION ASTRONOMIQUE.

LE 6. Decembre à 8. heures 40′ du matin, l'horison étant chargé de vapeurs épaisses, M. Cassini apperçut autour du Soleil un cercle lumineux, qui étoit interrompu par quelques foibles nuages. Le Soleil en étoit le centre, & deux Parhelies mal terminés étoient aux deux extremités du diametre horisontal, qui étoit environ de 43°. La lumiere de ce Cercle diminüa peu à peu, & le Soleil s'étant élevé au dessus des vapeurs, il n'en resta aucun vestige à 9. heures & demie.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

L'Ecrit de M. Maraldi sur une Etoile du Cygne qui paroît & disparoît. V. les M. p. 47.

La description d'une Machine à porter de grands Verres inventée par M. Bianchini. V. les M. p. 299.

Et les Observations de l'Eclipse Lunaire du 2. Decembre, faites par Mrs. de la Hire, Cassini & Maraldi. V. les M. p. 318. & 321.



ACOUSTIQUE

SUR LES CORDES SONORES, ET SUR UNE NOUVELLE DETERMINATION DU SON FIXE.

V. les M. p. 324. DEs Cordes d'Instruments de Musique étant supposées de même matiere, il n'y a que trois choses qui puissent faire varier leur son, ou, pour parler plus exactement, leur ton; la longueur, la grosseur & la tension. On sçait par experience selon quel rapport chacune de ces trois choses fait varier le ton d'une Corde sonore, & il n'y a plus sur cela de doute ni entre les Musiciens, ni entre les Geometres. Il faut se souvenir que l'on entend par un son ou ton le nombre de vibrations qu'une Corde fait dans un temps déterminé, & par le rapport de deux sons ou tons le rapport des nombres de differentes vibrations faites en même temps.

Si deux Cordes ne different qu'en longueur, leurs tons sont en raison renversée des longueurs.

Si deux Cordes ne different qu'en grosseur, leurs tons sont en raison renversée de leurs diametres.

Quant à la tension des Cordes, pour la mesurer regulierement il faut les concevoir tenduës ou tirées par des poids, & alors, tout le reste étant égal, les tons de deux cordes sont en raison directe des racines quarrées des poids qui les tendent, c'est-à-dire, par exemple, que le ton d'une Corde tenduë par un poids 4. fois plus grand, est d'u-

ne octave au dessus du ton de la Corde tenduë par le poids qui n'est que 1.

Donc à rassembler tout, le nombre des vibrations d'une corde en un temps déterminé est d'autant plus grand, ou le son de la Corde d'autant plus aigu, que la racine du poids qui la tend est plus grande, qu'elle est moins longue, & que son diametre est plus petit, & par consequent l'expression algebrique générale du rapport de ces trois grandeurs est celle du son d'une Corde en general, & elle comprend toutes les variétés imaginables dont ce son est susceptible.

M. Sauveur, qui, comme on l'a veû dans plusieurs des Volumes précédents, a entrepris de faire une nouvelle science d'Acoustique, a cherché quelque ligne déterminée par Géometrie, qui eût rapport au son exprimé comme nous venons de dire, ce qui ne peut manquer d'être fort utile dans toute cette Théorie.

Pour cela, il a consideré qu'une Corde horisontale attachée fixement par une de ses extremités, passant par dessus une Poulie, & tirée à son autre extremité par un poids, n'est jamais tirée par un si grand poids qu'elle ne se courbe entre son extremité fixe, & la Poulie. La raison en est, comme tout le monde sçait, que son propre poids, quelque petit qu'il soit, a toûjours quelque rapport au poids étranger qui la tire tant qu'il est fini, & par consequent il la courbe toûjours un peu, & pour cesser de la courber, & la laisser parfaitement en ligne droite, il devroit être infini. Il faut donc concevoir la Corde entre son extremité fixe & la Poulie comme un arc de Courbe, dont la soutendante est la droite tirée de l'extremité fixe à la Poulie. M. Sauveur appelle *Fléche* la ligne tirée du milieu de cet arc perpendiculairement à la soutendante.

Cela posé, une Corde se courbe d'autant plus, ou ce qui est le même, la Fleche de l'arc qu'elle forme est d'autant plus grande, 1°. Que le Poids qui tend la Corde est plus petit. 2°. Que la Corde est plus pesante. 3°. Qu'elle

eſt plus longue. Les deux 1res. conditions ſont évidentes, pour la 3me. il eſt aiſé de s'en convaincre en faiſant reflexion que quand deux cordes inégales en longueur ſeroient également peſantes, & tenduës par des poids égaux, il ſeroit encore impoſſible à cauſe de l'inégalité de leur longueur que la Fléche de la plus longue ne fût la plus grande. Car ces deux Cordes étant conçuës comme deux arcs de Courbes diviſés en un nombre infini égal de côtés infiniment petits, les angles du premier & du dernier côté d'un arc avec ſa ſoutendante & ceux que feront entre eux tous les autres côtés du même arc, ſeront égaux aux angles correſpondants de l'autre arc, chacun à chacun, & cela à cauſe de l'égalité ſuppoſée des poids ; mais les côtés du plus grand arc étant tous plus grands, le premier, par exemple, qui fera le même angle avec la ſoutendante que le premier de l'autre arc, décendra plus bas, parce qu'il ſera plus grand, & ainſi des autres.

Une Corde étant un cilindre, ſa ſolidité ou ſon poids eſt le produit de ſa longueur par ſa baſe circulaire, ou, comme il ne s'agit ici que de rapports, & que les cercles ſont comme les quarrés de leurs diametres, c'eſt le produit de la longueur par le quarré du diametre.

Donc une Fléche eſt d'autant plus grande 1°. Que le poids qui tend la corde eſt plus petit. 2°. Que la longueur de la Corde & le quarré de ſon diametre ſont plus grands. 3°. Que la longueur de la Corde eſt plus grande; & puiſque la longueur entre deux fois dans cette expreſſion de la Fléche, elle eſt d'autant plus grande que le poids qui tend la Corde eſt plus petit, & que les quarrés de la longueur & du diametre de la corde ſont plus grands.

Donc l'expreſſion algebrique de la grandeur du ſon ou du nombre de vibrations d'une corde en un temps déterminé, & l'expreſſion de la grandeur de la Fleche ne contiennent que les mêmes grandeurs, & ne different qu'en deux points. 1°. La grandeur du ſon & celle de la Fleche dépendent également de ce que certaines grandeurs ſont

plus grandes par rapport à d'autres plus petites, mais du son à la Fleche cela se renverse, c'est à dire, que les grandeurs qui dans l'expression du son doivent être plus grandes, sont celles qui dans l'expression de la Fleche doivent être plus petites, & reciproquement. 2°. L'expression du son ne prend que les racines quarrées des mêmes grandeurs dont l'expression de la Fleche prend les quarrés. De-là il suit que les sons ou les nombres des vibrations sont en raison renversée des racines quarrées des Fleches. Et comme la grandeur de la Fleche est composée de trois differentes grandeurs qui peuvent se combiner d'une infinité de manieres, la longueur, la grosseur & la tension de la Corde, quelque differentes que soient deux Cordes en ces trois points, leurs tons sont égaux, pourvû que leurs Fleches soient égales, de sorte que tout se réduit à la consideration des Fleches.

Quoi-que ce qui vient d'être dit puisse suffire pour établir cette importante proposition d'Acoustique, & même pour l'établir sur ses fondements essentiels, M. Sauveur la démontre d'une maniere toute differente & plus geometrique. Comme il procede par des rapports de lignes, il a besoin de prendre quelquefois pour égales des lignes qui ne sont que trés peu differentes, mais il a soin de calculer exactement leur difference, & de faire voir qu'elle est nulle, non pas en Geometrie, mais en Acoustique, c'est à dire, que des sons qui ne differeroient pas davantage ne seroient jamais reconnus par l'Oreille la plus fine pour être differents. La Geometrie pure ne roule que sur des idées de l'Esprit qui n'est jamais obligé de s'arrêter, & de-là vient que la précision de la Geometrie n'a point de limites, mais celle des Mathematiques mixtes en a necessairement, parce qu'elles roulent sur des effets bornés de la matiere, ou dépendent des Organes grossiers de nos sens.

Les sons étant en raison renversée des racines des Fleches, M. Sauveur tire de ce Theoreme une maniere de déterminer combien un son quelconque fait de vibrations dans un certain temps.

Dans la corde qui sonne le *C Sol Ut* du bas du Clavecin, c'est-à-dire, dans celle qui a le ton le plus bas du Clavecin, & par consequent la plus grande Fleche, M. Sauveur a trouvé par experience que la Fleche étoit à la soutendante de la corde courbée, ou ce qui est le même à trés peu prés, à la corde comme 1. à 1600. Si l'on suppose que la corde courbée soit un arc de cercle, car une si petite courbure ne differera jamais sensiblement, ou *acoustiquement* d'une courbure circulaire, on trouvera par le rapport de la Fleche qui est un sinus verse à la moitié de la soutendante qui est le sinus de l'arc, que l'arc est environ d'une demi-minute de degré. Cet arc fait ses vibrations autour de la soutendante. Il faut concevoir chaque point de l'arc comme un poids attaché à l'extremité d'une verge, qui est la ligne tirée de ce point de l'arc à la soutendante parallelement à la Fleche. Voilà donc une infinité de petits Pendules paralleles entre eux qui font leurs vibrations ensemble, & le plus grand de tous est la Fléche. Les grands font leurs vibrations plus lentement, & les petits plus vîte, d'où il suit qu'étant tous attachés ensemble, ils se modifient les uns les autres, & que le tout, c'est-à-dire l'arc, prend une vitesse moyenne plus grande que celle d'un Pendule simple qui seroit égal à la Fléche, & plus petite aussi que celle des plus petits Pendules simples conçûs dans cet arc. De-là resulte un centre d'Oscillation *, ou, ce qui revient au même, il y a quelque Pendule simple plus petit que la Fléche, qui feroit ses vibrations dans le même temps que tout l'arc. M. Sauveur trouve par la Theorie des Centres d'Oscillation que ce Pendule simple est égal aux $\frac{4}{5}$ de la Fléche. C'est selon les mêmes idées que l'on a trouvé dans l'Hist. de 1711. * le centre de gravité d'un arc de Cercle.

* V. l'Hist. de 1703. p. 114. & suiv.

* p. 95. & suiv.

Il ne reste plus qu'à sçavoir de quelle grandeur est la Fléche de la corde supposée qui sonne le *C Sol Ut* du bas du Clavecin. M. Sauveur a trouvé par experience qu'elle est de $\frac{1}{323}$ de pouce du pied de Paris. D'ailleurs on sçait qu'un Pendule simple de 36. pouces $8\frac{1}{2}$ lignes fait une vibra-

tion en une seconde, & comme les nombres des vibrations que font en même temps deux Pendules simples sont en raison renversée des racines quarrées de leurs longueurs, il s'ensuit que si un Pendule de 36. pouces $8\frac{1}{2}$ lignes fait une vibration en une seconde, un Pendule qui est les $\frac{4}{3}$ de $\frac{1}{323}$ de pouce & par consequent aussi l'arc de cercle dont il s'agit, fait prés de 122. vibrations. Aprés cela à quelque ton que soit une corde quelconque par rapport à la corde supposée, on sçait par la nature de ce ton combien elle fait de vibrations pendant que celle-cy en fait 122. Par exemple, elle en fait 244. si elle est à l'octave aigüe, &c.

On a vû dans l'Hist. de 1700. * que M. Sauveur avoit trouvé par experience qu'un Tuyau d'Orgue de 5. pieds devoit faire 100. vibrations par seconde. Les mêmes experiences repetées depuis avec beaucoup de soin l'ont déterminé à prendre 102. vibrations au lieu de 100. pour ce Tuyau. Il est à l'unisson du *La* du bas du Clavecin, & par consequent ce *La* fait 102. vibrations par seconde. On sçait le rapport du *La* à l'*Ut*, qui est celui de 5. à 3. & si ce rapport donne 122. vibrations pour le *Ut* du bas du Clavecin, ce sera une confirmation parfaite de toutes les operations & de tous les raisonnements de M. Sauveur, qui sera arrivé au même point en tenant deux routes aussi differentes, que celle de déterminer les vibrations des Tuyaux d'Orgues par leurs *battements*, ainsi qu'on l'a vû en 1700. & celle de déterminer les vibrations des Cordes d'Instruments par leurs Fléches comparées à des Pendules. Mais il est vrai que par la premiere voye il trouve 61. vibrations pour le *Ut* du bas du Clavecin, au lieu que par la seconde il en a trouvé 122.

* p. 131. & suiv.

Cette difference le surprit d'abord, mais il remarqua bien vîte que 61. est la moitié de 122. qu'il avoit trouvé 122. pour la Corde en la prenant pour un Pendule, qu'en fait de Pendules, on conte pour une vibration une *allée*, c'est-à-dire, l'arc entier qu'ils décrivent en un sens, & pour une seconde vibration le *retour*, c'est-à-dire, l'arc égal

décrit en ſens contraire, que quand il trouvoit 61. pour la même Corde c'étoit en la comparant à un Tuyau d'Orgue, qu'il avoit conté les vibrations des Tuyaux d'Orgues par leurs *battemens*, c'eſt-à-dire, par des coups plus ſenſibles à l'Oreille, ainſi qu'on l'a expliqué, que par conſequent il n'avoit conté pour vibrations dans ces Tuyaux que celles que l'Oreille appercevoit, que de deux vibrations contées à la maniere des Pendules, elle ne peut appercevoir que celle qui eſt l'*allée* ou qui vient à elle, & non celle qui eſt le *retour* & qui va du ſens oppoſé, & qu'enfin en contant les vibrations par des Tuyaux d'Orgues, c'eſt-à-dire, entant qu'elles ſont ſenties par l'Oreille, on en doit toûjours trouver pour le même ſon la moitié moins que quand on les conte à la maniere des Pendules, où l'on a autant d'égard aux vibrations qui nous fuyent, qu'à celles qui viennent à nous. Ainſi non ſeulement cette difference qui paroiſſoit renverſer tout le ſiſtême de M. Sauveur, le confirme à ſouhait, mais elle produit encore cette nouvelle propoſition, Que deux vibrations *geometriques*, ſi l'on veut appeller de ce nom celles des Pendules, ne valent qu'une vibration *acouſtique*.

Puis que le *Ut* du bas du Clavecin fait en une ſeconde 61. vibrations acouſtiques, le *Ut* du milieu qui eſt de deux Octaves plus haut en fera 244. Ce nombre, parce qu'il eſt au milieu du Clavecin, ſeroit commode pour être le ſon fixe, d'où l'on conteroit les Octaves ſuperieures & inferieures. Mais il lui manque une commodité conſiderable. La ſuite des Octaves procede toûjours ſelon la progreſſion double, 1. 2. 4. &c. ou, ce qui eſt la même choſe, ſelon les puiſſances de 2. & il ſeroit à ſouhaiter que le nombre qui exprimeroit le ſon fixe en fût une pour ſe trouver juſte au commencement d'une Octave. 244. n'eſt pas une puiſſance de 2. mais 256. peu éloigné de 244. en eſt une, & c'eſt la 8me. Par le rapport de 244. à 256. on ſçait de quel ton au deſſus de la Corde de 244. vibrations, ſera celle qui en ſera 256. C'eſt celle-là que M. Sauveur prend

maintenant pour la Corde qui rend le son fixe, & il renonce à celle qui fait 100. vibrations, & qu'il avoit prise en 1700. pour le même usage. Les raisons de ce changement viennent d'être expliquées.

Le son qui fait 256. vibrations par seconde étant donc établi pour son fixe & moyen, on trouve aisément par les rapports connus que tous les tons possibles ont entre eux, quel nombre de vibrations font tous les sons qui sont au dessus ou au dessous du son fixe. M. Sauveur en a construit une Table, dont la seule veüe instruira plus que tout ce que nous en pourrions dire. Chaque son y a son nom particulier selon la nouvelle langue que M. Sauveur a inventée pour la Musique *. Par-là dés que l'on connoît le ton d'un corps sonore, on sçait & quel nombre de vibrations il fait réellement en un temps déterminé, & on peut donner au son qu'il rend un nom qui le distingue de tout autre son. Par exemple, on éprouve assés communément qu'à l'occasion de certains sons forts, comme de Tambours, de Cloches, de Basses de Violon, des Vitres ou des Planches tremblent, & même on se sent quelquefois les Entrailles émües. Ces corps agités sont apparemment alors à l'unisson des Corps sonores, & l'on sçaura quelle est la grandeur de leur agitation, & le nombre de vibrations qu'ils font en un certain temps. On verra par-là que ces nouvelles connoissances peuvent s'étendre jusqu'à la Phisique, & il n'y a pas lieu de s'en étonner; la Musique, principalement lors qu'elle est traitée par des Philosophes, n'est que la Phisique des sons.

* V. l'Hist. de 1701. p. 138. & 139.

Mr. de Reaumur a donné la Description de l'Art du Tireur d'Or.

Et M. Parent une Suite & une Conclusion de sa Mechanique sans frotement & avec frotement, dont il a été parlé dans l'Hist. de 1704. * & dans celle de 1712. *

* p. 96. & suiv.
* p. 81.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCXIII.

I.

UNE Machine de M. des Camus pour battre des Pilotis. Toute la Charpente qui la compose a paru d'une bonne construction, tant pour faire que le Mouton aille frapper sur la teste du Pilotis, que pour l'élever avec un Vindas d'une construction particuliere, en quoi consiste la principale partie de l'invention. La disposition de toute la Machine est telle, que les Manœuvres peuvent continuer toujours à tourner le Cable pour relever le Mouton sans perdre de temps, ce qu'on a trouvé fort commode, & bien executé.

II.

Un Carrosse du même M. des Camus suspendu par le milieu de son corps, & que l'Auteur prétend par cette suspension rendre plus doux, & non sujet à verser, en cas qu'une des Roües manque. Il n'a pas semblé qu'il dût être plus doux, mais on a crû que dans le cas proposé il ne verseroit point. Cependant on a trouvé quelques inconvenients à cette suspension.

III.

Un Traisneau de M. d'Hermand Ingenieur sur plusieurs Rouleaux attachés ensemble, qui se succedent les uns aux autres, & épargnent la peine de transporter continuellement, comme on fait d'ordinaire, trois ou quatre Rouleaux du derriere au devant du Traineau, à mesure qu'il avance. On a trouvé la Machine ingenieusement inventée, mais on a crû que le Traisneau ordinaire seroit plus commode, quand le chemin n'est pas droit, ou que les lieux ne sont pas fort unis.

IV.

Un Pont flotant du même M. d'Hermand, composé de plusieurs piéces, & qui se place de lui-même de l'autre côté d'une Riviere, quelque large qu'elle soit, sans que l'on soit obligé d'y faire passer personne. Il fut monté en 10. minutes 35" sur la largeur du Canal de Versailles en presence du feu Roi, & les Gardes Françoises & Suisses défilerent dessus à 4. de hauteur.

M. des Camus prétendit être l'auteur de cette invention, & allegua qu'il y avoit quelques années qu'il avoit fait un Pont de cette espece à Bercy, chés M. Pajot d'Ozembray, fort curieux de Machines, & connoisseur. L'Academie envoya des Commissaires à Bercy, & ils verifierent qu'en effet le Pont de M. des Camus y étoit depuis 1710. M. d'Hermand ne disputa point à M. des Camus sa primauté, mais il assûra simplement qu'il n'en avoit rien sçû.

Les deux Ponts ont cela de commun qu'ils sont composés de Coffres d'une figure assés semblable, mais ils different par l'assemblage de ces Coffres. Celui de M. des Camus dépend de Vis, d'Ecroux & de Crochets de Fer, & est trés ingenieux. Celui de M. d'Hermand se fait par des Mortoises, des Tenons & des Chevilles de Bois, il est simple, d'execution prompte & facile, & n'a point la roüille à craindre.

Depuis M. des Camus presenta à l'Academie un Modele du même Pont avec un nouvel avantage. D'espace en espace quelques Coffres étoient assemblés à Charnieres par leur bord superieur, ce qui donnoit la facilité de jetter le Pont tout assemblé dans un fossé dont le bord seroit escarpé, parce que le Pont se plioit dans les endroits assemblés à charnieres. L'Auteur avoit eu attention que les Vis, les Ecroux & les Crampons fussent de Cuivre, pour être à couvert de la roüille.

ELOGE

DE M. BLONDIN.

PIERRE BLONDIN naquit le 18. Decembre 1682. de Parents qui vivoient de leur patrimoine dans le Vimeu en Picardie. Aprés avoir fait ses Humanités dans la Ville d'Eu, il vint à Paris en 1700. & y demeura avec deux fréres ses aînés, qui étudioient alors pour être ce qu'ils sont présentement, l'un Avocat, l'autre Docteur de la Maison de Sorbonne. Pour lui, outre son cours de Philosophie qu'il faisoit, il prit differents Traités de Mathematique au College Royal; ensuite il alla aux Ecoles de Medecine, au Théatre de S. Cosme, au Jardin du Roy, mais il se sentit plus particulierement attiré au Jardin du Roy, & il y suivit avec une extrême assiduité les Démonstrations des Plantes qu'y faisoit feu M. Tournefort.

Bientôt le Maître distingua M. Blondin dans la foule de ses Disciples, & s'il lui arrivoit quelquefois de ne se pas rappeller sur le champ le nom, ou la définition de quelque Plante, c'étoit à lui qu'il avoit recours. Il le chargeoit même de remplir sa place, lorsqu'il étoit indisposé, honneur qu'il n'auroit osé faire à quelqu'un à qui on auroit pû le contester legitimement.

Nous avons déja dit dans l'Eloge de M. Tournefort combien la Botanique est une Science laborieuse & penible pour le corps même. Il y a des Peuples qui ne se sont point encore avisés de faire des provisions pour leur subsistance, & qui sont obligés d'aller la chercher tous les jours dans les Campagnes, & dans les Bois. On pourroit dire que les Botanistes leur ressemblent. Ils n'ont point leurs provisions amassées dans leur Cabinet, comme plu-

sieurs autres especes de Sçavants, & il faut qu'ils aillent avec beaucoup de fatigues chercher au loin dans les Bois & dans les Campagnes les aliments de leur curiosité. M. Blondin n'épargna rien pour satisfaire la sienne, il herborisa dans toute la Picardie, dans la Normandie, dans l'Isle de France, rien ne lui échappoit de ce qui pouvoit être soupçonné de cacher quelque Plante, & les toits même des Eglises ne lui étoient pas inaccessibles.

Aussi trouva-t-il dans la Picardie seule environ 120. Plantes, qui n'étoient pas au Jardin Royal, & que même on n'y connoissoit pas, & il en découvrit en France plusieurs especes que l'on croyoit particulieres à l'Amerique. Il faut que la Botanique soit bien vaste, si aprés tant de recherches de tant d'habiles gens on a pû prendre pour des productions d'un autre Monde ce que l'on fouloit ici sous les pieds.

En 1712. M. Blondin entra dans l'Academie en qualité d'Eleve de M. Reneaume. On n'a vû de lui qu'un seul Ecrit, où il changeoit à l'égard de quelques Especes de Plantes les Genres sous lesquels M. Tournefort les avoit rangées. Il lui marquoit tout le respect que son Disciple lui devoit, & que même tout autre *Botaniste* lui auroit dû, & l'on peut bien combattre ces grands Auteurs sans leur manquer de respect, pourvû que l'on reconnoisse qu'eux-mêmes nous ont mis en état de les combattre. On prétend que ce n'étoit-là qu'une premiere tentative, que M. Blondin vouloit aller plus loin, & qu'enfin il meditoit un sistême des Plantes different de celui de son Maistre. Plus cette premiere tentative fut modeste, plus on a lieu de croire que le dessein n'étoit pas temeraire, & enfin quand il l'eût été, ce n'étoit pas une temerité d'un mediocre Botaniste.

Son grand sçavoir dans la Botanique n'étoit pas sterile. Il composoit plusieurs medicaments de Plantes, dont les succés lui avoient acquis dans sa Province la réputation d'habile Medecin. Il avoit été reçû Docteur à Rheims en 1708. & il alloit se mettre sur les Bancs à Paris, où il étoit

déja estimé des plus celebres de cette Faculté, mais il mourut d'une grosse fiévre avec une oppression de poitrine le 15. Avril 1713.

Il avoit toute la candeur que l'opinion publique a jamais attribuée à sa Nation, & la vie d'un Botaniste qui connoît beaucoup plus les Bois que les Villes, & qui a plus de commerce avec les Plantes qu'avec les Hommes, ne devoit pas avoir endommagé cette prétieuse vertu. Un semblable caractere renferme déja une partie de ce que demande la Religion, & il eut le bonheur d'y joindre le reste.

Il a laissé des Herbiers fort amples & fort exacts, de grands amas de Graines, quantité de Memoires curieux, & en assés bon ordre, & on assûre qu'il en couteroit peu de travail pour mettre sa succession en état d'être recüeillie par le Public.



MEMOIRES



MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRE'S DES REGISTRES
de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M.DCCXIII.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES faites à l'Observatoire Royal.

Par M. DE LA HIRE.

VOICI les Observations de la quantité d'Eau de Pluïe & de Neige fonduë avec les changements de temps marqués par le Thermometre & le Barometre pendant toute l'année derniere 1712. Toutes ces Observations ont 7. Janv. 1713.

été faites comme les années précedentes, & dans le même lieu, & avec les mêmes instrumens. Il est tombé de hauteur d'Eau

	lignes		lignes
En Janvier	20 $\frac{1}{8}$	En Juillet	36 $\frac{1}{2}$
Fevrier	8 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	Aoust	6
Mars	6 $\frac{1}{4}$	Septembre . .	39 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$
Avril	51 $\frac{1}{8}$	Octobre	25 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$
May	12 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$	Novembre . . .	16 $\frac{1}{4}$
Juin	23 $\frac{1}{8}$	Decembre . . .	8 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$

Somme de la hauteur de l'Eau de toute l'année 254. lignes $\frac{1}{4}$ ou 21. pouces 2. lignes $\frac{1}{4}$ ce qui est plus que les années moyennes que nous avons déterminées à 19. pouces.

Mon Thermometre a été au plus bas le dernier jour de l'année, & il marquoit 24. $\frac{1}{4}$ de ses parties à trés peu prés comme le 8. Janvier, ce qui fait connoître que le froid n'a pas été grand, car il descend assés souvent jusqu'à 14. & dans l'état moyen il est à 48. comme dans le fond des Carrieres de l'Observatoire, où il demeure toûjours au même point.

Ce Thermometre a été au plus haut à 64. parties le 16. Aoust; mais comme c'étoit au lever du Soleil, qui est le temps où je fais toûjours toutes ces observations, & que dans la plus grande chaleur du jour qui est vers 2. heures aprés midi, il remonte par dessus l'état du matin de 12. parties, il faudroit le considerer à 76. parties pour la plus grande chaleur, & par consequent la difference marquée entre le plus grand froid & le plus grand chaud seroit de 52. parties, dont la moitié est 26. qui étant ajoûtés à 24. seroient 50. ce qui n'est pas éloigné de 48. d'où l'on connoît que le froid a été à trés peu prés autant au dessous de l'état moyen que la chaleur au dessus.

Mon Barometre ordinaire a été au plus haut à 28. pouces 4. lignes $\frac{2}{3}$. Le 10. Fevrier & les jours aux environs

de celuy-cy il étoit toûjours fort haut, le Ciel étoit alors assés serein & trés peu de vent vers le Nord, & je remarque encore que toutes les fois que ce Barometre a été plus haut que 28. pouces, ce qui est arrivé assés souvent pendant l'année, le vent a été vers le Nord & vers l'Est, & quelquefois avec des broüillards. J'ay un autre Barometre où le Mercure est toûjours plus haut de 3. lignes que dans celuy où j'observe ordinairement. Ce même Barometre ordinaire a été au plus bas une seule fois le 6. Novembre à 26. pouces 10. lignes ½ le Ciel étant serein avec un vent mediocre à l'Est, mais aussi-tôt le Mercure remonta, & le vent passa vers l'Oüest & le Sud-Oüest; la difference entre le plus haut & le plus bas de ce Barometre a été d'un pouce 6. lignes comme à l'ordinaire.

Il n'y a rien pour les vents de cette année qui merite d'y faire attention; mais je remarque en general que dans ce pays-cy toutes les fois que le vent de Sud-Oüest & de Oüest regne pendant quelque temps, le Ciel est couvert vers le soir & au commencement de la nuit, & que vers le matin il est serein. Il me semble que la raison en est assés claire, car pendant l'aprés-midi le Soleil donnant assés à plomb sur les Mers qui sont à nôtre couchant, en éleve beaucoup de vapeurs qui nous sont apportées ensuite vers le commencement de la nuit, au contraire pendant la nuit il s'éleve peu de vapeurs de ces mêmes Mers, & le vent durant toûjours le même, le Ciel doit être assés serein vers le matin.

REMARQUE.

Il arrive presque toûjours que ceux qui ont été blessés en quelque partie du corps, y sentent des douleurs toutes les fois que le temps se dispose à changer. Voici de quelle maniere j'ay pensé qu'on pouvoit l'expliquer. Le tissu des parties offensées doit être fort délicat, ensorte qu'on ne peut pas les toucher sans sentir de la douleur; & dans les changements de temps, l'air devenant ou plus leger ou

plus pesant, fait une impression extraordinaire sur ces parties, ou en les comprimant, ou en les étendant comme si elles en étoient touchées, ce qui peut causer la douleur qu'on y ressent.

De la Déclinaison de l'Aiman.

Nous avons trouvé la déclinaison de l'aiguille aimantée de 11. degrés 15. minutes le 30. Decembre. Cette observation a été faite avec l'aiguille de 8. pouces de longueur dont nous nous servons ordinairement, & dans le même lieu que les années précedentes, qui est un gros pilier placé au bout de la Terrasse de l'Observatoire vers le midi. On applique le côté de la boëte de la boussole contre une des faces de ce pilier, & l'on a verifié, il y a long-temps, que cette face étoit exactement tournée vers le Couchant, en y mettant contre une grosse regle qui portoit deux pinnules à ses extremités, pour voir si le rayon du Soleil qui passoit par les pinnules, convenoit avec le vrai midi marqué par les grandes Horloges à pendules reglées sur le Soleil, ce qui s'est trouvé fort juste, car ce batiment avoit été orienté avec beaucoup de soin & de précautions par feu M. Picard.

Nous avons observé aussi dans le même temps la déclinaison de l'Aiman avec une autre aiguille de 4. pouces seulement, & nous l'avons trouvée la même qu'avec celle de 8. pouces.

OBSERVATIONS

Sur une espece d'Enfleure appellée Emphyseme.

Par M. LITTRE.

18. Janv. 1713. UNE Enfleure de cette espece, d'une grandeur monstrueuse, & que j'ai examinée depuis peu avec soin, m'a engagé de parler de ces sortes d'Enfleures. Je le fais

d'autant plus volontiers, que je ne ſçache point d'Auteur qui ſe ſoit donné la peine d'en expliquer les cauſes & la maniere dont elles ſe forment.

L'Enfleure nommée *Emphyſeme*, eſt une tumeur contre nature faite d'air.

Cette tumeur a ſon principal ſiege dans la graiſſe ſous la peau qui recouvre la poitrine. Lorſqu'avec le doigt on la preſſe, on ſent une eſpece de fretillement. Le doigt y fait aiſement une impreſſion; mais preſqu'auſſitôt que la preſſion ceſſe, la partie enfoncée ſe releve & le creux ſe remplit. Enfin cette tumeur accompagne quelques-unes des playes qui penetrent dans la capacité de la poitrine.

On diviſe les playes qui penetrent dans la capacité de la poitrine, en celles qui parviennent juſques dans la capacité, mais qui ne bleſſent aucune des parties qui y ſont contenuës, & que nous appellerons *playes penetrantes ſimples*; & en celles qui parviennent non ſeulement dans la capacité, mais qui bleſſent les parties contenuës, & que nous nommerons *playes penetrantes compoſées*. Les unes & les autres peuvent être ſuivies d'un Emphyſeme.

Les playes penetrantes ſimples ſont ſuivies d'Emphyſeme, lorſqu'elles ſont étroites; que leur direction ſe trouve tortueuſe; & que par leur moyen il entre de l'air dans la capacité de la poitrine, dont il ne peut ſortir par l'endroit, par où il y eſt entré.

Les playes penetrantes compoſées ſont auſſi ſuivies d'Emphyſeme comme les ſimples, lorſque leur diametre eſt petit, & qu'avec cela le poumon eſt bleſſé ſans l'eſtre pourtant conſiderablement. A quoi il faut ajoûter, que les autres parties renfermées dans la capacité de la poitrine, ne doivent point avoir été bleſſées, ou l'avoir été legerement.

La raiſon de cela eſt, que lorſque la playe eſt conſiderable dans ces parties, il s'épanche une ſi grande quantité de ſang dans la capacité de la poitrine, que le bleſſé eſt étouffé, avant que l'air, qui s'y épanche auſſi, puiſſe former un

Emphyſeme. D'ailleurs quand la mort même n'arriveroit pas, le ſang preſſe trop le poumon & embarraſſe trop l'air pour qu'il ſe puiſſe faire un Emphyſeme.

On n'a point d'Emphyſeme à craindre ni dans les playes penetrantes ſimples, ni dans les penetrantes compoſées, lorſqu'elles ſont larges, droites, & que l'air entré par ces playes dans la capacité de la poitrine, en peut ſortir librement par la même voye qu'il y ait entré.

L'air peut parvenir dans la capacité de la poitrine par deux voyes & de deux endroits differents. Dans les playes penetrantes ſimples, il eſt conduit du dehors du corps par la playe ; & outre ce premier paſſage, le poumon dans les penetrantes compoſées y en fournit un ſecond, par l'endroit où il a été bleſſé. On va voir dans ce qui ſuit la maniere dont tout cela ſe peut faire.

Noſtre reſpiration eſt compoſée de deux ſortes de mouvements, qui ſe ſuccedent l'un à l'autre ſans relâche pendant que nous vivons. On donne le nom d'inſpiration à l'un de ces mouvements, & celui d'expiration à l'autre.

Dans l'inſpiration la poitrine eſt dilatée par des muſcles deſtinés à cet uſage. Par l'action de ces muſcles les parois de la poitrine ſe trouvent diſpoſées de maniere, que les côtes du côté droit s'écartent de celles du côté gauche, le ſternon s'éloigne des vertebres du dos, & le diaphragme deſcend dans la cavité du ventre.

Lorſque la poitrine ſe dilate, d'un côté ſa capacité s'élargit à proportion, & le poumon, qui y eſt contenu, en fait de même, il ſe moule à la capacité, l'occupe & la remplit de ſorte qu'il n'y reſte aucun vuide ; de l'autre côté, ſes parois, acquerant plus de volume, pouſſent de tous côtés l'air qui les environne, & le déterminent à s'engager dans le poumon, où il rencontre moins de reſiſtence. Par la même raiſon il s'inſinuë de l'air entre les panneaux d'un ſoufflet, lorſqu'on les écarte l'un de l'autre. Le reſſort de l'air & ſa peſanteur concourent encore à le faire entrer dans le poumon pendant la dilatation de la poitrine.

La bouche & le nés donnent à l'air un paſſage pour arriver à la trachée artere ; celle-ci ſe diviſe en pluſieurs branches & en une infinité de rameaux, & ceux-ci ſe terminent en de petites veſicules.

L'inſpiration finie, l'expiration commence, en voici la raiſon & la maniere.

Lorſque les muſcles, qui ſervent à dilater la poitrine, ſe mettent en contraction, ils tirent & allongent ceux qui doivent la reſſerrer. A l'occaſion du tiraillement & de l'allongement des muſcles deſtinés à reſſerrer la poitrine, leurs nerfs, leurs veines & leurs arteres ſe trouvent preſſés, leur diametre diminuë, & il n'y coule preſque plus ni eſprits ni ſang, juſqu'à ce que l'effort, que font les eſprits & le ſang arreſtés à l'entrée de ces muſcles, pour y entrer, devienne ſuperieur à celui des eſprits & du ſang, qui tiennent les muſcles antagoniſtes en contraction; à quoi donne bientôt lieu la diſſipation continuelle d'eſprits, qui ſe fait dans les muſcles qui ſont en contraction, pendant qu'au contraire il ſe porte & s'accumule de plus en plus du ſang & des eſprits dans les vaiſſeaux des muſcles allongés & relâchés. Par cette mechanique les muſcles deſtinés à reſſerrer la poitrine, ſe contractent à leur tour, & tirent & allongent ceux qui ſervent à la dilater. Et ces deux mouvements une fois établis ſe produiſent l'un l'autre alternativement pendant la vie que l'inſpiration commence & que l'expiration finit.

Dans l'expiration la poitrine ſe reſſerre. En ſe reſſerrant elle preſſe le corps du poumon, & par cette preſſion elle détermine chacune des parties de ce viſcere à ſe reſſerrer auſſi par les fibres charnuës, dont elles ſont munies. Par ces deux moyens l'air eſt chaſſé des veſicules & des bronches du poumon & pouſſé hors du corps par la bouche & par le nés.

Les muſcles du ventre, en ſe contractant en même temps que ceux qui reſſerrent la poitrine, concourent à la même action. En effet, en pouſſant les parties enfermées

dans la capacité contre le diaphragme, ils preſſent le poumon en le pouſſant de bas en haut, pendant que les côtes le preſſent par les côtés, & que le ſternon le preſſe par devant.

L'inſpiration & l'expiration dans l'état naturel ſe font d'une maniere aiſée, douce, égale & réguliere, au lieu que dans l'état contre nature ces deux mouvements ſe font difficilement, avec violence & d'une maniere précipitée & irreguliere. En effet lorſque la poitrine eſt bleſſée, ſur-tout ſi la playe penetre dans la capacité & encore davantage ſi elle intereſſe le poumon, il ſe gliſſe de l'air & s'épanche du ſang par ces playes dans la capacité qui gênent & fatiguent ce viſcere & l'empêchent de ſe dilater à ſon ordinaire, parce que ces deux liquides épanchés occupent une partie de l'eſpace, que ce viſcere devroit occuper ſeul.

Pour lors le bleſſé fait machinalement des reſpirations plus promptes, plus frequentes & plus fortes, mais moins grandes : d'où il reſulte, ſans qu'il y penſe, une eſpece de compenſation, c'eſt-à-dire, qu'il reçoit plus d'air dans le poumon, & qu'il ſe trouve ſoulagé en quelque maniere.

Pendant ces deux mouvements violents, ſur-tout pendant celui de l'expiration, l'air épanché par la playe dans la capacité de la poitrine, preſſé & pouſſé fortement de tous côtés, fait effort pour s'échapper. Il s'échape enfin dans les playes penetrantes ſimples par l'ouverture qui eſt dans la pleure, les muſcles intercôtaux, &c. & dans les playes penetrantes compoſées il s'échape & par l'ouverture de la pleure & peut-être par celle qui eſt dans le poumon.

Si l'air, qui s'échape de la capacité de la poitrine par l'ouverture de la pleure ne trouve pas ouvert le reſte de la route, qui lui a donné entrée dans cette capacité, parce qu'elle eſt bouchée & fermée en quelque endroit, ſoit par un arrangement nouveau des chairs coupées, ſoit par leur réünion ; pour lors cet air cherche à ſe faire d'autres voyes

à

à travers les premieres parties qui se présentent ; il force peu à peu, & les liens qui les attachent entre elles, & ceux qui tiennent étroitement jointes ensemble les fibres, dont ces parties sont composées ; il separe & écarte les unes des autres, & les oblige à ceder à son effort & à lui donner passage. De ces parties il passe à d'autres plus éloignées, soûtenu par un autre air, qui le pousse sans cesse par derriere, celui-ci est poussé par un troisiéme, & ainsi de suite. Et d'interstices en interstices la plus grande partie de cet air parvient enfin jusqu'à la peau, où il est arrêté par la densité & l'épaisseur de cette membrane, pendant que l'autre demeure en chemin dans les intervalles des parties ou de leurs fibres.

L'air, qui parvient jusqu'à la peau, se loge principalement dans les cellules de la graisse qui est au-dessous, les étend, s'y accumule, souleve la peau & forme avec celui qui est arrêté dans les interstices des autres parties, la tumeur qu'on appelle Emphyseme. D'où il paroît, que le poumon produit ici le même effet, que le soufflet que le Boucher employe pour détacher plus facilement la peau d'un Veau ou d'un autre bête.

L'air, qui dans les playes pénétrantes composées s'insinuë de la capacité de la poitrine dans le poumon par la playe de ce viscere, peut gagner insensiblement les racines des veines & des vaisseaux lymphatiques, se porter dans les rameaux, les branches & le tronc de la veine poulmonaire, & celui-ci au ventricule gauche du cœur. De ce ventricule cet air peut passer par le moyen des arteres jusqu'à la peau. Là il peut s'échapper par les glandes de la graisse dans ses cellules, où se mêlant avec l'air, qui y est porté par la premiere voye, concourt avec lui à la production du même Emphyseme. L'experience nous apprend que dans les Emphysemes le pus contenu dans la capacité de la poitrine passe dans les poumons par les racines des veines, qu'il se porte dans les reins & sort du corps avec les urines.

L'Emphyseme, dont sont suivies les playes penetrantes simples, ne sçauroit être ni considerable ni dangereux, parce que l'air, qui le produit, est en petite quantité; qu'il se dissipe bientôt par la chaleur & le mouvement des parties voisines; & qu'il ne sçauroit être reparé par un nouveau, la voye, par où ce nouvel air pourroit être porté du dehors du corps dans la capacité de la poitrine, &c. se fermant, aprés la formation de cet Emphyseme, en quelque endroit de son étenduë.

Pour l'Emphyseme, qui survient aux playes penetrantes composées, il est aisé de concevoir, qu'il peut devenir bien plus considerable. Cet Emphyseme a non seulement pour cause le même air que les playes penetrantes simples, mais encore celui qui s'échape continuellement du poumon par la playe de ce viscere.

Cet Emphyseme peut durer autant que la vie du blessé, parce qu'il ne vit qu'autant qu'il respire; qu'il ne peut respirer, que son poumon ne se dilate & ne se resserre alternativement. Or le poumon ne peut se dilater, que sa playe ne s'entrouvre, ni la playe s'entrouvrir, qu'il ne s'échape de nouvel air dans la capacité de la poitrine, & qu'il ne s'y en échape autant qu'il en faut pour faire durer l'Emphyseme durant la vie du blessé, à moins que la playe du poumon ne vienne à se guérir, ce qui est difficile, tant à cause du mouvement continuel de ce viscere, qu'à cause que l'air enfermé dans la capacité de la poitrine, l'irrite continuellement. Dans l'expiration le poumon est pressé par les parties qui l'environnent & il se resserre par ses propres fibres charnuës, deux causes qui doivent donner lieu à l'air de s'échaper du poumon par ses vesicules ouvertes, passer dans la capacité de la poitrine & fournir de quoi entretenir l'Emphyseme.

Voici à present mon observation.

Un homme âgé de trente ans d'une constitution fort sanguine, trés charnuë & d'une vigueur extreme, receut un coup d'épée dans la poitrine, dont il mourut cinq jours aprés. On l'auroit peut-être sauvé, s'il avoit voulu souffrir l'operation de l'Empyeme.

Durant sa maladie il lui survint un Emphyseme d'une grandeur monstrueuse. On le saigna six à sept fois, parce qu'il crachoit du sang & qu'il ne pouvoit respirer, qu'en faisant des efforts de la derniere violence & sur-tout pendant les derniers jours.

Le blessé étant mort, j'ouvris son cadavre, j'en examiné principalement trois choses, 1°. l'Emphyseme, 2°. les yeux & 3°. la poitrine avec sa playe.

L'Emphyseme, qui d'ordinaire n'a que deux à trois pouces d'épaisseur, & qui n'occupe qu'une partie de l'habitude de la poitrine, étoit dans ce cadavre épais de onze pouces & occupoit toute l'habitude du corps, excepté la plante des pieds, le dedans des mains & la partie superieure de la tête.

Il étoit plus épais sur la poitrine qu'au reste du corps; du côté de la playe, que du côté opposé; & par devant que par derriere. Il avoit 11. pouces d'épaisseur sur la poitrine, 9. sur le ventre, 6. au col & 4. dans les autres parties du corps. La plus grande partie de l'air, qui produisoit l'Emphyseme, étoit contenu dans les cellules de la graisse située sous la peau.

Cet Emphyseme étoit plus épais à la poitrine qu'au reste du corps, parce que l'air qui pouvoit produire l'Emphyseme, devoit sortir de la capacité de la poitrine par sa playe, par consequent cet air avoit eu plus d'occasion de se répandre sur la poitrine que sur les autres parties du corps.

Le même Emphyseme avoit plus d'épaisseur à la partie anterieure de la poitrine & du ventre qu'à la posterieure, parce qu'il y a naturellement beaucoup plus de graisse sous la peau qu'à la posterieure, par consequent plus de cellules, où est le siege principal de l'Emphyseme. Outre que les cellules y sont plus nombreuses, elles y sont encore plus grandes. D'ailleurs la peau aussi-bien que les membranes, qui forment les cellules de la graisse, sont plus minces & d'un tissu plus lâche à la partie anterieure, par consequent

elles s'étendent plus facilement. Ainsi la peau & les cellules ont dû moins resister aux efforts de l'air, se laisser étendre davantage ; en recevoir une plus grande quantité & produire une tumeur plus grosse qu'à la partie posterieure.

Il ne s'est point formé d'Emphyseme à la plante des pieds, au dedans des mains, ni à la partie superieure de la tête. La peau en ces trois endroits-là, y tient plus fortement aux parties voisines, & elle y est d'un tissu plus épais & plus serré. D'ailleurs les membranes, qui y composent les cellules, sont aussi plus denses & plus épaisses ; outre cela il y a moins de graisse, & cette graisse y est plus grossiere & plus ferme. Enfin le grand éloignement, qu'il y a de ces trois parties à l'origine de l'Emphyseme, y doit entrer pour quelque chose ; car il faut que l'air, avant qu'il arrive aux parties éloignées, ait passé à travers un grand nombre d'autres, soit par les interstices des parties, soit par la voye des vaisseaux, par consequent qu'il est perdu beaucoup de sa force en parcourant ce chemin. Cet air n'a donc pû y parvenir, ou y conserver assés de force pour y dilater les cellules de la graisse, élever la peau & former un Emphyseme.

On peut attribüer la grandeur monstrueuse de cet Emphyseme, principalement à trois choses.

1°. A la vigueur extreme du blessé qui étoit à la fleur de son âge, & d'une constitution fort sanguine & trés charnuë.

2°. Aux efforts violents qu'il a faits pendant plusieurs jours pour respirer dans sa maladie ; efforts, qui par leur durée & par leur violence ont pû suffire pour faire passer assés d'air de la capacité de la poitrine à toute l'habitude du corps, & y produire un tel Emphyseme.

3°. A la playe en ce qu'elle interessoit le poumon ; & qu'elle y étoit assés longue pour qu'il y eût dans ce viscere assés de vesicules ouvertes, & qu'il s'en échapat dans la capacité de la poitrine assés d'air pour produire un Emphyseme de cette grandeur.

Les yeux dans ce cadavre étoient si gros, qu'ils sortoient en partie de leurs orbites. J'en détachai un d'abord, ayant eu soin d'en lier à nœud coulant les vaisseaux avant que de les couper. Cet œil avoit 16. lignes de diamettre. Il étoit leger & tendu comme un balon. Puis je fis promptement lâcher les vaisseaux liés, & je pressai ce globe en même temps entre mes doigts. Il en sortit d'abord de l'air avec impetuosité, & sur la fin à force de le presser il en sortit quelques petites gouttes de sang qui étoit fort vermeil. Ce globe diminua de plus de la moitié de son volume durant la pression. Mais il en reprit une partie peu de temps aprés, apparemment par la rarefaction de l'air qui y étoit resté.

Ensuite j'ouvris le mesme globe. J'y trouvai peu de sang. L'humeur vitrée étoit à demi-fonduë, & l'aqueuse étoit plus fluide qu'elle n'a accoûtumé d'être. Je remarquai de petites bulles d'air dans l'une & l'autre de ces humeurs, principalement dans la vitrée, où vrai-semblablement il avoit été arrêté par la viscosité qui lui restoit encore.

Je procedai de la même maniere à l'égard de l'autre globe, où je fis à peu prés les mêmes remarques que dans le premier.

Aprés avoir examiné les yeux, je passai à l'examen de la poitrine & de sa playe.

Avant que d'ouvrir la poitrine, j'y fis un trou entre deux côtes vers leur milieu, faisant presser en même temps la poitrine & le ventre. Il sortit par ce trou en forme de vapeur de l'air en assés grande quantité qui étoit fort puant.

Je fis ensuite l'ouverture de la poitrine. J'observai qu'il y avoit dans la cavité droite environ deux poëlettes de sang épanché qui étoit purulent; que la playe pénétroit non-seulement dans la capacité, mais qu'elle pénétroit aussi dans un des trois lobes du poumon droit; que les deux lobes, où le coup n'avoit pas porté, étoient tendus & un peu enflammés; que le lobe blessé étoit dur & noirâtre; que la playe étoit encore ouverte dans ce lobe; qu'elle avoit sept à huit lignes de longueur sur une & demie de largeur & une de profon-

deur. Enfin la playe étoit aussi ouverte à l'endroit de la pleure & des muscles intercôtaux ; mais elle étoit fermée depuis ces muscles jusqu'à la peau, où il paroissoit une espece de cicatrice d'environ deux lignes de longueur.

REFLEXIONS

Sur des nouvelles Observations du Flux & du Reflux de la Mer, faites au Port de Brest dans l'année 1712.

Par M. CASSINI.

1. Fevr. 1713. DEPUIS que l'Academie Royale des Sciences a entrepris d'examiner les Phénomenes du Flux & du Reflux de la Mer. Elle a reçû un grand nombre d'Observations faites en divers Ports de la France, qui ont servi à trouver de nouvelles regles, tant pour établir le temps des Marées dans chacun de ces Ports, que pour déterminer leurs differentes hauteurs. La pluspart de ces Observations semblent prouver qu'il y a un grand rapport entre les mouvements de la Lune & ceux des Marées, puisque non seulement les retours des grandes & des petites Marées suivent assés exactement les diverses Phases de la Lune, mais même les differentes hauteurs qu'on y observe sont proportionnées aux diverses distances de la Lune à la Terre.

Mais comme on pourroit soupçonner que ces divers effets auroient été produits par quelque cause inconnuë qui eût concouru en même temps avec les mouvements de la Lune par une espece de hazard ; il étoit important de s'en assûrer par un plus grand nombre d'Observations. Nous avons eu occasion de le faire par un nouveau Journal d'Observations du Flux & du Reflux de la Mer faites à Brest, qui commence au premier Fevrier de l'année 1712. où le précedent avoit fini, & a esté continué jusqu'au 12. Juillet de la même année.

Dans cet intervalle de temps il y a eu six Nouvelles & cinq Pleines Lunes, dont les Marées ont été observées. Celle qui est arrivée le plustôt a esté observée le 6. Fevrier au matin à $3^h\ 9'$ & celle qui est arrivée le plus tard a été observée le 6. Avril au soir à $4^h\ 12''\ \frac{1}{2}$ avec une difference de l'une à l'autre d'une heure & trois minutes. Si l'on suppose cependant le temps moyen de la haute Mer à Brest dans les Nouvelles & Pleines Lunes de $3^h\ 45'$ de même qu'on l'a déterminé dans le Memoire precedent, & qu'on y employe l'équation ordinaire de deux minutes pour chaque heure que le temps moyen de la haute Mer anticipe ou retarde, à l'égard de celui de la Nouvelle ou Pleine Lune, on trouvera que la haute Mer a dû arriver le 6. Fevrier jour de la plus grande acceleration à $3^h\ 7'\ \frac{1}{2}$ du matin à une minute & demi prés de celle qui a été observée, & que le 6. Avril jour du plus grand retardement, la haute Mer a dû arriver à $4^h\ 15'$ à deux minutes & demi prés de celle qui a été observée.

Les autres Observations qui sont au nombre de 15. s'accordent pour la plufpart au calcul à quelques minutes prés, & les plus éloignées ne s'en écartent que de 14. minutes, ce qui est une précision, à laquelle on n'auroit osé esperer de parvenir, si l'on considere qu'il est souvent difficile de s'assûrer du temps de la haute Mer à un quart d'heure & même à une demi-heure prés.

A l'égard du temps de la basse Mer observé dans les mêmes phases de la Lune, nous trouvons qu'il s'accorde aussi assés exactement au calcul, avec la seule difference que la Mer employe quelques minutes plus de temps à descendre qu'à monter, comme nous l'avons déja remarqué. Cette difference peut monter à Brest environ à un quart d'heure dans les Nouvelles & Pleines Lunes, & à une demi-heure dans les Quadratures, & cette regle s'observe si generalement, que de toutes les Observations que nous avons examinées pendant l'espace de plus d'une année, il n'y en a que quatre ou cinq qui n'y soient pas conformes.

Pour ce qui eſt du temps de la haute Mer obſervé dans les Quadratures, il eſt ſujet à plus d'irregularités que dans les Nouvelles & Pleines Lunes.

La haute Mer qui eſt arrivée le pluſtôt a été obſervée le 29. Mars à 8ʰ 8′ du matin, & celle qui eſt arrivée le plus taad a été obſervée le 28. Avril à 10ʰ 11′ du ſoir avec une difference de l'une à l'autre de 2ʰ 3′ Mais ces differences ſont corrigées en partie, en ſuppoſant le temps moyen de la haute Mer à Breſt dans les Quadratures à 8ʰ 57′ de même qu'on l'a détermine dans le Memoire precedent & employant l'équation ordinaire de deux minutes $\frac{1}{2}$ pour chaque heure que le temps moyen de la haute Mer anticipe ou retarde à l'égard du temps des Quadratures. Car on trouvera que la haute Mer a dû arriver le 29. Mars jour de la plus grande acceleration à 8ʰ 34′ du matin à 26. minutes prés de celui qui a été obſervé, & que le 28. Avril jour du plus grand retardement, la haute Mer a dû arriver à 9ʰ 46′ du ſoir à 25. minutes prés de l'Obſervation.

Nous avons remarqué dans les Memoires précedents que le retardement des Marées eſt plus grand vers les Quadratures que vers les Nouvelles & Pleines Lunes. Cela eſt conforme à nos Obſervations, & paroît ſurprenant lorſqu'on conſidere que dans les Nouvelles & Pleines Lunes la Mer s'éleve quelquefois à Breſt à la hauteur de 21. pieds, au lieu que dans les Quadratures elle ne s'éleve quelquefois qu'à la hauteur de 4. à 5. pieds, & monte rarement à celle de onze pieds,

Cependant ſi l'on ſuppoſe que le mouvement des Marées ſe fait par une eſpece d'impulſion comme on a tout ſujet de le conjecturer; on trouve que l'experience peut s'accorder au raiſonnement ; car la preſſion de l'air ſur la Mer, peut-être telle que non-ſeulement elle faſſe monter la Mer à un plus grand degré de hauteur dans les Nouvelles & Pleines Lunes que dans les Quadratures, mais même qu'elle arrive à cette plus grande hauteur avec plus de viteſſe.

A l'égard du temps des plus grandes Marées dans chaque Lunaiſon, nous trouvons qu'elles arrivent à Breſt le plus ſouvent un jour aprés la Nouvelle ou Pleine Lune, de même que les plus petites Marées arrivent auſſi un jour aprés les Quadratures. Nous avions obſervé à Dunkerque & au Havre de Grace que les grandes & petites Marées y arrivoient pour l'ordinaire deux jours aprés ces phaſes de la Lune, de ſorte qu'il paroît que la preſſion qui ſe fait ſur la Mer dans les Nouvelles & Pleines Lunes, & dans les Quadratures, ſe communique plus promptement à Breſt qu'à Dunkerque & au Havre, ce qui paroît conforme au raiſonnement, l'extremité Occidentale de la Bretagne où eſt ſituée Breſt, étant beaucoup plus avancée vers l'Ocean où ſe fait la preſſion, que les Ports de Dunkerque & du Havre qui ſont tous les deux dans la Manche.

Nous avons déja remarqué que les diverſes hauteurs que l'on obſerve dans les Marées ſuivent aſſés exactement les diverſes diſtances de la Lune à la Terre; que lorſque la Lune dans le temps qu'elle eſt Nouvelle ou Pleine ſe trouve prés de ſon Perigée, la Marée eſt plus grande que dans la Sizygie ſuivante où elle eſt prés de ſon Apogée. Cela ſe trouve confirmé par ces dernieres Obſervations, car le 4. Juin 1712. jour de la Nouvelle Lune, cette Planette étoit prés de ſon Apogée, ſa diſtance à la Terre étant de 1064. parties dont la moyenne eſt 1000. Auſſi l'on obſerva ce jour-là, qui fut celui de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 16. pieds 2. pouces, au deſſus d'un point fixe qu'on a pris pour le terme des meſures, & celle de la baſſe Mer de 2. pieds 0. pouce, ce qui donne la quantité de l'élevation de la Marée de 14. pieds 2. pouces. Le 19. Juin ſuivant jour de la Pleine Lune, cette Planette étoit pres de ſon Perigée, ſa diſtance à la Terre étant de 935. parties, dont la moyenne eſt 1000. Auſſi l'on obſerva le 21. Juin jour de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 18. pieds 4. pouces au deſſus du point fixe, & la hauteur de la baſſe Mer 10. pouces

au deſſous de ce point, ce qui donne l'élevation de la Marée de 19. pieds 2. pouces plus grande de 5. pieds que dans l'Obſervation précedente, où la Lune étoit prés de ſon Apogée.

Quoy-que toutes ces Obſervations s'accordent à prouver que les diverſes diſtances de la Lune à la Terre contribuent beaucoup aux diverſes élevations que l'on obſerve dans les Marées; on ne prétend point qu'elles ſoient ſeules la cauſe de toutes les variations que l'on y remarque, & il paroît même qu'il y a d'autres cauſes qui peuvent concourir à faire augmenter & diminuer la hauteur des Marées. On ne parle point icy de ces cauſes accidentelles dont il ſeroit difficile de donner des regles, comme par exemple, de la force & de la ſituation des vents, de la direction differente des côtes de la Mer, qui non ſeulement peuvent faire accelerer ou retarder le temps des Marées, mais même y cauſer des élevations differentes. Mais on entreprend ſeulement de déterminer celles qui ont quelque periode reglée.

Or en examinant toutes les Obſervations qui ont été faites depuis le 6. Fevrier 1712. juſqu'au 12. Juillet de la même année, on trouve que la plus haute Marée eſt arrivée le 24. Mars au ſoir, & le 25. au matin où la Mer eſt montée à la hauteur de 19. pieds 1. pouce. La baſſe Mer fut obſervée le 24. au matin, 1. pied 6. pouces au deſſous du point fixe, de ſorte que l'élevation de la Mer fut le 24. Mars de 20. pieds 7. pouces. La Lune étoit alors plus prés de ſon Perigée que de ſon Apogée, ſa diſtance à la Terre étant de 977. parties dont la moyenne eſt de 1000. mais on ne peut pas attribuer toute cette élevation de la Marée à la proximité de la Lune, à l'égard de la Terre puiſque la hauteur de la Marée fut obſervée le 24. Mars plus grande d'un pied 5. pouces, que le 21. Juin, temps auquel la Lune étoit beaucoup plus prés de ſon Perigée; il paroît donc qu'il y a eu au mois de Mars quelque autre cauſe qui a contribué à l'élevation de la Marée, & comme cette Obſer-

vation a été faite prés de l'Equinoxe du Printemps qui est arrivée le 20. à 11^h $19'$ du soir, & celle du 21. Juin prés du Solstice d'Eté qui est arrivée à 11^h $17'$ du matin; cela nous a donné lieu de conjecturer que toutes choses égales, les Marées sont plus grandes dans les Equinoxes que dans les Solstices.

Dans la Nouvelle Lune suivante qui arriva le 6. Avril, la Lune étoit plus prés de son Apogée que de son Perigée, sa distance à la Terre étant de 1032. dont la moyenne est 1000. & l'on observa le 7. Avril au matin la hauteur de la Pleine Mer de 18. pieds 2. pouces, & celle de la basse Mer de 0. pied 5. pouces, ce qui donne l'élevation de la Mer pour ce jour là de 17. pieds 7. pouces, plus petite de 3. pieds que le 24. Mars. Aussi le devoit-elle être par deux causes, dont l'une est que la Lune étoit plus éloignée de la Terre le 7. Avril que le 24. Mars, & l'autre qu'elle étoit plus éloignée de l'Equinoctial.

Ces Observations se trouvent confirmées par celles qui furent faites à Brest l'année précédente. Car le 30. Juin 1711. la distance de la Lune à la Terre étant de 960. l'élevation de la Marée fut observé le 1. Juillet de 18. pieds 1. pouce, plus petite de 2. pieds 10. pouces, que le 14. Septembre prés de l'Equinoxe où elle fut observé de 20. pieds 11. pouces, la distance de la Lune à la Terre étant le 12. Septembre jour de la Nouvelle Lune de 969. c'est à dire, peu differente de celle du 30. Juin.

Il paroît donc par ces Observations que les differentes hauteurs qu'on observe dans les Marées dépendent de deux causes, dont la principale & qui jusqu'à présent se trouve le plus confirmée par nos Observations, est la diverse distance de la Lune à la Terre; la seconde est sa proximité ou son éloignement de l'Equinoctial, & que la combinaison de ces deux causes produit les principaux Phenomenes qu'on observe dans la hauteur des Marées.

Il suit delà, 1°. Que lorsque la Nouvelle ou Pleine Lune se rencontre dans son Perigée & en même temps

dans les Equinoxes, alors la Marée qui suit immediatement est la plus haute qui soit possible.

2°. Que lorsque la Nouvelle ou Pleine Lune se rencontre dans les Equinoxes vers les moyennes distances, alors la hauteur de la Marée est plus grande que dans les Nouvelles ou Pleines Lunes qui arrivent vers les moyennes distances & prés des Solstices.

3°. Que lorsque la Nouvelle ou Pleine Lune se rencontre dans son Apogée & en même temps dans les Solstices, alors la haute Mer est la plus petite qui soit possible. Les deux premieres regles s'accordent à ce que nous avons remarqué ci-dessus, & la derniere se trouve confirmée par l'Observation du 4. Juin 1712. Car alors la Lune étant prés de son Apogee & du Solstice d'Eté, la hauteur de la Pleine Mer fut observée de 16. pieds 2. pouces, & celle de la basse Mer de 2. pieds 0. pouce, ce qui donne l'élevation de la Marée de 14. pieds 2. pouces qui est la plus petite que l'on ait observé aux Nouvelles & Pleines Lunes dans l'intervalle de plus d'une année. Le 5. Juillet suivant le Soleil étoit à égale distance du Solstice, mais la distance de la Lune à la Terre étoit de 1061. un peu plus petite que le 4. Juin, ce qui a dû causer dans la Marée une élevation un peu plus grande, comme on l'a observé en effet. Car le 5. Juillet au matin la hauteur de la Pleine Mer fut observée de 16. pieds 3. pouces, & celle de la basse Mer de 1. pied 8. pouces, ce qui donne l'élevation de la Marée de 14. pieds 7. pouces plus grande de 5. pouces que le 4. Juin.

A l'égard des petites Marées qui suivent les Quadratures, on remarque de même que nous l'avons fait dans les Mémoires précédents, que leurs diverses élevations dépendent en partie de la diverse distance de la Lune à la Terre. Par exemple, le 14. Fevrier 1712. jour du premier quartier, la Lune étant prés de son Apogée & sa distance à la Terre de 1062. la hauteur de la Pleine Mer fut observée le 15. Fevrier au soir de 10. pieds 9. pouces 6', & la hau-

teur de la basse Mer de 5. pieds 2. pouces, de sorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-là que de 5. pieds 7. pouces 6'. Le 29. Fevrier suivant jour du troisiéme quartier la Lune étant prés de son Perigée & sa distance à la Terre de 975. on observa le 2. Mars au matin la hauteur, de la Pleine Mer de 11. pieds 9. pouces plus grande de 11. pouces 6. lignes que le 15. Fevrier.

Le 15. Mars jour du premier quartier, la Lune étant prés de son Apogée & sa distance à la Terre de 1063. la hauteur de la Pleine Mer fut observée le 16. Mars au matin de 10. pieds 10. pouces, & la hauteur de la basse Mer de 6. pieds 4. pouces, de sorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-là que de 4. pieds 6. pouces un peu moindre que le 15. Fevrier, ce qui devoit arriver, la Lune étant alors un peu plus prés de la Terre que dans l'Observation du mois précedent.

Dans les Quadratures qui sont arrivées lorsque la Lune étoit à peu prés à égale distance de la Terre, on a observé à peu prés une même hauteur dans l'élevation des Marées. Car le 12. Juin jour du premier quartier, la distance de la Lune à la Terre étant de 1020. on observa le 12. au matin, qui fut le jour de la plus petite Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 12. pieds 9. pouces, & celle de la Basse Mer de 3. pieds 5. pouces, de sorte que l'élevation de la Mer a été ce jour-là de 9. pieds 4. pouces.

Le 25. Juin suivant jour du dernier quartier, la distance de la Lune à la Terre étant de 1028. on observa le 28. au matin la hauteur de la Pleine Mer de 12. pieds 5. pouces 8', & celle de la basse Mer de 3. pieds 11. pouces 4', de sorte que l'élevation de la Mer a été ce jour-là de 8. pieds 6. pouces 4' un peu plus petite que celle du 28. Juin comme on a dû l'observer, la distance de la Lune à la Terre étant plus petite le 13. Juin que le 28. Ces deux Observations ayant été faites prés du Solstice d'Eté, nous les avons comparées avec celles qui ont été faites prés des Equinoxes, & nous avons trouvé que toutes choses égales, les pe-

tites Marées qui suivent les quadratures sont plus grandes vers les Solstices que vers les Equinoxes. Car la hauteur de la Pleine Mer a été observée le 16. Mars jour de la plus petite Marée de 10. pieds 10. pouces, la Lune étant prés de son Apogée, & le 31. Mars de 13. pieds 2. pouces, la Lune étant prés de son Perigée. Prenant un milieu on aura la hauteur moyenne des Marées dans les Equinoxes à Brest de 12. pieds plus petite de 7. à 8. pouces, que la hauteur moyenne tirée des Observations du 15. & du 28. Juin faites dans les Solstices.

Quoi-que cet effet paroisse contraire à celui que nous avons observé dans les Nouvelles & Pleines Lunes, dont les Marées sont plus grandes vers les Equinoxes que vers les Solstices; on voit cependant qu'il peut dépendre de la même cause. Car la Lune étant dans un de ses quartiers dans le temps de l'Equinoxe, parcourt par son mouvement journalier un cercle parallele peu éloigné des Tropiques, & la pression qu'elle cause sur la Mer, se faisant par un petit cercle, doit s'y faire moins ressentir. Au contraire la Lune étant dans un de ses quartiers au temps du Solstice, parcourt par son mouvement journalier l'Equinoctial, ou un parallele qui en est fort peu éloigné, & par consequent sa pression sur les eaux de la Mer qui se fait suivant un grand cercle de la Terre, doit être plus grande que lorsqu'elle parcourt un des Tropiques.

Il paroît par là que les diverses hauteurs que l'on observe dans les Marées des Equinoxes & des Solstices ne doivent point se regler précisément sur les temps des Equinoxes & des Solstices, mais sur la plus grande ou plus petite déclinaison de la Lune à l'égard de l'Equinoctial. Car le Soleil étant dans l'Equinoxe du Printemps, & la Lune dans son dernier quartier, c'est à dire, dans les signes Meridionaux, la hauteur de la Marée doit être beaucoup plus petite, lorsque la latitude de la Lune est Meridionale que lorsqu'elle est Septemtrionale; & par la même raison, le Soleil étant dans le Solstice d'Eté dans le temps de la Nou-

velle Lune, la hauteur de la Marée doit être beaucoup plus petite lorſque la latitude de la Lune eſt Septemtrionale, que lorſqu'elle eſt Meridionale.

On peut donc tirer de ces Obſervations ces deux regles generales.

1°. Que toutes choſes égales, les Marées doivent être plus petites, lorſque la Lune étant dans ſon Apogée & dans les ſignes Meridionaux, ſa latitude eſt en même temps Merionale, ou bien lorſque la Lune étant dans ſon Apogée & dans les ſignes Septemtrionaux, ſa latitude eſt auſſi Septemtrionale.

2°. Qu'au contraire les Marées doivent être plus grandes lorſque la Lune étant dans ſon Perigée parcourt l'Equinoctial ſans aucune déclinaiſon.

Il eſt difficile de trouver des Obſervations qui ayent été faites préciſément dans ces differentes circonſtances. Il nous ſuffira de remarquer que le 16. Juin 1711. jour de la Nouvelle Lune, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1048. c'eſt à dire, que la Lune étant prés de ſon Apogée avec une déclinaiſon Meridionale de 26^d 36′ qui eſt la plus grande qu'on ait trouvé dans l'eſpace de plus d'une année, la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée le 17. de 16. pieds 2. pouces 6′ qui eſt une des plus petites qu'on ait remarqué. Le 4. Juin de l'année ſuivante jour de la Nouvelle Lune, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1064. & la déclinaiſon Septemtrionale de la Lune de 25^d 10′; la hauteur de la plus grande Marée fut obſervée ce jour-là de 16. pieds 2. pouces qui eſt la plus petite que nous avons trouvée à Breſt dans les Obſervations des Nouvelles & Pleines Lunes.

On remarque le même effet dans les quadratures. Car le 5. Septembre 1711. jour du dernier quartier, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1061. & la déclinaiſon Septemtrionale de la Lune de 26^d 31′ qui eſt une des plus grandes qui ſoit arrivée depuis le 23. Juin 1711. juſqu'au 11. Juillet 1712. La hauteur de la plus petite Marée fut

observée le 6. Septembre de 10. pieds 3. pouces, qui est la plus basse qu'on ait remarqué dans l'espace de plus d'une année. La hauteur de la basse Mer fut observée le soir de 5. pieds 11. pouces, de sorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-là que de 4. pieds 4. pouces.

Le 15. Mars de l'année suivante 1712. jour du dernier quartier, la distance de la Lune à la Terre étant de 1063. à peu prés de même que le 5. Septembre, & la déclinaison Septemtrionale de la Lune de 25^{d} 45′, un peu plus petite que dans l'Observation de l'année précedente, la hauteur de la plus petite Marée fut observée le 16. Mars de 10. pieds 10. pouces, un peu plus grande que le 5. Septembre 1711. mais une des plus basses que l'on ait remarqué, l'élevation de la Mer n'ayant été ce jour-là que de 4. pieds 6. pouces.

A l'égard des plus grandes Marées qui doivent arriver lorsque la Lune est dans son Perigée & parcourt l'Equinoctial, nous n'avons point d'Observations à Brest qui ayent été faites dans ces circonstances, & il suffira de remarquer que le 12. Septembre 1711. la distance de la Lune à la Terre étant de 969. & sa déclinaison à l'égard de l'Equinoctial de 2^{d} 39′, qui est la plus petite qui soit arrivée dans les Nouvelles & Pleines Lunes, depuis le 16. Juin 1711. jusqu'au 11. Juillet 1712. la hauteur de la Pleine Mer fut observée le 14. Septembre de 18. pieds 11. pouces, & celle de la basse Mer de 2. pieds au dessous du point fixe, ce qui donne l'élevation de la Marée pour ce jour-là de 20. pieds 11. pouces, qui est une des plus grandes qui soit arrivée à Brest dans cet intervalle de temps.

On peut remarquer ici que la difference entre les cercles de déclinaison d'un degré à l'autre va toûjours en augmentant en s'éloignant de l'Equateur & s'approchant du Pole, & que par consequent la variation de la déclinaison de la Lune doit produire un effet moins sensible sur les Marées prés de l'Equinoctial que vers les Tropiques.

Les Observations que nous avons rapportées ci-dessus semblent

semblent prouver suffisamment que les differentes déclinaisons de la Lune, à l'égard de l'Equinoctial, contribuent à augmenter ou diminuer la hauteur des Marées, aussi-bien que les diverses distances de la Lune à la Terre. Ces deux causes étant pour l'ordinaire compliquées ensemble, il est necessaire pour les distinguer d'avoir un grand nombre d'Observations faites en differentes situations de la Lune, tant à l'égard de la Terre qu'à l'égard de l'Equinoctial; c'est pourquoi nous avons crû en devoir examiner quelques-unes qui avoient été faites à Brest en 1692.

Le Journal de ces Observations commence au 6. Juin de l'année 1692. & finit au dernier Octobre de la même année. On y a marqué jour par jour la hauteur de la Pleine Mer, à l'égard d'un rocher nommé la Rosc, qui est à l'entrée & au dedans du Port, & on y a ajoûté la temperature de l'air & la situation & la force du vent.

Par l'examen que nous avons fait de toutes ces Observations, nous avons trouvé que dans cet intervalle de temps la plus grande Marée est arrivée le 12. Septembre 1692. deux jours aprés la Nouvelle Lune, la Mer étant montée ce jour-là à la hauteur de 28. pieds 7. pouces. Ayant calculé la situation de la Lune pour le temps de la Nouvelle Lune précedente, qui est arrivée le 10. Septembre à $6^h\ 12'$ du soir, nous avons trouvé que cette Planette étoit fort prés de son Perigée, sa distance à la Terre étant de 936. parties dont la moyenne est 1000. La Lune étoit aussi fort prés de l'Equinoctial, sa déclinaison Meridionale n'étant que de $3^d\ 11'$ qui peuvent causer trés peu de variation dans la hauteur de la Mer.

Dans les autres Observations des Marées faites aux Nouvelles ou Pleines Lunes; cette Planette étoit non seulement plus éloignée de la Terre que le 10. Septembre, mais même sa déclinaison, à l'égard de l'Equinoctial, étoit plus grande, ainsi toutes les Marées ont dû être plus pe-

tites que le 12. Septembre, ce qui est conforme aux Observations.

Dans la Pleine Lune suivante qui est arrivée le 25. Septembre à $10^h\ 54'$ du matin, la Lune étoit dans son Apogée, sa distance à la Terre étoit de 1065. & sa déclinaison Septemtrionale de $4^d\ 59'$. Aussi l'on observa le 25. la hauteur de la Mer de 25. pieds 5. pouces, plus basse de 3. pieds 2. pouces que le 12. du même mois.

Le 14. Juin de la même année jour de la Nouvelle Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 993. dont la moyenne est 1000. & sa déclinaison Septemtrionale de $27^d\ 10'$ qui est la plus grande qui soit arrivée, on observa le 16. la hauteur de la Mer de 25. pieds 7. pouces plus basse d'un pied 5. pouces que la hauteur moyenne des Marées, tirée des Observations faites au mois de Septembre, lorsque la Lune étoit prés de l'Equateur.

A l'égard des petites Marées observées à Brest dans les Quadratures, on trouve que la plus grande est arrivée le 23. Juin deux jours aprés le premier quartier; la Mer étant montée ce jour-là à la hauteur de 21. pieds 4. pouces. La Lune étoit alors prés de son Perigée, sa distance à la Terre étant de 977. Elle étoit aussi fort prés de l'Equinoctial, sa déclinaison Septemtrionale n'étant que de $3^d\ 42'$.

Le 8. Juin précédent la hauteur de la Mer fut trouvée de 19. pieds 1. pouce, plus petite de 2. pieds 3. pouces que le 23. Juin, comme on a dû l'observer, la Lune étant le 6. Juin jour du dernier quartier dans son Apogée, & sa distance à la Terre de 1064.

On voit donc par les Observations faites à Brest en 1692. de même que par celles qu'on a fait les années dernieres dans le même Port, que la distance de la Lune à la Terre & sa déclinaison, à l'égard de l'Equateur, contribuent beau-

coup à l'augmentation & à la diminution qu'on observe dans la hauteur des Marées.

Sur ces principes nous avons dressé des Tables pour trouver à Brest la hauteur des Marées, tant dans les Nouvelles & Pleines Lunes que dans les Quadratures.

Nous supposons pour cela qu'à Brest dans les grandes Marées qui suivent les Nouvelles ou Pleines Lunes, lorsque cette Planette est dans son Perigée & qu'elle parcourt en même temps l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer est de 20. pieds 0. pouce; que lorsque la Lune est dans son Apogée & sur l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer est de 17. pieds 0. pouce; & que lorsqu'elle est dans son Apogée, & que sa déclinaison à l'égard de l'Equinoctial est de $28^d\ 50'$ qui est la plus grande qu'elle puisse avoir, la hauteur de la Pleine Mer est de 15. pieds 6. pouces. Nous supposons aussi que dans les petites Marées qui suivent les Quadratures, lorsque la Lune est dans son Perigée & qu'elle parcourt l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer est de $14^d\ 0'$; que lorsque cette Planette est dans son Apogée & sur l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer est de 12. pieds 0', & que lorsqu'elle est dans son Apogée & que sa déclinaison est de $28^d\ 50'$, la hauteur de la Pleine Mer est de $10''\ 6'$.

Suivant ces regles la difference de la hauteur de la Pleine Mer causée par les diverses distances de la Lune à la Terre dans les Nouvelles & Pleines Lunes, est de 3. pieds 0. pouce, plus grande du double que celle qui est produite par la déclinaison de la Lune à l'égard de l'Equinoctial.

Mais comme la difference entre la distance de la Lune à la Terre dans son Apogée & dans son Perigée est plus petite d'un tiers dans les Quadratures que dans les Nouvelles & Pleines Lunes, l'on a supposé que la difference de la hauteur de la Pleine Mer causée par les diverses distances de la Lune à la Terre dans les Quadratures, n'est que

de 2. pieds, conformément aux Obſervations.

Dans les autres ſituations de la Lune à l'égard de la Terre; la hauteur de la Pleine Mer eſt proportionnée aux diverſes diſtances de la Lune à la Terre. Pour trouver les variations cauſées par la déclinaiſon de la Lune à l'égard de l'Equinoctial, nous avons pris des déclinaiſons dont les ſinus des complements ſont en proportion Arithmetique, afin de pouvoir diſtribuer également la hauteur des Marées.

On trouvera par le moyen de ces Tables & des Regles ſuivantes, la hauteur des grandes & des petites Marées à Breſt, tant dans les Nouvelles & Pleines Lunes que dans les Quadratures.

REGLE I.

Trouver à Breſt la hauteur de la plus grande Marée, qui doit arriver dans une Nouvelle ou Pleine Lune donnée:

Cherchés par les Tables Aſtronomiques la diſtance de la Lune à la Terre, & ſa déclinaiſon à l'égard de l'Equinoctial. Prenés au haut de la premiere Table la diſtance de la Lune à la Terre, & à côté ſa déclinaiſon, & vous trouverés vis-à-vis la hauteur de la plus grande Marée.

REGLE II.

Trouver à Breſt la hauteur de la plus petite Marée, qui doit ſuivre une des Quadratures:

Cherchés par les Tables Aſtronomiques la diſtance de la Lune à la Terre & ſa déclinaiſon. Prenés au haut de la ſeconde Table la diſtance de la Lune à la Terre & à côté ſa déclinaiſon, la hauteur de la Marée qui répond à ces deux chiffres ſera la hauteur de la plus petite Marée qui ſuit la Quadrature donnée.

EXEMPLE I.

On cherche la hauteur de la plus grande Marée, qui eſt

arrivée dans la Nouvelle Lune d'Octobre 1711.

On trouvera que le 12. Octobre à 6^h 0' du matin, temps de la Nouvelle Lune, la distance de cette Planette à la Terre étoit de 947. & sa déclinaison Meridionale de 12^d 13'. Prenés dans la premiere Table vis-à-vis de 95. & de 12^d 0' la hauteur de la plus grande Marée qu'on trouvera de 19. 6. précisément de même qu'on l'a observée.

EXEMPLE II.

On cherche la hauteur de la plus grande Marée, qui est arrivée dans la Nouvelle Lune de Juin 1712.

On trouvera que le 4. Juin à 7^h 25' du matin, temps de la Nouvelle Lune, la déclinaison Septemtrionale de cette Planette étoit de 25^d 10' & sa distance à la Terre de 1064. Prenés dans la premiere Table vis-à-vis de 106. & de 25^d 33. la hauteur de la plus grande Marée qu'on trouvera de 15. pieds 10. pouces plus petite seulement de 4. pouces que celle que l'on a observée.

EXEMPLE III.

On cherche la hauteur de la plus petite Marée qui suit le premier quartier de la Lune du 23. Juin 1712.

On trouvera que le 25. Juin à 8^h 18' du soir, la déclinaison Septemtrionale de la Lune étoit de 6^d 30' & sa distance à la Terre de 987. Prenés dans la seconde Table vis-à-vis de 99. & de 6^d 56', la hauteur de la plus petite Marée qu'on trouvera de 13. pieds 8. pouces 0' à 4. lignes prés de celle qui a été observée.

EXEMPLE IV.

On cherche la hauteur de la plus petite Marée qui suit le premier quartier de la Lune du 5. Septembre 1712.

On trouvera pour ce temps la distance de la Lune à la Terre de 1061. & sa déclinaison Septemtrionale de 26^d 28'. Prenés dans la seconde Table vis-à-vis de 106. & de

26′ 22′ la hauteur de la plus petite Marée qu'on trouvera de 10ᵈ 9′ 0′ plus grande seulement de 6. pouces que celle qu'on a observée.

On pourra dresser des Regles semblables pour trouver la hauteur des Marées dans les autres Ports de l'Ocean, pourvû qu'on ait diverses Observations de la Pleine Mer faites en differentes situations de la Lune, & principalement lorsqu'elle est prés de son Apogée & de son Perigée; qu'elle parcourt l'Equinoctial, ou qu'elle est vers sa plus grande déclinaison.

EXAMEN

De la maniere dont le Fer opere sur les liqueurs de nôtre Corps, & dont il doit être préparé pour servir utilement dans la Pratique de la Medecine.

Par M. LEMERY le Fils.

4. Fevr. 1713. IL n'y a guere de partie de la Physique plus capable que la Chimie, d'amuser la curiosité par des Phenomenes nouveaux. Pour peu qu'on travaille dans cette science avec une certaine sagacité, & si j'ose m'exprimer ainsi, avec un esprit de découverte, on se trouve arrêté presqu'à chaque pas par l'agrément de la nouveauté; mais cet agrément ne doit pas faire le but principal de nôtre étude. C'est l'utilité Médicinale qui doit nous occuper particulierement, & quand on rapporte tout à ce point de vûë, il y a peu d'experiences Chimiques dont on ne puisse tirer des consequences & des lumieres, par rapport à la Theorie ou à la Pratique de la Médecine.

Suivant donc ce dessein, j'ai tâché de faire usage de plusieurs experiences que j'avois faites sur le Fer, & dont je me servirai dans ce Mémoire. 1°. Pour donner une idée

Table de la Hauteur des Grandes Marées dans les Nouvelles & Pleines Lunes.

Déclinaison de la Lune.	*Distance de la Lune à la Terre.*												
	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	
	Hauteur de la Pleine Mer à Brest dans les Nouvelles & Pleines Lunes.												
0 0	20 0	19 9	19 6	19 3	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17
6 56	19 11	19 8	19 5	19 2	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	1
9 48	19 10	19 7	19 4	19 1	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	1
12 0	19 9	19 6	19 3	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	1
13 50	19 8	19 5	19 2	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16
15 26	19 7	19 4	19 1	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16
16 54	19 6	19 3	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16
18 14	19 5	19 2	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8	16
19 28	19 4	19 1	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7	16
20 37	19 3	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6	16
21 42	19 2	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8	16 5	16
22 44	19 1	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7	16 4	16
23 43	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6	16 3	16
24 39	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8	16 5	16 2	15
25 33	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7	16 4	16 1	15
26 25	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6	16 3	16 0	15
27 15	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8	16 5	16 2	15 11	15
28 3	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7	16 4	16 1	15 10	15
28 50	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6	16 3	16 0	15 9	15

TABLE de la Hauteur des Petites Marées dans les Quadratures.

Déclinaison de la Lune.	*Distance de la Lune à la Terre.*								
	98	99	100	101	102	103	104	105	106
	Hauteur de la Pleine Mer à Brest dans les Quadratures.								
0 0	14 0	13 9	13 6	13	13 0	12 9	12 6	12 3	12 0
6 56	13 11	13 8	13 5	13 2	12 11	12 8	12 5	12 2	11 11
9 48	13 10	13 7	13 4	13 1	12 10	12 7	12 4	12 1	11 10
12 0	13 9	13 6	13 3	13 0	12 9	12 6	12 3	12 0	11 9
13 50	13 8	13 5	13 2	12 11	12 8	12 5	12 2	11 11	11 8
15 26	13 7	13 4	13 1	12 10	12 7	12 4	12 1	11 10	11 7
16 54	13 6	13 3	13 0	12 9	12 6	12 3	12 0	11 9	11 6
18 14	13 5	13 2	12 11	12 8	12 5	12 2	11 11	11 8	11 5
19 28	13 4	13 1	12 10	12 7	12 4	12 1	11 10	11 7	11 4
20 37	13 3	13 0	12 9	12 6	12 3	12 0	11 9	11 6	11 3
21 42	13 2	12 11	12 8	12 5	12 2	11 11	11 8	11 5	11 2
22 44	13 1	12 10	12 7	12 4	12 1	11 10	11 7	11 4	11 1
23 43	13 0	12 9	12 6	12 3	12 0	11 9	11 6	11 3	11 0
24 39	12 11	12 8	12 5	12 2	11 11	11 8	11 5	11 2	10 11
25 33	12 10	12 7	12 4	12 1	11 10	11 7	11 4	11 1	10 10
26 25	12 9	12 6	12 3	12 0	11 9	11 6	11 3	11 0	10 9
27 15	12 8	12 5	12 2	11 11	11 8	11 5	11 2	10 11	10 8
28 3	12 7	12 4	12 1	11 10	11 7	11 4	11 1	10 10	10 7
28 50	12 6	12 3	12 0	11 9	11 6	11 3	11 0	10 9	10 6

sensible

sensible de la maniere dont il opere sur nos liqueurs. 2°. Pour prouver manifestement l'abus de certaines préparations, dans lesquelles il semble qu'on ait pris à tâche de détruire la vertu de ce métal, & enfin pour faire sentir à l'Artiste ce qu'il doit scrupuleusement observer dans les differentes préparations du Fer; j'en proposerai à cette occasion quelques-unes que j'ai faites selon la même méthode, & qui m'ont parfaitement réüssi dans la Pratique.

Il n'y a presque point de liqueur dans la nature qui par elle-même, & sans le secours du feu, ne soit capable d'entamer le Fer, & de s'en charger, comme je le prouverai une autre fois, en donnant quelques remarques assés curieuses sur les dissolutions de ce métal; c'est là ce qui contribuë d'abord à son action si efficace & si specifique, dans ce qu'on appelle communément les pâles couleurs, & dans plusieurs autres maladies : & en effet si le Fer eût été absolument indissoluble, ou qu'il n'eût été dissoluble que par certains esprits corrosifs; les sucs de l'estomach n'y auroient jamais ou presque jamais eu d'action; car rarement se trouve-t-il dans cette partie, des acides assés développés & d'un certain caractere propre à produire l'effet dont il s'agit. Les sucs digestifs ne recevant donc point d'impression de la part de ce métal qui leur seroit inaccessible, ils n'en pourroient point être alterés, & ils ne lui serviroient point de vehicule pour le porter dans le sang; il seroit donc par là absolument inutile à cette derniere liqueur, quelque proprieté qu'il pût avoir, & restant dans les premieres voyes comme il y seroit entré, il ne seroit capable que d'y causer un poids & un embarras, comme il le produit en effet quand il a passé par certaines operations mal entenduës dont il sera parlé dans la suite.

La nature & la grandeur des pores du Fer étant donc telles qu'ils peuvent aisément admettre & retenir non seulement des acides développés, mais encore toute sorte de sels grossiers; il suit évidemment de cette observation que le Fer peut être donné comme un excellent absorbant, &

qu'il agit effectivement d'abord de cette maniere, c'est-à-dire, en se chargeant des parties salines qui se trouvent dans l'estomach, & en adoucissant toutes les liqueurs qui s'y sont unies; je m'en suis servi avec succés dans cette vûë pour amortir des aigres scorbutiques placés dans l'estomach, qui fatiguoient horriblement le malade, & qui n'avoient pû ceder à tous nos absorbants terreux, & à plusieurs autres remedes.

Mais ce n'est pas là la seule maniere dont le Fer opere chés nous; il n'y a pour s'en convaincre qu'à examiner la nature particuliere de ce métal, & les differentes parties dont il est composé.

J'ai fait voir dans un Mémoire donné en 1706. qu'il étoit aisé de découvrir dans le Fer deux sortes de parties, sçavoir, une substance sulphureuse trés active & trés pénétrante, qui en s'exhalant de la partie fixe du Fer, donne des indices incontestables de sa nature inflammable; & ce qui acheve la démonstration de cette matiere existante dans le Fer, c'est que M. Homberg avec sa sagacité ordinaire a trouvé le secret de la separer sans la perdre, & de la rendre palpable en cet état.

L'autre portion du Fer qui est sa veritable partie ferrugineuse, c'est une matiere métallique qui sert de base à la substance sulphureuse, & qui étant privée de cette substance, n'en admet que mieux dans ses pores la matiere magnetique; mais j'ai prouvé en même temps que plus le Fer étoit chargé de parties sulphureuses, plus il étoit dissoluble en general, & que quand il en avoit été dépoüillé jusqu'à un certain point, aucune liqueur n'y avoit plus d'action; j'ai fait voir encore que la substance sulphureuse du Fer pouvoit en être facilement separée, soit par une chaleur assés médiocre qui éleve d'autant mieux cette partie, qu'elle est naturellement fort volatile & fort abondante; soit par l'entrée des acides dans les pores du Fer; car comme ils trouvent dans ces pores une grande quantité de bitume, ils en chassent, & ils en expriment une portion, pour pou-

voir s'y loger; soit enfin par la sortie de ces même acides, comme nous l'expliquerons plus amplement dans la suite.

Le Fer regorgeant donc, pour ainsi dire, d'une matiere bitumineuse contenuë dans les pores de sa partie métallique, il n'est pas possible que quand il a été mêlé à nos liqueurs, une portion de son bitume n'abandonne pas le métal pour s'aller unir au reste du liquide; & en effet toutes les circonstances, qui dans nos operations Chimiques contraignent la partie sulphureuse du Fer à se separer du reste de la masse, se rencontrent aussi dans nos liqueurs précisément de la même maniere, & elles ne different entre elles par rapport à leur action, que du plus au moins; ensorte que si le bitume du Fer est obligé de ceder aux unes, il doit aussi ceder plus ou moins aux autres suivant le degré de leur force.

Car premierement puisque l'action seule de la chaleur suffit pour faire exhaler de la limaille d'Acier ou de Fer une quantité assés considerable de matiere sulphureuse, pourquoi cette même limaille reçûë dans l'estomach, & portée ensuite dans les differentes parties de nôtre corps, où elle trouve une chaleur digestive, n'y laissera-t-elle pas aussi exhaler une partie de son bitume! ou si cette chaleur, quoi-que toûjours continuée, n'est pas encore assés forte pour chasser des pores du Fer une grande quantité de ce soulfre; du moins sera-t-elle assés puissante pour rarefier & gonfler la matiere bitumineuse contenuë dans ses pores! De même que quand on expose un morceau de gâteau sec à une chaleur douce, le beure contenu dans les interstices du gâteau, se gonfle, de maniere qu'il en exude au dehors une portion, qui ne trouve plus de place où elle étoit contenuë auparavant. Or en supposant le même effet dans le Fer, on va voir combien il contribuë à l'évaporation de la matiere sulphureuse dont il s'agit.

En second lieu, puisque les acides qui s'insinuent dans les pores du Fer, en font toûjours sortir une matiere sulphureuse dont ils prennent la place; pourquoi la même chose

n'arrivera-t-elle pas aussi à ce métal pris interieurement! Car il trouve un grand nombre de sels dans nos liqueurs, & il s'y dissout réellement ; par consequent il y doit répandre d'autant plus facilement & abondamment sa matiere bitumineuse, que cette matiere en se gonflant par la chaleur, a déja commencé à se détacher des parois des pores auxquels elle étoit colée, & qu'en y laissant un vuide moins considerable à cause de son gonflement, les sels qui font effort pour s'y insinuer, rencontrent en leur chemin plus de matiere qui leur fait obstacle; ils doivent donc alors pour se placer, en chasser une plus grande quantité, que si la matiere eut demeuré dans sa condensation naturelle, & qu'elle eut laissé par là un passage plus libre à ces sels.

Mais me dira-t-on, le Fer saoulé d'acides comme il l'est dans le Vitriol, & dans les Eaux minerales ferrugineuses qui ne sont qu'un Vitriol dissout; ce Fer, dis-je, ne peut plus admettre dans ses pores de nouveaux sels; comment donc étant pris interieurement communiquera-t-il à nos liqueurs une portion de sa matiere sulphureuse! Enfin comment le Vitriol & le Fer en substance peuvent-ils produire les mêmes effets dans certaines maladies!

Je réponds que les pores du Fer étant fort grands, & remplis de beaucoup de matiere bitumineuse; les acides qui ont servi à réduire ce metal en Vitriol, n'en ont pas chassé, en s'y inserant, tout le bitume qu'ils y ont trouvé; ils n'en ont fait sortir que la quantité qui n'auroit pû y être contenuë avec le volume des acides, & ils se sont tellement unis au reste de la matiere sulphureuse qui n'a point été déplacée, que quand on les dégage ensuite de leurs guaînes ferrugineuses, ils entraînent toûjours avec eux cette matiere, comme je l'ai prouvé clairement dans les Memoires de 1706. par des experiences sensibles.

Cela étant, quoi-que le Fer soit chargé d'acides & réduit en Vitriol, il se trouve encore en état de fournir à nos liqueurs une portion de sa matiere bitumineuse; elles n'ont pour lui enlever & s'approprier cette matiere, qu'à

déraciner les acides qui y tiennent, & l'experience nous prouve clairement qu'elles ſont capables de cet effet. Car j'ai fait voir en parlant de la formation des Ancres faites avec le Vitriol, que les corps abſorbans & ſulphureux comme la Noix de Galle, dépoüilloient le Vitriol de ſes acides, & que la couleur noire ne réſultoit de ce mélange que par la revivification ſubite du Fer qui fait la baſe de ce mineral. Or il eſt certain que toutes nos liqueurs ſont pleines de matieres alkalines & ſulphureuſes ; auſſi quand on a pris interieurement du Vitriol, les ſcelles deviennent-elles ſouvent toutes noires, parce que ce mineral a trouvé dés les premieres voyes, une eſpece de Noix de Galle propre à lui dérober ſes acides.

Mais ce qui merite quelqu'attention, c'eſt que la même liqueur, par exemple la décoction de Noix de Galle, qui agit en qualité d'abſorbant ſur le Fer revêtu d'acides, agit comme diſſolvant ſur la limaille de Fer ou d'Acier, & ainſi on ne doit point être étonné, ſi les mêmes liqueurs de nôtre Corps qui ſont propres à priver le Vitriol de ſes acides, peuvent auſſi diſſoudre & diſſolvent effectivement le Fer pur & ſans mélange ; car comme il a en cet état des pores ouverts à toute ſorte de ſels, & qu'il peut être touché immediatement par les ſucs qu'il rencontre dans nos Corps, on conçoit aiſément qu'il n'y peut alors reſiſter ; mais quand il eſt heriſſé par tout d'acides, ce n'eſt plus lui, ce ſont ces acides qui s'offrent aux parties de nos liqueurs, & ce ſont auſſi ſur eux qu'elles portent leur action.

Enfin comme l'action de la Noix de Galle ſur les acides du Vitriol, n'empêche pas la partie ferrugineuſe de ce mineral de recevoir encore de nouveaux acides en place de ceux qu'elle a perdus, & de reprendre par là ſa premiere forme vitriolique ; de même auſſi peut-on conjecturer avec aſſés de vrai-ſemblance que quand les parties abſorbantes de nos liqueurs ont enlevé les acides du Vitriol, il devient alors en état d'abſorber les nouveaux ſels qui ſe preſentent à ſon paſſage, & par là il communique pluſieurs

fois à nos liqueurs sa matiere sulphureuse, sçavoir, par les acides qu'il y perd, & par les sels qu'il y recouvre.

A l'égard des Eaux minerales vitrioliques, elles n'agissent pas seulement par le soulfre contenu dans leur Vitriol, & qui s'en separe de la maniere que nous venons de l'expliquer, elles agissent encore par un soulfre tout développé qui nage immediatement dans l'Eau, & qui s'évapore promptement à cause de sa grande volatilité qui n'est arrêtée par rien d'assés puissant pour le retenir long-temps dans le liquide dont il est environné. Cette matiere sulphureuse telle qu'on la suppose, peut venir de plusieurs causes, & entr'autres de ce que dans les Mines de Fer où se forme le Vitriol, & par où les Eaux minerales ont passé, il regne toûjours une vapeur sulphureuse que les acides vitrioliques qui s'engagent dans les pores du Fer, en font élever ; de même qu'il arrive dans la formation du Vitriol artificiel, qui ne differe en rien du naturel. Cette vapeur peut encore être augmentée par quelque chaleur souterraine; comme nous l'augmentons aussi quand on fait l'operation du Vitriol sur un petit feu ; car alors la vapeur sulfureuse qui s'exhale du Fer est assés abondante pour pouvoir s'enflammer, ce qui produit un phénomene Chimique trés curieux qui a été découvert & publié par mon Pere en 1701.

Il n'est donc pas étonnant que les Eaux qui traversent les Mines vitrioliques, & qui y deviennent minerales par le Vitriol qu'elles y dissolvent, entraînent encore avec elles la vapeur sulphureuse dont il s'agit ; c'est par rapport à cette vapeur qui se dégage bientôt de l'Eau quand elle a été exposée quelque temps à l'air, que les Eaux minerales qui sortent nouvellement de leur fontaine, ont plus de goût, d'odeur & de vertu, que quand elles ont été gardées ; c'est encore par le moyen de ce soulfre tout développé & fort actif, qu'elles portent à la tête, & qu'elles produisent mesme quelquefois une espece d'ivresse, ce qu'elles ne font point ou trés peu quand ce soulfre a eu le temps de s'é-

chapper. C'est par la même circonstance que certains essais Chimiques font découvrir dans les mêmes Eaux, des differences sensibles, suivant qu'elles sont un peu plus ou un peu moins nouvelles. Enfin, c'est par la même raison que quand on a fait fondre dans une pinte d'Eau, autant de Vitriol qu'on a retiré de matiere vitriolique, d'une pinte d'Eau minerale, comme celle de Passi ; si l'on compare ensuite l'Eau minerale recemment tirée de sa fontaine, avec la solution de Vitriol, on y découvre une difference sensible par le goût & par les effets ; & cela, parce que les esprits sulphureux qui se trouvent naturellement dans l'Eau minerale, n'ont point été inserés dans la solution ; mais cette difference s'évanoüit bientôt par le dégagement & la fuite de ces esprits ; car alors il ne reste plus à l'Eau minerale qu'une matiere vitriolique semblable en nature au Vitriol de la solution, & dont on retire de même par le feu, un esprit acide, & des parties ferrugineuses.

Pour revenir presentement à la maniere dont le Fer opere sur nos liqueurs, on a vû par ce qui a été dit, que la partie sulphureuse & volatile qui s'en détache, a une grande part à cette action ; & on le reconnoîtra de plus en plus, si l'on considere que quand on a fait prendre de la limaille d'Acier dans certaines maladies, quelque temps aprés le poux s'éleve & devient plus fort, la chaleur augmente & se répand par-tout ; le visage qui étoit pâle & souvent plombé & verdâtre, reprend sa couleur naturelle, & qu'il survient quelquefois des hemorragies considerables ; enfin tous les changements qui arrivent pour lors, paroissent autant de marques d'une matiere spiritueuse qui s'est insinuée dans les pores du sang, qui le rarefie & qui l'anime ; c'est aussi par là que le Fer réüssit si bien dans les pâles couleurs, où il s'agit de rectifier un sang presqu'inanimé, qui par la lenteur & la grossiereté de ses parties, surcharge les solides, & resiste puissamment à l'effort qu'ils font pour le faire circuler, d'où naissent les palpitations de cœur, les étouffements, l'abattement & la langueur universelle,

& plusieurs autres simptomes qui accompagnent cette maladie.

Mais, me dira-t-on, comment une vapeur sulphureuse peut-elle faire évanoüir tous ces accidents ! C'est ce que je vais faire voir en peu de mots.

La vapeur sulphureuse qui s'échappe des pores du Fer, & qui se va rendre dans ceux de la masse du sang, doit être regardée comme une espece de levain spiritueux qui réveille la fermentation de cette liqueur, & qui donne lieu par là au dévelоppement de ses principes spiritueux, & à la précipitation des parties grossieres qui faisoient sa lenteur & sa tenacité ; car le sang n'acquiert la consistance qui lui convient, qu'autant qu'il a été suffisamment dépuré ; & cette dépuration ne se fait qu'autant que la fermentation du sang est portée jusqu'à un certain point ; de même que le Vin ne devient spiritueux, & ne se dépoüille de ses parties tartareuses que par un certain degré de fermentation, qu'on est quelquefois obligé d'exciter & de renouveller aprés coup par des matieres sulphureuses & fermentatives qui font alors sur le Vin, ce que la partie sulphureuse du Fer fait sur le sang dans la maladie dont il s'agit.

Mais ce qui contribuë encore beaucoup à achever la dépuration du sang dans cette maladie, c'est la partie fixe du Fer, qui s'étant unie aux parties grossieres de la liqueur, les entraîne par son propre poids, & les en separe ; de mesme qu'il arrive quand on éclaircit du Vin qui est demeuré trouble à cause d'un reste de parties tartareuses qui y tiennent encore ; car alors on se sert de la Colle de Poisson, ou du blanc d'Oeuf, ou de plusieurs matieres terreuses & absorbantes qui agissent toutes en arrachant à la liqueur ce qui troubloit sa limpidité.

Il suit de ce qui a été dit, que le Fer opere dans nos Corps de deux manieres, sçavoir, par sa seule partie sulphureuse ou par toute sa substance, c'est-à-dire, par sa partie fixe & par sa partie volatile unies ensemble, comme elles le sont dans l'état naturel ; mais comme la partie fixe

& metallique du Fer est absolument indissoluble & par consequent incapable d'agir, quand elle est privée jusqu'à un certain point de la matiere sulphureuse ; & qu'au contraire la substance sulphureuse peut bien agir sans le secours de l'autre ; il est clair que c'est particulierement dans la substance sulphureuse du Fer que consiste sa vertu medicinale ; par consequent dans les differentes préparations du Fer, il faut se faire une loi de conserver autant qu'il est possible, cette substance sulphureuse, & il y faut apporter une attention d'autant plus grande qu'elle s'échappe facilement, & qu'à mesure qu'elle quitte le Fer, les proprietés medicinales de ce métal diminüent.

Que devons-nous donc penser de ces préparations de Fer appellées communément *Crocus de Mars,* où l'on ne fait autre chose que d'enlever au métal la plus grande partie de ses soulfres par une calcination qu'on continuë jusqu'à ce qu'il ait été réduit en une poudre rouge. Cependant ces préparations qui, à proprement parler, ne sont qu'une tête morte du Fer, se trouvent vantées extraordinairement par un grand nombre d'Auteurs, & elles tiennent leur place dans les Boutiques des Apotiquaires & dans la Pratique de la Medecine ; parce que, dit-on, c'est un Fer bien plus ouvert, & plus propre à recevoir l'impression de nos liqueurs, que ne l'est le Fer ordinaire. Mais pour être convaincu de la fausseté du principe sur lequel on raisonne, il n'y a qu'à considerer que le Fer qui dans son état naturel, est facilement dissoluble par les liqueurs les plus foibles, devient presque tout-à-fait inaccessible aux esprits acides les plus forts, quand il a passé par ces sortes d'operations. Comment donc alors se dissoudra-t-il dans l'estomac ! comment se distribüera-t-il de là dans d'autres parties ! & portera-t-il son action sur le sang ! & ne paroît-il pas au contraire bien plus propre en cet état à s'arrêter dans les premieres voyes, & à y produire des pesanteurs & des embarras ! C'est aussi ce que l'experience nous fait parfaitement connoître : & sans la prévention ridicule

qu'on a pour ces sortes de préparations, le peu de succés qu'on en retire, & les mauvais effets qui en résultent, leur auroient déja donné une entiere exclusion, & leur auroient fait substituer la simple limaille d'Acier; mais cette prévention va si loin, qu'on ne fait pas difficulté d'assurer que si les Crocus ont des inconvenients, il faut s'en prendre à la nature particuliere du Fer, qui sans préparation en auroit encore bien davantage; & par là on rend en quelque sorte le Fer responsable des mauvais effets qu'il ne produit, que parce qu'on ne le reçoit pas immediatement des mains de la nature, & qu'il passe auparavant par celles de la Chimie.

Il seroit à souhaiter que ce fut là le seul remede sur lequel la Chimie s'exerce mal à propos; on ne détruiroit pas, comme l'on fait, la vertu naturelle de plusieurs drogues qui ne demandent, pour agir avec efficacité, que d'être placées à propos. Mais pour ce qui regarde le Fer qui fait à present nôtre objet, quoi-que mon autorité ne soit pas décisive dans la Pratique de la Medecine, je ne laisserai pas de remarquer, que la simple limaille d'Acier m'a toûjours parû agir en bien moins de temps, & avec infiniment moins d'inconvenients que tous les Crocus imaginables; ce qui s'accorde parfaitement avec nos Observations Chimiques; car comme elle est infiniment plus dissoluble que ces Crocus, elle doit bien moins sejourner dans l'estomac, & passer bien plus promptement dans le sang; par consequent les premieres voyes doivent être d'autant moins fatiguées par son poids, que le sang en reçoit plutôt l'alteration salutaire dont il a besoin pour se rétablir. Dans le Languedoc où les pâles couleurs sont fort communes, les malades n'ont recours qu'à la limaille d'Acier dans laquelle elles trouvent une guerison aussi seure qu'elle est prompte; enfin Sidenham illustre Medecin Anglois & grand Praticien, confirme parfaitement dans une Dissertation épistolaire, la préference que je donne à la limaille de Fer ou d'Acier sur tous les Crocus; car il asseure n'avoir jamais observé, ni même entendu dire, que le Fer pris en sub-

stance ait eu des suites fâcheuses ; & il adjoûte qu'une longue suite d'observations l'ont convaincu, que le Fer en cet état agissoit bien plus vîte & plus heureusement, que de quelqu'autre maniere qu'il eût été préparé.

Le Fer roüillé, soit à la rosée, soit à la pluye, soit d'une autre maniere, est encore une espece de Crocus, à qui les Auteurs donnent de grands éloges ; à la verité comme on n'a point employé le feu pour la préparation de ces sortes de Crocus, ils ont fait une moindre perte de leurs parties sulphureuses : mais quoi-qu'il en soit, j'ai remarqué par un grand nombre d'experiences qui appartiennent à un autre Memoire, que plusieurs liqueurs qui dissolvent trés promptement le Fer, ne font rien de sensible sur la roüille, & que celles qui operent sur la roüille, le font bien plus vîte & plus parfaitement sur le Fer ; ainsi la limaille de Fer est encore préferable à la roüille pour l'usage medicinal, & les malades ne s'en trouveront que mieux quand on se voudra bien dispenser du travail de cette préparation.

Une des meilleures préparations de Fer, à mon avis, c'est sa teinture ; j'ai fait voir, en parlant des Ancres vitrioliques, que cette teinture ne consistoit qu'en une poudre de Fer trés subtilisée, & suspenduë dans un liquide par le moyen des parties gluantes qui s'y trouvent naturellement ; & comme cette poudre, malgré sa division & sa suspension, ne perd point sa couleur naturelle, & qu'elle admet encore trés facilement les acides qu'on lui presente, on peut regarder la teinture dont il s'agit, comme une espece de Fer liquide qui dans l'état où il est, sauve aux sucs de l'estomac, la peine de l'y réduire ; en un mot, le Fer dans cette préparation conserve toutes ses bonnes qualités, & n'en devient que plus propre à passer promptement dans le sang. Mais il faut pour cela que cette teinture ait été faite autrement que celle dont on se sert ordinairement dans la Pratique, & pour laquelle on employe le Tartre cru boüilli avec la limaille de Fer ou d'Acier pendant douze ou quinze heures ; car il n'est pas possible qu'on n'énerve le Fer, & qu'on

ne lui enleve beaucoup de sa vertu pendant cette longue ébullition qui occasione toûjours une dissipation de ses parties volatiles, assés disposées déja par elles mêmes à s'envoler.

D'ailleurs comme on a soin de réduire ensuite la liqueur par l'évaporation en consistance de sirop, on la rend par là si visqueuse & si colante, qu'en s'attachant à l'estomac elle le fatigue plus par son poids que ne pourroit faire la limaille de Fer ou d'Acier prise en substance. Je ne vois donc pas pourquoi on se donne tant d'embarras & de peine à préparer une liqueur qui ne demande ni feu, ni presqu'aucun apprest, & qu'on peut faire en assés peu de temps & à froid avec un grand nombre de sucs vegetaux, & de décoctions de drogues seches qui joignant leurs proprietés particulieres à celles du Fer, font souvent un composé trés salutaire dans certains cas. Par exemple, la vertu du Quinquina jointe à celle du Fer m'a quelquefois parfaitement reüssi, & chaque Medecin peut suivant ses indications imaginer de semblables composés qui seront bientôt exécutés de la même maniere : enfin, j'ai toûjours observé que les teintures étoient d'autant plus efficaces, & sujetes à d'autant moins d'inconveniens, qu'elles étoient faites avec plus de simplicité, & sans le secours du feu.

Le temps ne me permet pas presentement de faire un détail de toutes les matieres avec lesquelles j'ai tiré plus ou moins facilement la teinture du Fer. Je dirai seulement que j'ai fait en peu de temps des teintures trés fortes & trés excellentes avec les sucs de Verius, de Citron, d'Oranges douces & ameres, avec les décoctions d'écorce de Grenade, de Balaustes, de Sumach, de Noix de Galles, de Rubarbe, de Mirabolans & de plusieurs autres matieres de même nature. Le sel vegetal fondu dans l'Eau & laissé quelque temps sur la limaille de Fer ou d'Acier, en tire encore une teinture assés forte qui ne cede point en vertu à toutes celles dont on vient de parler.

Pour ce qui regarde presentement le Fer réduit en sel,

ou en Vitriol par le ſecours d'acides propres à cet effet, on a vû par ce qui a été dit, de quelle maniere il operoit ſur nos liqueurs; je remarquerai encore que de toutes les préparations de Fer, il n'y en a point de plus propre à penetrer promptement dans les recoins de quelque viſcere particulier où il s'eſt formé un embarras, la raiſon en eſt évidente; ce n'eſt plus alors ſous la forme d'un métal groſſier & peſant qu'il ſe preſente à nos liqueurs, c'eſt au contraire comme un ſel trés actif & trés diſſoluble dans lequel la matiere ferrugineuſe ſe trouve infiniment diviſée par le grand nombre d'acides qui l'accompagnent; de-là vient que le Fer réduit en Vitriol n'a beſoin que d'un liquide aqueux pour paſſer en peu de temps de l'eſtomac dans le ſang, & des gros vaiſſeaux dans les plus petits, où la grande ſubtilité de ſes parties lui fait alors trouver un paſſage bien plus ouvert que quand il n'a eû pour diſſolvant que des ſels groſſiers, tels que ceux qui le réduiſent en teinture, ou qui diſſolvent dans l'eſtomac la pure limaille de Fer ou d'Acier.

Mais ſi nous ſommes redevables de certains effets du Vitriol au grand nombre d'acides qui ſont entrés dans ſa compoſition, ces mêmes acides le rendent auſſi ſi cauſtique & ſi picottant, qu'il ne peut être pris à chaque fois qu'en trés petite doſe, & encore doit-on l'empâter, ou le noyer dans beaucoup d'Eau, ſi l'on veut menager l'eſtomac qui en reſſent toûjours quelque picottement. Or en ſuppoſant que cette petite doſe ſoit par exemple de quatre grains, on n'avale guere alors qu'un grain de Fer, le reſte conſiſtant en acides & en phlegme. Il ſeroit donc à ſouhaiter qu'on pût détruire la cauſticité du Vitriol, ſans lui enlever les acides qui lui ſervent de vehicule, & qui contiennent ſa partie ferrugineuſe dans la diviſion dont il a été parlé, car alors on pourroit donner ſans crainte une doſe bien plus grande de ce Vitriol, & comme le Fer en fait la partie principale, il en entreroit par ce moyen à chaque fois une plus grande quantité dans le ſang, & il s'enſuivroit un ef-

fet plus considerable. Je croi avoir trouvé une préparation vitriolique qui a tous ces avantages, & dans laquelle la matiere ferrugineuse a encore plus d'action qu'elle n'en a dans le Vitriol ordinaire.

J'ai donné dans les Memoires de 1706. & 1707. une vegetation Chimique de Fer, où je n'envisageai d'abord d'autre avantage que celui d'exciter la curiosité ; mais en reflechissant depuis sur la composition de la matiere qui avoit vegeté, & sur la méchanique de la vegetation, qui suppose necessairement une rarefaction & un développement considerable dans la partie sulphureuse du Fer, comme je l'ai suffisamment prouvé dans son lieu ; je jugeai d'abord qu'un soulfre aussi développé, n'en pouvoit être que beaucoup plus propre à se separer abondamment du métal, & à se mêler intimement aux sucs de nôtre corps. D'ailleurs le Fer dans cette operation se trouve parfaitement divisé par les acides de l'esprit de Nitre, qui venant ensuite à s'unir encore au sel de Tartre qu'on leur presente, forment par là un veritable salpêtre qui ne differe du commun que par les parties ferrugineuses, dont il est chargé, & dont les soulfres exaltés donnent à ce sel une consistance grasse & onctueuse.

Or le salpêtre étant par lui-même un sel trés doux & trés aperitif, j'ai crû que le Fer autant attenué qu'il l'est dans nôtre préparation, ne pouvoit être allié à un vehicule plus efficace, & moins propre à porter de mauvaises impressions sur les parties de nôtre corps, & comme ce salpêtre martial en se fondant dans l'Eau, rend la liqueur trouble, savoneuse, & par consequent dégoûtante ; j'ai trouvé plus à propos de le réduire en pilules avec un peu de Gomme adragant ; & j'en ai donné de cette maniere depuis un scrupule jusqu'à un gros dans plusieurs obstructions de viscere, & dans des affections scorbutiques & édemateuses où les urines étoient interceptées. Je l'ai encore employé en guise de pilules astringentes, & detersives dans des Gonorrées trés obstinées, & dans les fleurs blanches, &

j'ose dire que dans tous ces cas le succés a répondu à mon attente. Je ne doute pas que ce remede ne puisse être encore mis utilement en œuvre dans plusieurs autres incommodités, mais je me suis fait une loi de ne rapporter presentement que ce qui m'a paru le plus évidemment vrai, & justifié par l'experience.

DU RETOUR DE L'ETOILE CHANGEANTE,

Qui est dans la Constellation du Cygne.

Par M. MARALDE.

ON a découvert le siécle passé dans la Constellation du Cygne trois Etoiles differentes qui ont été sujetes à divers changements. La premiere est celle qui parut l'an 1600. dans la poitrine du Cygne, égale aux Etoiles de la troisiéme grandeur. Elle fut observée premierement par Snasonius, ensuite par Bayer, par Kepler & par les Astronomes de ce temps-là. On continua de la voir de la même grandeur jusqu'à l'année 1621. suivant Gloriosi, de sorte qu'il est constant qu'elle a été visible pendant 22. ans; on n'en a point d'observations depuis 1621. jusqu'en 1629. dans laquelle année Argoli marqua qu'elle étoit disparuë. 1. Avril 1713.

Elle a été aussi invisible depuis 1640. jusqu'en 1650. suivant le temoignage du P. Riccioli ; mais en 1654. elle étoit augmentée, M. Hevelius l'ayant observée cette année-là de la troisiéme grandeur ; elle resta dans cet éclat pendant trois ans, c'est-à-dire, jusqu'au commencement de 1660. qu'elle commença à perdre un peu de sa lumiere, & aprés avoir diminué insensiblement pendant deux ans, elle se trouva à peine de la sixiéme grandeur vers la fin de

1661. Ensuite elle disparut entierement suivant les observations de Hevelius, & aprés avoir été invisible presque durant quatre ans, elle recommença de paroître vers la fin de 1665. comme une des plus petites Etoiles. Elle a paru augmenter dans la suite, comme le remarque Hevelius, mais elle n'a jamais été plus grande que les Etoiles de la cinquiéme ou sixiéme grandeur, ainsi que nous l'avons observée souvent depuis plusieurs années, & comme elle paroît encore presentement.

La seconde Etoile de la même Constellation qui a été sujette à divers changements, est celle qui est au dessous du bec du Cygne; Elle fut apperceüe comme une Etoile de la troisiéme grandeur par le Pere Don Anthelme Chartreux de Dijon à la fin de Juin de l'année 1670. lorsqu'il cherchoit celle de la poitrine. Elle fut observée ensuite par M. Cassini & par M. Picard, qui s'apperceurent en peu de temps qu'elle diminuoit, & que le 11. de Juillet elle étoit à peine de la quatriéme grandeur. Un mois aprés elle n'étoit plus que de la cinquiéme, & au milieu d'Octobre elle étoit entierement disparuë. Aprés avoir été invisible pendant six mois, le P. D. Anthelme la vit de nouveau le 17. de Mars 1671. comme les Etoiles de la quatriéme grandeur. M. Cassini la vit augmenter jusqu'à surpasser les Etoiles de la troisiéme grandeur : aprés avoir un peu diminué, elle retourna à la grandeur qu'elle avoit eu auparavant; de sorte que dans un mois de temps elle parut deux fois égale aux Etoiles de la troisiéme grandeur; la premiere fois au commencement d'Avril, & la seconde au commencement de Mai; ensuite elle diminua toûjours jusqu'à la fin de Juillet de la même année qu'elle fût entierement invisible. Depuis ce temps l'on n'a point apperceu aucun vestige de cette Etoile, quoi-qu'elle ait été cherchée plusieurs fois par divers Astronomes, & que nous y ayons fait attention depuis plusieurs années.

Outre ces deux Etoiles, dont les apparences ont été fort irregulieres, il y en a une troisiéme dans le col du Cygne qui

qui augmente & diminuë tous les ans de grandeur apparente avec des periodes à peu prés reglées, qui est visible pendant quelques mois & disparoit le reste de l'année. Il n'est point fait mention de cette Etoile par les anciens Astronomes, & Bayer qui est le premier qui l'ait marquée de la cinquiéme grandeur dans ses Cartes céléstes qui furent publiées l'an 1603. la considera comme une de ces Etoiles ordinaires qui avoient été obmises en divers endroits du Ciel.

M. Hevelius qui fit une description exacte des Etoiles de la Constellation du Cygne l'an 1670. à l'occasion de la nouvelle qui parût en ce temps-là, ne marqua point cette Etoile, n'étant peut-être pas visible dans le temps qu'il fit la description de ces Etoiles. Au mois de Juillet de l'année 1686. lorsque M. Kirchius comparoît les Etoiles de la Constellation du Cygne avec les Cartes de Bayer pour chercher l'Etoile qui avoit paru deux fois proche du bec, il s'apperceut que celle qui est marquée par Bayer dans le col, n'étoit pas visible dans le Ciel, ce qui le rendit attentif pour voir ce qui en arriveroit; l'ayant donc cherchée de nouveau au mois d'Octobre de la même année, il la vit comme les Etoiles de la cinquiéme grandeur. Il en continua les observations tant à la vûë simple qu'avec la Lunete, & par la suite de ses observations il a découvert qu'elle augmente & diminuë de grandeur apparente, qu'elle est visible pendant quelques mois, & entierement invisible le reste de l'année, & que la periode de toutes ces variations se fait en treize mois.

Nous sommes attentifs depuis 20. ans à observer les changements qui arrivent à cette Etoile, & ayant comparé nos dernieres observations avec les plus anciennes de M. Kirchius, pour avoir par un plus grand intervalle de temps la periode de ses revolutions avec plus d'exactitude, nous l'avons trouvée de 405. jours à un demi jour prés de celle qui a été déterminée par M. Kirchius, ce qui est une difference qui ne se peut connoître que par une longue suite

rivée à égaler les Etoiles de la cinquiéme & même de la sixiéme grandeur.

Nonobstant toutes ces variations, cette Etoile a ses revolutions assés régulieres, autant qu'on en peut juger par les observations de 26. ans que nous en avons, car le temps de son apparition répond assés bien à celui qui est marqué par le periode. Cette même régularité ne s'observe pas à l'égard des revolutions de l'Etoile changeante de la Baleine, & encore moins à l'égard des revolutions de l'Etoile que nous avons découvert dans l'Hydre, car il y a des grandes inégalités dans ses periodes.

Ce n'est pas seulement dans plusieurs Etoiles fixes que l'on remarque ces vicissitudes d'apparitions & d'occultations, & ces changements de grandeur apparente, on les observe aussi dans quelques Satellites de Saturne & de Jupiter. L'on sçait que par la découverte de M. Cassini, le cinquiéme Satellite de Saturne se perd presque toûjours de vûë pendant la moitié de chacune de ces revolutions autour de Saturne qui est de 80. jours, lorsqu'aprés avoir passé sa conjonction superieure avec cet astre, il commence à s'approcher de la Terre, & que par raison d'Optique il devroit paroître plus grand. M. Cassini a observé plusieurs fois que les Satellites de Jupiter augmentent & diminuent de grandeur apparente, & principalement le troisiéme & le quatriéme; ce que nous avons aussi remarqué plus d'une fois. On a même vû disparoître pendant plus d'une heure ce dernier Satellite, suivant une observation rare & curieuse que fit M. Bianchini par un temps clair & serein le 12. Aoust de l'année 1711. & que nous avons communiqué à l'Academie. Toutes ces apparences se peuvent expliquer par la même hypothese qui a été proposée par divers Astronomes, aprés le P. Riccioli qui l'a rapportée le premier dans le second Tome de son Almageste.

OBSERVATIONS

Des differents degrés de chaleur que l'Esprit de Vin communique à l'Eau par son mêlange.

Par M. GEOFFROY le Jeune.

IL y a long-temps qu'on a observé qu'il se fait une effer- 21. Janv.
vescence & même une espece de fermentation, lorsqu'on 1713.
mêle de l'Esprit de Vin avec de l'Eau dans une certaine proportion. Car alors ce mêlange blanchit un peu : & en même temps que cette blancheur se dissipe, il s'éleve une infinité de petites bulles d'air qui viennent crever à la superficie où elles forment une legere écume.

J'ai donc été bien aise d'observer avec quelque précision à quel point & selon quelle dose le mêlange de l'Eau avec l'Esprit de Vin augmente sa chaleur. Pour cela le 16. Janvier, qui étoit le dernier jour de la forte gelée, je pris le Thermometre de M. Amontons, que j'exposai à l'air. La liqueur s'en trouva à 7. heures du soir à 52. degrés $\frac{1}{12}$ en commençant de bas en haut ; je mis en même temps dans une tasse, deux onces d'Eau de Riviere bien claire, & dans une autre autant d'Esprit de Vin rectifié. Je marquai avec un fil l'endroit où étoit la liqueur du Thermometre, & l'ayant plongé dans l'Eau jusqu'à ce qu'elle commença un peu à se geler, je l'en retirai ; & aprés l'avoir essuyé, je le plongeai sur le champ dans l'Esprit de Vin. Je connu par là que ces deux liqueurs étoient au même degré de froid que l'air, puisque ni l'un ni l'aure ne firent point varier la liqueur du Thermometre. Aprés cela je versai subitement l'Esprit de Vin dans l'Eau, afin que les deux liqueurs se mêlassent mieux & j'y plongeai le Thermometre, ensorte que la boule étoit entierement couverte, comme j'ai toûjours coûtume de faire dans ces sortes d'experiences. Tous

les effets qui doivent ſuivre de ce mêlange parurent, & de plus je vis remonter ſenſiblement la liqueur du Thermometre de $\frac{12}{12}$ qui ſont un pouce.

J'ai répeté la même experience le 19. Janvier, où le froid étoit bien diminué, le Thermometre étoit à l'air à 52. $\frac{10}{12}$. plongé dans l'Eau : il eſt deſcendu à 52. $\frac{7}{12}$. plongé dans l'Eſprit de Vin, il s'eſt tenu à la même hauteur ; plongé dans le mêlange des deux liqueurs, il eſt monté à 53. $\frac{7}{12}$. où il eſt reſté tant que l'efferveſcence a duré.

Me voilà inſtruit du point où ce mêlange porte la chaleur de l'Eſprit de Vin, il me reſtoit encore d'être ſûr de la doſe. Ainſi immediatement aprés je la variai. Je pris deux onces d'Eau & quatre onces d'Eſprit de Vin, & les ayant mêlés, j'y plongeai le Thermometre ; la chaleur me parût moins vive que dans les experiences précédentes, & en effet la liqueur du Thermometre ne remonta que de $\frac{9}{12}$. ce qui fait un quart de diminution.

Je mêlai enſuite deux onces d'Eſprit de Vin avec quatre onces d'Eau, le Thermometre plongé dans ce mêlange remonta promptement de $\frac{11}{12}$. $\frac{1}{2}$.

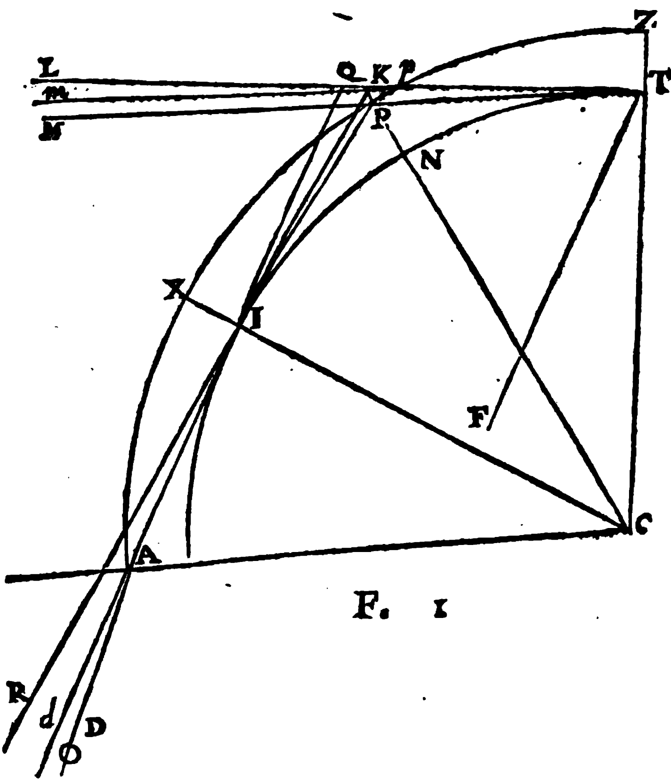
SUR LA HAUTEUR DE L'ATMOSPHERE.

Par M. DE LA HIRE.

25. Fevr. 1713. FIG. I.

SOIT le Cercle *TNI* l'un des grands Cercles de la Terre dont le centre eſt *C*, & que la rencontre du plan de ce Cercle avec la ſuperficie de l'Atmoſphere que je ſuppoſe ſpherique, ſoit le Cercle *ZPA* dont le centre eſt auſſi en *C*. L'horizon ſenſible d'un point *T* de la ſuperficie de la Terre ſoit *TL*, lequel ſera perpendiculaire à la ligne verticale *ZTC* de ce même point *T*.

Nous connoiſſons par les obſervations, qu'un rayon



F. I

de lumiere qui vient d'un astre, & qui fait avec l'horizon *TL* par-dessous un angle de 32′ comme *PM*, aprés avoir traversé l'Atmosphere, vient à l'œil en *T* où il paroît dans l'horizon *TL*, & ce rayon doit décrire dans l'Atmosphere une Courbe dont j'ai expliqué la nature à l'Academie, laquelle sera touchée au point *T* par l'horizon *LT*, Car le rayon *MP* rencontrant obliquement la superficie de l'Atmosphere en *P*, s'approche vers la perpendiculaire *CP* en s'avançant vers *T* & tournant sa concavité vers la terre, à cause que l'Atmosphere est un corps qui augmente toûjours de densité en s'approchant de la terre. Cet angle de 32′ est ce que nous appellons la refraction horizontale.

Il s'ensuit de-là que tous les points lumineux qui seroient sur la courbe *PT* au dedans de l'Atmosphere pa-

roîtroient dans l'horizon *TL*, & ceux qui seroient au dessous ne paroîtroient pas du point *T*. Et si l'on vouloit considerer l'Atmosphere d'une matiere par tout homogene comme de l'eau, & comme plusieurs Astronomes ont fait, il est évident qu'il s'ensuivroit toûjours la même chose; car alors un rayon *mp* qui feroit avec *TL* un angle *mpL* de 32′ en rencontrant l'Atmosphere en *p*, s'y détourneroit par la ligne droite horizontale *pT*; mais cette supposition n'étant pas naturelle, nous nous servirons icy de la courbe *PT*.

Si par le point *P* on mene donc le rayon de la terre *CNPK* qui rencontre sa surface en *N* & l'horizon *TL* en *K*, & qu'on prenne un arc *NI* égal à l'arc *NT*, il est évident que *IK* seroit perpendiculaire au demi-diametre de la terre *CI*, & que l'œil étant posé en *I* verroit tous les points lumineux qui seroient au dedans de l'Atmosphere & dans une courbe *IP* semblable à *TP*, dans la ligne *IK* qui seroit l'horizontale du point *I* comme *TK* l'est du point *T*.

Mais deplus si l'on imagine encore au de-là de *I* une autre courbe *IA* au dedans de l'Atmosphere & qui soit égale & semblable à *IP* ou à *TP*, il s'ensuit qu'un rayon de lumiere comme *DA* qui rencontreroit l'Atmosphere en *A* & qui feroit avec *KI* prolongée un angle de 32′, traverseroit l'Atmosphere par la courbe *AI* en touchant la circonference du cercle de la terre *TNI* en *I* & poursuivroit son chemin par l'autre courbe *IP* & sortiroit de l'Atmosphere en *P*, en faisant avec *IK* un angle de 32′.

Voyons maintenant l'effet des rayons du Soleil dans l'Atmosphere.

Tous les Astronomes demeurent d'accord que lorsque le centre du Soleil est au-dessous de l'horizon de 18. degrés, on voit le commencement ou la fin du crepuscule, & ceux qui ont observé le crepuscule dans un temps serein & froid, remarquent que sa lumiere est assés distincte vers l'horizon pour en faire une détermination exacte; & par consequent

consequent si l'on mene la ligne *TF* qui fasse avec *TL* un angle de 18. degrés, cette ligne *TF* tendra au centre du Soleil sans avoir égard à la refraction ; & si *DA* étoit un rayon qui vint du centre du Soleil, & qu'il rencontrât sans refraction *TL* en *Q*, l'angle *DQL* seroit de 18. degrés.

Mais le commencement du crepuscule qui peut paroître à l'œil placé en *T*, est produit par les premiers rayons qui viennent du bord du Soleil, & qui peuvent rencontrer la superficie de l'Atmosphere en *P* sur la courbe *TP*, & ces rayons feroient avec l'horizon *TL* un angle comme *dQL* de 18′ moins le demi-diametre du Soleil ; car ceux qui feroient un angle plus grand que *dQL* ne pourroient pas rencontrer l'arc de l'Atmosphere dans la courbe *TP*, & ceux qui feroient l'angle moindre que *dQL*, comme lorsque le centre du Soleil est plus prés de l'horizon que 18. degrés, iroient rencontrer l'arc de l'Atmosphere entre Z & *P*, & alors la lumiere du crepuscule seroit déja élevée sur l'horizon. Quoi-que nous considerions ici les rayons du bord du Soleil pour la formation du crépuscule, cela n'empêche pas que l'on n'ait déterminé son commencement lorsque le centre du Soleil est encore à 18. degrés au-dessous de l'horizon.

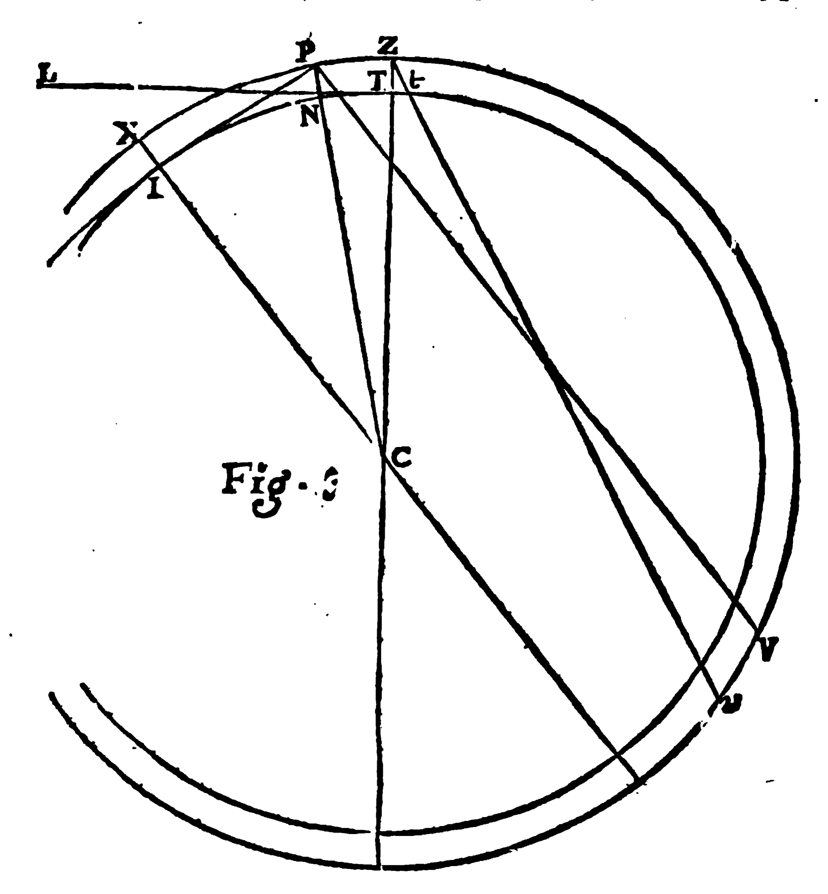
Mais si *dQ* est le premier rayon du Soleil qui peut rencontrer l'Atmosphere en *P* pour faire appercevoir à l'œil en *T* le commencement du crepuscule, il doit venir de son limbe superieur, lequel est éloigné de son centre dans les moyennes distances de 16′ ; c'est pourquoi l'angle de 18° doit être diminué de ces 16′, & comme nous venons de démontrer qu'il doit être encore diminué de 32′ qui est la refraction horizontale, il faudra donc ôter à 18° les deux angles de 16′ & de 32′ pour avoir l'angle de 17° 12′ qui est celui que nous considerons seulement ici & dont nous avons besoin pour nôtre dessein.

Supposons donc pour éviter la confusion des lignes, que le rayon *dA* qui rencontre l'Atmosphere en *A* où il entre,

ment d'avoir approché autant qu'il a fait.

Kepler dans son Epitome Astronomique détermine la hauteur de l'Atmosphere par les crepuscules suivant l'idée des Anciens, qui ne consideroient que des rayons directs qui rencontroient l'Atmosphere, aprés avoir touché la terre, sans avoir égard à la refraction, & il la trouve par un calcul qu'il fait de 10. mille germaniques qui valent chacun environ 3800. de nos toises, & la hauteur de l'Atmosphere seroit donc de 38000. toises qui est plus que nous ne l'avons trouvée, & beaucoup plus qu'il ne croyoit, car il n'estimoit sa juste hauteur que d'un demi-mille germanique & un peu plus, ce qui seroit à peu-prés 2000. toises. Il y a grande apparence qu'une difference si considerable lui a fait chercher le moyen d'expliquer le crepuscule, en y employant des reflexions au dedans de l'Atmosphere qu'il ajoute à la refraction, & par une matiere qu'il imagine autour du Soleil & qui en est éclairée, & il insiste fort sur cette pensée, car il rapporte plusieurs raisons pour la soutenir, dont une des principales est la figure courbe du crepuscule qu'on observe dans les nuits froides & sereines ; il ajoute que cette figure apparente est un segment de cercle qui se termine à l'horizon, mais je vais démontrer que ce n'est point une portion de cercle, mais une hyperbole qui est un peu alterée par la refraction, & qu'il n'est pas necessaire pour expliquer cette figure courbe du crepuscule, de recourir à une matiere qui environne le Soleil, & que ce n'est que l'Atmosphere qui la doit produire, car une semblable matiere troubleroit beaucoup les phénomenes célestes.

FIG. III. Soit comme ci-devant la ligne verticale CT qui passant par un point T de la surface de la terre, rencontre la surface de l'Atmosphere ZX au point Z, & que TL soit l'horizon du point T qui est perpendiculaire à la verticale CT, & que la superficie de l'Atmosphere ZX soit éclairée en P par les rayons du limbe du Soleil qui est encore sous l'horizon, & comme nous posons ce point P élevé sur l'ho-



rizon *TL*, il paroîtra une partie de l'arc du crepuſcule au deſſus de l'horizon. Si l'on mene donc le rayon de la terre *CP* qui rencontre ſa ſuperficie en *N* & qu'on prenne l'arc *NI* de 8° 36′, on aura le point *I* ſur la circonference de la terre où les rayons du limbe ſuperieur du Soleil, aprés s'être rompus dans l'Atmoſphere en y entrant & dans leur chemin, toucheront cette circonference & de-là ſe détourneront vers *P* où ils rencontreront l'extrémité de l'Atmoſphere, comme on a vû dans le commencement de ce Memoire.

Mais comme il arrive la même choſe tout autour de la

terre qu'au rayon *IP* dans l'Atmoſphere qui l'environne ſi l'on tire le rayon de la terre *CI*, & par le point *P* la ligne *PV* parellele à *CI*, cette ligne *PV* repreſentera le cercle de la ſuperficie de l'Atmoſphere qui eſt éclairée par les rayons du bord du Soleil ; ce ſera donc ce cercle *PV* qui doit repreſenter l'arc de l'extremité du crepuſcule vû au-deſſus de l'horizon du point *T* dont le point *P* ſera la partie la plus élevée.

Conſiderons maintenant le cercle *PV* pour la baſe d'un cône qui a ſon ſommet en *T* où eſt placé l'œil, le triangle *TPV* ſera le triangle par l'axe de ce cône, lequel eſt perpendiculaire à ſa baſe & ſa ſurface détermine l'extremité du crepuſcule par rapport au ſommet *T*; il ne s'agit donc plus que de la figure de la ſection de cette ſurface cônique ſur un plan.

Lorſqu'on eſt aſſés éloigné d'un plan ſur lequel il y a une figure tracée, & qu'on ne peut point avoir de connoiſſance de la diſtance de l'œil aux extremités de la figure, on imagine toûjours que cette figure eſt dans un plan perpendiculaire au principal rayon qui iroit de l'œil à la figure, comme s'il y avoit un cercle tracé ſur un plan, & que ce plan fut fort incliné à l'œil qui regarderoit le cercle, & d'ailleurs le plan n'étant point viſible, & ce cercle étant fort éloigné de l'œil, on jugera toûjours que la figure eſt Elliptique, car on la juge dans un plan perpendiculaire aux rayons menés de l'œil à la figure.

Il en eſt icy de même de la ſection du cône *TPV* dont il n'y peut avoir qu'une petite partie au deſſus de l'horizon *TL* ; & comme on eſtime que le crepuſcule eſt dans un plan vertical perpendiculaire à la ligne horizontale *TL* & au triangle par l'axe du cône, on doit juger que ſa figure eſt ſur ce plan, & que c'eſt une hyperbole puiſque le plan parallele au plan où eſt la ſection & qui paſſe par le ſommet *T* du cône eſt au dedans. L'œil étant placé en *T* doit donc juger que la figure de l'arc du crepuſcule eſt hyperbolique. Mais deplus la courbure d'un arc hyperbolique

étant plus platte aux deux côtés de son sommet que la courbure d'un arc de cercle, paroîtra encore plus applatie vers l'horizon où la refraction élevera cet arc beaucoup plus que vers son sommet, ce qui fera encore la difference plus grande entre la courbure du crepuscule & un arc de cercle.

On voit par cette explication qu'à mesure que la partie superieure de l'arc du crepuscule s'éleve vers le Zenith *Z*, ce qui se fait en fort peu de temps, puisqu'elle doit parcourir un quart de cercle pendant que le Soleil s'éleve seulement vers l'horizon de 8° 36′ comme du point *I* vers *N* dans la premiere Figure, c'est-à-dire, depuis le commencement de l'apparition du crepuscule, & alors la partie de l'horizon qui est occupée par le crepuscule est plus grande qu'un demi-cercle, puisqu'elle doit être déterminée par le petit cercle *Zv* qui fera avec *CZ* un angle égal à *CPV* qui coupe l'horizon en *t* au de-là de *T* où sa lumiere empêche l'œil qui est dans ce point *T*, de discerner le terme de l'arc du crepuscule qui s'évanoüit fort promptement à l'œil par les rayons qui y viennent de tout le corps du Soleil.

Il me reste encore à expliquer comment Kepler a trouvé la hauteur de l'Atmosphere par les crepuscules de 10. mille germaniques suivant les anciens, sans avoir égard à la refraction.

Fig. IV.

Soit la surface de la terre *IT*, son centre *C* & l'horizon *TK* du point de sa superficie *T*, si l'on prend l'arc *TI* de sa circonference de 18. degrés, & qu'on mene la touchante *DI* jusqu'à l'horizon *TK* en *K*, on aura le point *K* où l'on doit commencer à voir le crepuscule du point *T*, car le point *K* doit être celui où les rayons du Soleil rencontrent l'Atmosphere. Il s'ensuit

donc que si l'on tire *CK* qui doit couper en deux également en *N* l'arc *TI*, l'angle *TCI* ou *ICK* sera de 9. degrés & le triangle *ICK* sera rectangle en *I*, & posant le rayon de la terre *CI* de 904. mille germaniques, il trouve *CK* de 914. mille, dont ôtant *CN* de 904. il lui reste *NK* de 10. mille pour la hauteur de l'Atmosphere.

Il ajoûte que cette démonstration neglige toutes les causes horsmis le Soleil comme la refraction, la reflexion des rayons au dedans de l'Atmosphere & la matiere étherée qu'il imagine autour du Soleil : voici comme il raisonne de ces causes sans y appliquer aucun calcul, pour en tirer la hauteur de l'Atmosphere d'un demi-mille & un peu plus qu'il estime être sa juste valeur.

Il dit que la matiere de l'Atmosphere est homogene, & que sa surface est aussi bien terminée que celle de l'Océan : il est certain que la refraction des rayons du Soleil en entrant dans l'Atmosphere doit être considerée comme j'ai fait, mais il ajoûte que ceux de ces rayons qui ne rencontrent pas la terre, & qui en poursuivant leur chemin au dedans de l'Atmosphere, rencontrent sa surface en sortant comme il y étoient entrés, horsmis quelques-uns qui se reflechissent au dedans vers la terre & qui ne produisent qu'une lumiere trés foible, & ces derniers qui sont reflechis en rencontrant encore la surface de l'Atmosphere, en sortent aussi horsmis quelques-uns qui se reflechissant encore au dedans de l'Atmosphere, vont rencontrer sa surface en un endroit qui pourra être vû de la terre, ce qui produit en cet endroit l'apparence du crepuscule. Il est facile à juger que ce peu de rayons qui toucheroient l'Atmosphere aprés plusieurs reflexions, & qui seroient presque tous sortis de l'Atmosphere, comme il le dit lui-même, ne pourroient pas faire d'impression sur la vûë, & principalement ne rencontrant que la surface de l'air qui est un corps fort rare quoi-qu'il le suppose homogene comme l'eau.

Il s'étend ensuite assés au long pour prouver par des calculs qu'il fait, la necessité de la matiere qu'il a imaginée autour

autour du Soleil qui doit produire la courbure du crepuscule, mais tout cela ne sert de rien & est entierement inutile pour ce phénomene, comme je l'ay démontré cy-devant.

J'ai déja expliqué pourquoi on ne peut pas distinguer exactement le terme du crepuscule lorsqu'il est assés élevé sur l'horizon; & même quand il est encore vers l'horizon, il arrive fort souvent qu'on ne peut pas non-plus le voir bien terminé; car si les premiers rayons du Soleil qui le forment comme *d I* dans la premiere Figure, passent par des nüages ou des vapeurs épaisses qui soient sur la surface de la terre vers *I*, ils en seront détournés d'un côté & d'autre, & ne feront pas en *P* une lumiere assés forte pour y voir distinctement le terme du crepuscule, & c'est ce qui arrive pour l'ordinaire. Car vers le matin où le Soleil commençant à éclairer successivement la surface de la terre, y éleve beaucoup de vapeurs, & vers le soir celles qui s'étoient élevées pendant le jour, y retombent par l'absence du Soleil qui les abandonne; ce ne sera pas la même chose si l'air est bien froid & sans nüages, c'est aussi ce temps-là seulement où le crepuscule est bien terminé dans son commencement ou dans sa fin. Il faut encore ajoûter à cela que vers le commencement du crepuscule l'œil qui est en *T* voit les particules de l'air qui sont éclairées fort proche les unes des autres, ce qui cause une apparence de lumiere bien plus vive que lorsqu'il est élevé sur l'horizon, où l'on ne voit plus ces mêmes particules éclairées que fort separées, qui ne peuvent pas frapper l'œil assés fortement pour distinguer le terme du crepuscule, & bien moins lorsque ces particules éclairées sont vers le Zenith Z.

Enfin si l'on ne vouloit pas accorder que le commencement ou la fin du crepuscule parut lorsque le Soleil est encore sous l'horizon de 18°, & que ce fut à 17° ou à 19°, il faudroit seulement augmenter ou diminüer la hauteur de l'Atmosphere telle que je viens de la trouver de 2000 toises environ pour chaque degré.

Je ne prétends pas non plus que la hauteur de l'Atmosphere que j'ay posée, doive être la même par toute la terre comme vers l'équateur ou vers les poles, mais cela dépend des observations qu'on en pourroit faire dans ces pays-là ; & je suis même persuadé que dans les pays vers les poles, la hauteur de l'Atmosphere est beaucoup plus grande que dans ceux-ci, où je la crois plus grande que vers l'équateur ; mais vers les poles les observations en pourront être trés bien déterminées à cause du grand froid & de la serenité de l'air qui y regne en hyver.

Voici une observation qui pourra servir à confirmer la hauteur de l'Atmosphere que je viens de déterminer. En 1676. il parût en quelques endroits d'Italie un Meteore qui étoit aussi clair que la Lune dans son plein. M. Montanari Professeur à Bologne en fit des observations, & les ayant comparées avec celles qui avoient été faites en d'autres endroits, il détermina la hauteur de ce Meteore de 15. lieuës moyennes de France, ce qu'il fit imprimer dans un petit ouvrage qui avoit pour titre *Fiamma volante*.

On ne peut pas douter que tous ces feux ou meteores ne soient formés par des exhalaisons sulphureuses qui sortent de la terre, & qui venant à s'enflammer, pesent beaucoup moins que la partie de l'air dont elles occupent la place ; mais quelques legeres qu'elles soient, elles ne laissent pas pour cela d'être plus pesantes que l'éther que nous considerons sans aucune pesanteur. C'est pourquoi elles doivent s'élever jusques sur la surface de l'Atmosphere où elles nagent tant qu'elles durent ; ainsi la hauteur de ces feux doit être la même que celle de l'Atmosphere, & par consequent les 15. lieuës de la hauteur observée de celui-ci, ce qui revient à 35000. toises, confirment ce que j'ai trouvé pour la hauteur de l'Atmosphere.

OBSERVATION

Sur une ſeparation de l'Or d'avec l'Argent par la Fonte.

Par M. HOMBERG.

TOus les métaux & même quelques mineraux, quoiqu'ils ſoient fort differents entr'eux, ne laiſſent pas de ſe reſſembler parfaitement quand ils ſont mis dans une forte fuſion, & on peut alors facilement les mêler enſemble, & de deux ou trois métaux ſimples en faire des compoſés, dont l'uſage en certaines rencontres eſt plus commode & plus utile que ſi on les avoit employé purs & ſans mêlange. On peut, par exemple, de quelque metal pur que ce ſoit, faire des Miroirs ardents, qui n'auront pas l'éclat, ni ne ſeront, à beaucoup prés, ſi bons que ſi on en mêle deux ou trois enſemble, parce que tout métal pur & ſimple ne conſiſte qu'en des parties homogenes, qui ſe lient parfaitement enſemble, & qui compoſent un corps pliant & mol, auquel on ne ſçauroit donner un beau poli, qui eſt cependant une des principales bontés d'un Miroir ; mais dans le mêlange de deux ou de trois differents métaux, leurs parties de differentes figures, ne pouvant pas ſe lier parfaitement, compoſent un corps, à la verité fort caſſant, mais aſſés dur pour recevoir un poli tel qu'on le ſouhaite pour un Miroir. L'Or & l'Argent fins ne ſont pas propres pour en faire des ouvrages qui puiſſent reſiſter au ſervice, parce qu'ils ſont trop mols, mais étant alliés enſemble ou avec le Cuivre, les ouvrages qu'on en fait reſiſtent à la fatigue de l'uſage ; le Cuivre pur n'eſt pas ſi bon en ouvrage, particulierement d'Horlogerie & d'inſtruments de Mathematique, que le Latton, qui eſt un mêlange de Cuivre avec du Zink.

28. Juin 1713.

Il eſt aiſé de faire ces mêlanges de differents métaux, mais il eſt difficile de les ſeparer, particulierement lorſque dans les moindres métaux on veut conſerver l'un & l'autre de ceux qui s'étoient mêlés, il eſt croyable que le peu de perte qu'il y a dans la deſtruction des moindres métaux mêlés, eſt la cauſe qu'on a negligé les moyens de les conſerver, comme au contraire on a recherché ces moyens dans le mêlange de l'Or & de l'Argent, que l'on ſepare parfaitement par le moyen du départ, mais non ſans peine & ſans dépenſe, meſme conſiderable.

Cette maniere de ſeparer l'Or d'avec l'Argent eſt l'unique dont on ſe ſert preſentement, & dont vrayſemblablement on s'eſt ſervi de tout temps, parce qu'il n'y a point d'Auteur, que je ſçache, qui ait fait mention d'aucune autre, cependant il n'eſt pas impoſſible d'en avoir de plus faciles & de moindre dépenſe. Le hazard m'en a montré un depuis peu en travaillant ſur ces deux métaux, laquelle pourroit ſervir, non ſeulement à ſeparer l'Or d'avec l'Argent, mais auſſi à ſeparer l'Or & l'Argent d'avec les moindres métaux, en conſervant le moindre métal, comme je l'ai déja éprouvé, & que je donnerai une autre fois.

J'avois fondu parties égales d'Or & d'Argent enſemble, j'avois mis ce mêlange en grenailles trés fines, dont je m'étois ſervi en pluſieurs operations Chimiques, & voulant enfin remettre cette grenaille en une maſſe, je l'ai mis dans un creuſet, au fond duquel j'avois mis auparavant du Salpêtre brute & du Sel décrepité, à peu prés parties égales, j'ai placé le creuſet au fourneau de fonte, dans un feu mediocre, que je croiois pourtant aſſés fort pour fondre ce qui étoit dans le creuſet; aprés environ un quart d'heure de feu j'ai retiré mon creuſet, & je l'ai laiſſé refroidir, puis je l'ai caſſé, & j'ai trouvé mon Or au fond du creuſet en un culot, & l'Argent en deux morceaux & en quelques grenailles au deſſus de l'Or, & enveloppés dans les ſels qui n'avoient pas été tout-à-fait fondus.

J'ai été fort étonné de cet accident : j'ai touché l'un &

l'autre sur la pierre, l'Argent estoit trés pur & sans Or, mais l'Or n'estoit que de vingt karats, de sorte que l'Or avoit retenu un sixiéme de l'Argent, mais l'Argent avoit rendu tout l'Or avec qui il étoit mêlé. J'ai réïteré cette operation plusieurs fois avec differentes combinaisons d'Or & d'Argent, je n'ai réussi que deux fois, où l'Or s'est trouvé plus pur que l'Argent, toutes les autres fois l'Argent s'est trouvé pur, & l'Or avoit entraîné un peu d'Argent.

J'ai observé dans ces operations, 1°. Qu'il faut que dans le mêlange il y ait autant d'Or que d'Argent, ou approchant, pour y réussir. 2°. Qu'il ne faut pas donner trop de feu, ou le tout se mêle ensemble. 3°. Que les sels, quand ils ne sont pas encore en une parfaite fusion, soutiennent le métal qui commence à se fondre & luy servent de crible, qui laisse passer la partie la plus pesante & la plus fonduë de ce métal, qui est l'Or, & qui retient l'Argent qui est plus leger, & qui dans ce cas n'est pas si bien fondu que l'Or ; si dans ce moment on retire le creuset du feu, l'Argent se durcit ou se congele promptement, parce qu'il est devenu fin par la séparation de l'Or, & qu'il ne sçauroit être remis en fonte que par un trés grand feu ; & les sels qui soutiennent l'Argent, ne pouvant pas achever de se fondre, empêchent l'Argent de couler au fond du creuset & de se mêler de nouveau avec l'Or.

On pourroit s'étonner ici pourquoi l'Argent ne passe pas au travers les sels en même temps avec l'Or, tous deux étant également fondus, car l'Or ne sçauroit se débarasser de l'Argent avec qui il étoit intimement mêlé par plusieurs fontes précédentes, à moins qu'il ne fut en fonte aussi-bien que l'Or : mais quand on examinera la nature du sel qui soutenoit le mêlange de nos deux métaux, qui est le sel marin, on verra qu'il est le dissolvant de l'Or, c'est-à-dire, une matiere qui non seulement dissout l'Or massif en une liqueur aqueuse, mais qui acheve aussi de le fondre quand il le peut atteindre dans une chaleur du feu, d'ailleurs incapable de fondre de l'Or, & qui au contraire

congele & durcit l'Argent en toutes les occasions où il le peut atteindre; ce qui se voit dans la précipitation prompte de l'Argent dissout par l'Eau forte lorsqu'on y mêle du sel commun : cette même congelation s'observe aussi à l'Argent tout prest à se fondre dans le feu par l'attouchement de ce même sel, & l'Argent pour lors ne s'y fond que par une grande violence de feu.

Il arrive donc dans nostre operation que les vapeurs du sel commun, qui est au fond du creuset & qui est agité par le grand feu, penetrent le mélange d'Or & d'Argent à demi fondu & couché sur ce sel, ces vapeurs y produisent leurs effets ordinaires, c'est-à-dire, qu'ils hâtent la fonte de l'Or, & le font couler au fond du creuset, & en même temps ils reserrent & durcissent l'Argent, & en empêchent la parfaite fusion, jusqu'à ce que le feu s'augmentant à un certain degré, il agit plus violemment que les vapeurs du sel commun, & refait une nouvelle masse de deux métaux, en fondant tout ce qui est dans le creuset, aussi-bien les deux métaux, que les sels qui agissoient sur eux ; c'est dans cet intervalle de temps, où l'action des sels est plus forte que celle du grand feu, qu'il faut retirer le creuset. Toute la réussite de l'operation ne consiste que dans l'attention qu'il faut avoir pour ce moment, ce qui n'est pas difficile à attraper, quand on veut s'y appliquer un peu.



BOLETUS RAMOSUS, CORALOIDES FOETIDUS.

Morille branchuë de figure & de couleur de Corail, & tres puante.

Par M. DE REAUMUR.

C'EST une moindre merveille pour ceux qui ne sont pas instruits des progrés de la Botanique d'entendre parler d'une plante nouvelle, que d'entendre dire qu'il en est peu qui ayent échappé aux yeux des Botanistes. En effet il est fort surprenant que la prodigieuse varieté des Plantes qui ornent la surface de la terre ait des bornes presque connuës. Le bel ordre où elles ont été distribuées, sur-tout par M. de Tournefort, n'est guere moins admirable. Cet ordre nous met en estat, sans estre Botanistes, de voir si une plante a été inconnuë aux Botanistes. Elles sont disposées sous certaines classes, les classes sont divisées en genres, & les genres sous-divisés en especes. On découvre sans peine de quelle classe est la Plante sur laquelle on cherche à s'instruire; & avec un peu d'examen on apperçoit duquel des genres de cette classe elle a le caractere. Si l'on trouve son genre, il ne reste plus qu'à rechercher si elle est parmi les especes décrites. Malgré ces facilités, je n'aurois garde de proposer comme nouvelle la Plante dont je vais parler, si auparavant je ne l'eusse soumise à l'examen de nos plus habiles Botanistes. 21. Juin 1713.

Je la nomme, *Boletus ramosus, coraloides fœtidus*; Morille branchuë de figure & de couleur de * corail, & tres puante. *Plance 1.* Par la description que nous en allons donner on verra ce qui nous a determiné à la placer parmi les Morilles, & à la distinguer des autres especes de ce genre par les epi-

thetes, que nous venons de rapporter.

Il y a environ deux ans que je trouvai cette Plante en bas Poictou dans un mur du parc de la maison Seigneuriale de Reaumur. Dans ce mur il y en avoit cinq à six de la même espece éloignées de quelques pieds les unes de autres. Elles estoient à differentes distances de la surface de la terre, les plus proches en étoient à un pied. Le mur étoit exposé à l'Orient, mais environné de petits arbrisseaux, & de quantités de grands arbres qui le mettoient presque entierement à l'ombre. Il estoit fait d'une pierre grise & d'une terre rougeâtre.

*Figure 1. B B, &c.

Chaque Plante * étoit composée de huit ou neuf branches, qui sortoient du mur par un trou dont le diametre horizontal étoit d'environ un pouce & demi. Les plus longues branches avoient sept pouces. La plupart de ces branches jettoient trois ou quatre autres petites branches * longues seulement de deux pouces ou deux pouces & demi.

* Figure b b, &c.

Elles tapissoient toutes ensemble le mur comme les branches des arbres en espalier les tapissent, avec pourtant cette difference remarquable, qu'elles avoient une direction contraire à celles de tiges & des branches des autres Plantes. Elles tendoient embas aussi regulierement que les autres Plantes tendent en haut. Je ne crois pas pourtant que cela doive engager à faire une systême particulier sur la nature du suc dont se nourrit cette Plante, ni sur la maniere dont elle s'en nourrit.

Ses branches sont d'une substance molle, & trop foibles pour soutenir leur propre poids. C'est là probablement la seule cause qui les fait descendre. Ce qui en est une bonne preuve, c'est que la plupart des branches courtes, * que jettent les branches principales, se redressent. La figure de chaque branche est assés irreguliere; il y en a d'aussi grosses, & mesme plus grosses prés de leur extremité, que prés de leur origine. D'autres sont beaucoup plus petites à leur extremité. Dans les endroits où elles sont

* Figure 1. b b, &c.

le

le plus grosses, elles ont six à sept lignes de largeur, & seulement deux ou trois lignes d'épaisseur vers le milieu de leur largeur; je dis vers le milieu, parce que la circonference de chaque endroit approche de celle d'un oval applati. C'est la largeur des branches qui est parallele au mur.

Lorsque nous avons dit que la circonference de ces branches approche de celle d'un oval, nous n'avons voulu en donner qu'une idée grossiere : Il s'y trouve une infinité de découpures irregulieres, d'inégalités disposées bizarement qui dérangent fort cette figure ; leur extremité se termine ordinairement par deux ou trois découpures.

Ces branches sont d'une matiere fongeuse; elles ne sont ni feüilletées, ni fistuleuses. Leur surface paroît remplie d'une infinité de sinuosités, d'enfoncemens, de trous d'une figure trés irreguliere, & disposés fort irregulierement. Il y a des endroits où l'on ne voit que de simples sinuosités ; ailleurs on voit des endroits plus creux, entourés de tous côtés par des especes de petites cloisons. Enfin on y observe beaucoup de trous * qui penetrent dans le milieu de la Plante; on ne peut pourtant suivre leur route lorsqu'on se contente de regarder la Plante exterieurement. Mais si l'on en coupe de petits morceaux, soit horizontalement * soit verticalement, on apperçoit distinctement que ces trous penetrent dans le milieu de la Plante, qu'ils y arrivent en serpentant, & que de-là ils vont aboutir à quelque ouverture placée plus bas sur la surface de la Plante. Quelquefois divers de ces trous se croisent chemin faisant. Si l'on regarde attentivement ces trous dans l'interieur de la Plante, on y découvre divers filamens, qui quelquefois les traversent, & qui quelquefois sont placés comme de petits poils. Ces poils auroient-ils quelque chose de commun avec les pistiles des graines ? C'est ce que j'oserois au plus soupçonner.

* Figure 2. OOO, &c.

* Figure 2. HH.

Je fis ôter les pierres du mur dans l'endroit d'où les branches de ces Plantes sortoient. Je vis qu'elles tiroient toutes leur origine du fond d'une enveloppe commune *. Cette enveloppe est une espece de bourse formée par une membrane dont la substance, le tissu, la couleur & l'odeur sont fort semblables à celles de la peau qui recouvre le chapiteau des Champignons ordinaires. Ses parois, dans les Plantes déja grandes, ou prestes à perir n'ont qu'une demi ligne d'épaisseur. Elles en ont beaucoup davantage lorsque la Plante est plus jeune. C'est au fond de la surface interieure de cette espece de bourse que sont attachées toutes les branches.

*Figure 1. CCCC.

Vis-à-vis le mesme endroit, sur la surface exterieure de l'enveloppe, est attachée la racine de la Plante *. Elle est ronde, elle a environ une ligne de diametre à son origine, elle se termine par une pointe tres fine *, sa longueur est de neuf ou dix pouces; elle serpente dans le mur. La même racine jette trois ou quatre autres filets plus deliés *, qui à quatre à cinq pouces de leur origine se terminent aussi en pointe.

*Figure 1. Rrrs.

*S.

*rr.

Je cherchai dans le mur, & je trouvai de ces enveloppes qui donnent la naissance aux branches, dont les branches n'estoient pas encore sorties. * Ces enveloppes estoient alors fermées de tous côtés, fort semblables à ces Champignons appellés vesses de loup, à cela prés qu'elles estoient applaties, & que les inégalités des pierres & de la terre s'y estoient gravées en divers endroits. Elles avoient alors la racine dont je viens de parler. Ayant ouvert une de ces enveloppes, je la trouvai remplie d'une substance molle, d'une couleur assés approchante de celle de la chair des amandes vertes qui n'ont pas encore acquis de consistance. Entre cette matiere on distinguoit diverses ramifications d'une autre matiere grisâtre, qui partoient du fond de l'enveloppe, & qui probablement étoient les branches naissantes.

*Figure 3. DDDE EE.

Il est naturel que l'enveloppe, & les jeunes branches par

consequent, s'étendent plus aisément du côté où le mur à un ouverture, que de tout autre côté; & cela par la même loi de Mecanique, qui fait que les arbres en espalier ne poussent point de branches du côté du mur, & que les Plantes que l'on fait germer dans une cave, prennent leur direction vers le soupirail de la cave : par cette même loi, dis-je, l'enveloppe doit s'étendre vers l'endroit où le mur à quelque trou *. Les branches s'étendant plus aisement du côté où l'enveloppe cede le plus, elles doivent prendre leur direction vers le même côté. C'est donc de ce côté-là qu'elles doivent briser leur enveloppe lorsqu'elles sont devenuës assés fortes, & que l'enveloppe est devenuë assés mince. Car elle devient mince, comme nous l'avons dit, à mesure que la Plante croît.

* Figure 3. DDD.

Lorsque ces branches sont sorties de leur enveloppe, & du mur, leur couleur blanchâtre se change en une couleur d'un fort beau rouge, assez approchant de celui du Corail. L'air produit sur elles un effet semblable à celui qu'il produit sur la liqueur des Buccinium, & sur la liqueur des Oeufs de Pourpre, dont nous avons parlé ailleurs. Quoi que l'air penêtre dans l'interieur de l'enveloppe, lorsqu'elle a été brisée, son mouvement y est moins fort qu'autour des branches qui sont dehors du mur, il s'y renouvelle plus rarement ; aussi les branches y sont-elles beaucoup moins colorées. Ce qui s'accorde fort avec ce que nous avons fait voir dans les Memoires de 1711. pag. 190. sçavoir que ce n'est pas simplement l'air, mais l'air agité qui donne la couleur rouge à certaines liqueurs, ou à certains corps. Interieurement les branches sont plus rouges, autour des parois des trous, que dans l'épaisseur des parois. Tout cela dépend de la même cause.

Quand cette Plante a acquis une certaine grandeur, elle devient d'une odeur insupportable, & approchante de celle de la plus puante charogne. Elle sent d'autant plus mauvais, qu'elle est plus preste à passer. J'en fis des-

ſiner une fort grande par M. Aubriet, dont quelques bouts de branches commençoient déja à tomber; ſon odeur eſtoit ſi deſagreable, que j'étois ſurpris qu'il put la ſouffrir proche de luy pendant qu'il en prenoit le trait.

Au reſte quand elle eſt parvenuë à une certaine grandeur, elle ſe paſſe fort viſte, ſes bouts ſe ſéchent ou pourriſſent les premiers, ſelon que le temps eſt ſec ou humide. Et en pourriſſant, ou en ſéchant ils prennent une couleur d'un rouge noirâtre ſemblable à celle du ſang qui commence à ſécher.

Quoi-que je ne puſſe prendre pour un ſimple jeu de la nature, une Plante dont j'en trouvois cinq à ſix ſemblables en meſme temps, je m'informai ſi on ne ſe ſouvenoit point d'y en avoir vû de pareilles les années precedentes. On m'aſſûra que dans le meſme mur, & dans le même endroit, on y avoit toûjours vû depuis longtemps de ces ſortes de Champignons.

DE L'INCOMMENSURABILITE DE POLYGONES

INSCRITS ET CIRCONSCRITS AU CERCLE.

Par M. SAULMON.

21 Juin 1713.

COMME la queſtion que je traite à une liaiſon neceſſaire avec la diviſibilité de la matiere, je me crois obligé d'en dire quelque choſe.

Ce que je découvre d'abord en ſon idée, eſt que je n'apperçois aucunes bornes ni limites au nombre des parties qu'elle peut fournir ſelon certaines diviſions déterminées, & que de toutes celles qui en reſultent, il n'y en a aucune

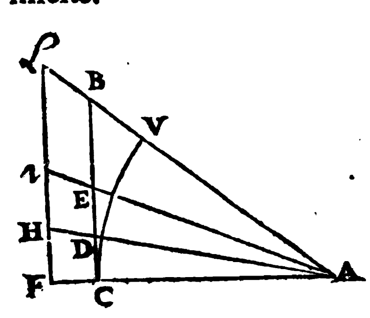


Fig. 1.re
C
C
T
T
b
B
B
H
E
E
R
fig. 3.e
R
D
D
P. Simonneau f. Sculp.

que je puisse regarder comme si elle estoit vrayement la derniere. Pour le demonstrer, je conçois deux cubes inégaux, leurs bases posées sur un plan horizontal, & les hauteurs entre elles comme le côté & la diagonale d'un même quarré, & par consequent incommensurables. Je conçois encore qu'ils sont divisés l'un & l'autre en deux parties égales, chacun par un plan parallele à l'horizon, & que chacune de celles-ci l'est encore en deux autres égales semblablement, & ainsi de suite à l'infini. Il est clair qu'aprés les mesmes divisions, le nombre des parties en un cube sera continuellement égal au nombre des parties en l'autre, & que ce même nombre sera continuellement l'un des termes de la progression double geometrique 2, 4, 8, &c. continuée à l'infini. Chacun de ces termes sera continuellement un nombre entier & pair, car les premiers sont des nombres entiers par l'hypothese, & le double de l'anterieur est toûjours égal au posterieur, par l'hypothese aussi, autrement il ne seroit pas formé selon la teneur de la formule qu'on suppose, ce qui seroit contre l'hypothese. L'épaisseur de chaque tranche en l'un des cubes sera aussi continuellement incommensurable avec l'épaisseur de chaque tranche correspondante en l'autre cube, & il n'y aura jamais de dernier terme de cette suite, tandis qu'elle persevere en la même hypothese. Car si quelqu'un vouloit qu'il y eût à la fin une derniere tranche en l'un des cubes, l'épaisseur de la tranche du grand seroit plus grande que l'épaisseur de la tranche du petit, car comme le nombre des tranches en chaque cube est égal par la formation, l'épaisseur d'une tranche en l'un, est à l'épaisseur d'une tranche en l'autre, comme la hauteur du premier cube est à la hauteur du second, c'est-à-dire, que ces épaisseurs sont continuellement entre elles comme la diagonale, & le côté d'un même quarré, la moindre épaisseur pourra donc être retranchée de la plus grande, ainsi l'épaisseur de la grande tranche seroit encore divisible au moins en deux parties inegales, mais tou-

te grandeur divisible en deux parties inegales, est divisible aussi en deux parties égales, la grande tranche estoit donc encore divisible en deux parties égales. Or chacune de ces deux nouvelles parties auroit une épaisseur moindre que celle de la derniere tranche du petit cube, la moindre épaisseur pourroit donc estre retranchée de la plus grande, ainsi l'épaisseur de la derniere tranche du petit cube seroit encore divisible au moins en deux parties inegales, & par consequent elle le seroit aussi en deux égales. Les tranches qu'on avoit donc regardées comme les dernieres dans les cubes, ne l'estoient pas, mais elles l'estoient néantmoins par l'hypothese, l'hypothese estoit donc impossible, autrement une même chose seroit & ne seroit pas, en même temps; ce qui renferme une contradiction manifeste.

FIG. I.

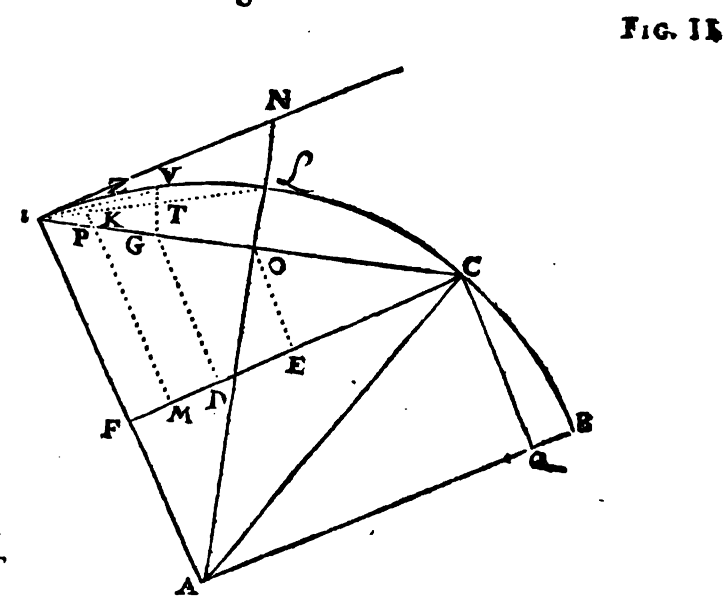


Soit l'Angle *AFL* droit. *FL* égale à la hauteur du grand cube, & *CB* égale à celle du petit & parallele à *FL*. par les points *L*, *B*, je tire la droite *LB*, qui rencontre le prolongement de *FC* en un point *A*. Que les points *H*, *i*, &c. designent les divisions des tranches du grand cube, les points, *D*, *E*, &c. designeront les divisions proportionnelles des tranches du petit. Mais on vient de demonstrer que les costés *Hi*, *DE*, sont continuellement divisibles, & qu'il n'y a point de dernieres limites en la division dont ils sont susceptibles, donc il n'y en a point non plus en celle de l'Angle *HAi*, ou *DAE*; par la même raison il n'y en a pas non plus dans aucun des autres Angles *FAH* ou *CAD*; *LAi*, ou *BAE*. &c. donc la division de l'Angle est inépuisable, & il n'y a point de dernieres limites.

DEFINITION.

L'angle qui se forme aprés une certaine multitude de divisions des plus grande que j'apperçoive d'une simple veûë, est ce que j'appelle un angle infiniment petit du premier genre. Je conçois encore une suite d'autres angles qui soient continuellement entre eux comme l'angle fini *CAV* est à l'angle infiniment petit du 1er genre, le 3me terme proportionnel, est ce que j'appelle un angle infiniment petit du second genre; le 4me, un angle infiniment petit du 3me genre, & ainsi de suite à l'infini; par exemple un sinus infiniment petit du 1er genre forme un sinus verse infiniment petit du second genre; & celui-ci estant appliqué en la circonference du même cercle, & perpendiculaire au rayon devient un sinus du second genre qui forme un sinus verse du 3me, & si l'on continuë ainsi, l'on aura une suite infinie de sinus de divers genres. FIG. I.

Pour faire une application de la divisibilité de la matiere en raison sous double, aux sinus d'un Angle divisé aussi en raison sous double, soit *CF* sinus de l'Angle *CAi* primitif donné. Je divise cette ligne *CF* en deux parties égales au point *E*; & *EF* en deux autres égales au point *D*, & *DF* en deux égales au point *M*, & ainsi à infi- FIG. II.



ni, du point E je tire Eo parallele à Fi, jusqu'à la droite Ci chorde de l'Angle $CAi = p$, elle determine le sinus $oi = Y^{1er}$ de la moitié $\frac{p}{b}$ de l'Angle CAi, en supposant $b = 2$.

Du point D de la 2me division, je tire DG parallele à Fi jusqu'en Ci, & GT parallele à, ol; il est clair que Li est divisée en deux partie égales au point T, & que Ti est le sinus de l'Angle $\frac{p}{b^2}$ de la 2me division, & $= Y^{2me}$. Du centre A par la point T je tire la droite TV.

Du point M je tire MP parallele à Fi; & PK parallelle à GT; puis KZ parallele à TV, qui coupe la chorde, Vi, en deux parties égales au point Z, il est clair que Zi sera $= Y^{3me}$; & qu'il correspondera à la 3me division de l'Angle CAi; si l'on appelle D^{1er} la moitié de CF, D^{2me}, la moitié de cette moitié, & ainsi de suite, les D & les Y seront du même ordre. C'est pourquoy si l'on conçoit que le nombre des sinus en la division sous double continuë de l'Angle primitif est continué à l'indefini, leur nombre sera égal au nombre des parties de CF divisée aussi en raison sous double, & les sinus correspondront aux parties de CF prises selon le même ordre. $EF = D^{1er}$ perpendiculaire aux paralleles Eo, Fi, est moindre que l'oblique oi comprise entre les mêmes paralleles, & qui est $= Y^{1er}$. $FD = D^{2me}$ est moindre que iG qui est encore moindre que iT hypothenuse de l'Angle droit, iGT, & $= Y^{2me}$. De même $FM = D^{3me}$ est moindre que ip, qui est moindre que iK, & iK est moindre que iZ, hypothenuse de l'Angle droit iKz, & $= Y^{3me}$. L'on trouvera toûjours par la même methode que les Y sont continuellement plus grands que les D correspondans. Mais il a esté demonstré en la divisibilité de la matiere, que le nombre des D estoit inépuissable, & que c'estoit un impossible qu'il y eut aucun D qui fût vrayement le dernier: donc à plus forte raison le nombre des Y issus de la division sous-double continuë de l'Angle donné

donné CAi, ſera auſſi inepuiſable, & c'eſt un impoſſible qu'il y en ait aucun qui ſoit vrayement le dernier.

Corol. Il eſt évident que le nombre des parties de la ligne CF iſſu de la diviſion continuë eſt inépuiſable, & que nulle de ces parties ne peut devenir vrayement un des points qu'on appelle indiviſibles ou geometriques; ou que l'on puiſſe repreſenter par une unité indiviſible.

LEMME I.

Le ſinus total $Ai = a$; & le ſinus $CF = R$, d'un arc quelconque CLi de cercle, eſtant donnés, trouver le ſinus $CO = Y$, de la moitié du même arc CLi.

Je joins les points A & C, & je tire AL perpendiculaire à iC; elle la diviſe en deux parties égales au point O: or $\overline{AC}^2 - \overline{CF}^2 = \overline{AF}^2$; & $AF = \sqrt{aa - RR} = CQ$ ſinus du complement de l'angle donné. $Fi = Ai - AF = a - \sqrt{aa - RR}$; $\overline{iC}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{Fi}^2 = 2aa - 2a\sqrt{aa - RR}$ & $\frac{iC}{2} = CO = \frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa - RR}}}{2} = Y$; ſinus de la moitié de l'arc propoſé; & cette formule eſt generale pour trouver le ſinus de la moitié d'un arc quelconque.

Corol. 1. Soit $b = 2.n =$ à un terme quelconque de la progreſſion double continuë. 2. 4. 8. &c. ou $b. b^2. b^3.$ &c. continuée à l'indefini; & ſoit p, égal à un angle CAi d'un ſecteur quelconque CAi de cercle, qui n'excede pas un angle droit. (FIG. II.) Cela poſé je conçois que cet angle eſt diviſé en deux autres égaux, & que chacun de ceux-ci l'eſt auſſi en deux autres égaux, & ainſi à l'indefini. Chaque angle de la 1ere diviſion ſera exprimé par $\frac{p}{b}$; ceux de la 2me le ſeront par $\frac{p}{b^2}$, ceux de la 3me, par $\frac{p}{b^3}$; & ainſi à l'indefini, & en general ils ſeront chacun exprimés par $\frac{p}{n}$. J'appelle a le ſinus de l'angle propoſé p ou CAi; & $A, B, C, D,$ &c. les ſinus

qui correſpondent à chacun des autres angles de la ſuite indefinie. J'en ſubſtituë ſucceſſivement les quarrés à la place de RR en la formule du lemme, & je forme la ſuite indefinie.

Angles	*ſinus des Angles.*
$\frac{p}{1}$	$= a = \overset{1^{er}}{R}$
$\frac{p}{b}$	$\frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa-a}}}{2} = A = \overset{1^{er}}{Y} = \overset{2^{me}}{R}$
$\frac{p}{b^2}$ . . .	$\frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa-AA}}}{2} = B = \overset{2^{me}}{Y} = \overset{3^{me}}{R}$
$\frac{p}{b^3}$	$\frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa-BB}}}{2} = C = \overset{3^{me}}{Y} = \overset{4^{me}}{R}$
$\frac{p}{b^4}$ . . .	$\frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa-CC}}}{2} = D = \overset{4^{me}}{Y} = \overset{5^{me}}{R}$

Et ainſi à l'indefini où l'on ſuppoſe que R repreſente un ſinus quelconque ſuperieur, & Y l'inferieur.

Corol. 2. Le ſinus R d'un Angle quelconque eſtant donné, le ſinus de ſon complement ſera $\sqrt{aa-RR}$; & il eſt par conſequent donné.

Corol. 3. Si quelque $aa - RR$, n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa, c'eſt-à-dire ſi du quarré aa du rayon l'on retranche le quarré RR d'un ſinus quelconque R pris à diſcretion, par exemple B, dans la ſuite infinie des ſinus, & que l'excez $aa - BB$ ne ſoit pas un quarré parfait, commenſurable avec aa; le quarré de chaque ſinus de la ſuite infinie poſterieure ou qui eſt aprés B eſt auſſi incommenſurable avec aa, ou avec ſon multiple quelconque, & le ſinus l'eſt avec a, ou avec ſon multiple $2a$. Car ſi l'on conçoit que le rayon, a, eſt diviſé en autant de parties égales que l'on voudra, qui re-

presentent chacune l'unité, il pourra estre exprimé par leur nombre, & par consequent par un nombre entier commensurable avec l'unité supposée, mais incommensurable avec $\sqrt{aa-BB}$ nombre sourd, puisque par l'hypothese $aa-BB$ n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa; donc a, & $\sqrt{aa-BB}$ selon cette supposition sont incommensurables; or si deux grandeurs incommensurables sont multipliées par une même grandeur, a, leurs produits sont encore incommensurables, donc aa & $a\sqrt{aa-BB}$, ou leurs multiples $2aa$, & $2a\sqrt{aa-BB}$ le sont aussi; & par consequent leur difference $2aa-\overline{2a}\sqrt{aa-BB}$, ou le quart. $\frac{2aa-\overline{2a}\sqrt{aa-BB}}{4}=CC$, quarré du sinus suivant, est aussi incommensurable avec $2aa$, ou avec son sous-multiple aa; donc leurs racines $\frac{\sqrt{2aa-\overline{2a}\sqrt{aa-BB}}}{2}=C$ (sinus qui est aprés B) & a, ou son multiple quelconque, sont aussi incommensurables, à plus forte raison.

De même le quarré DD du sinus posterieur ou qui est aprés le sinus C, est encore incommensurable avec aa, & D l'est aussi avec a ou avec un multiple quelconque de, a. Car si en la valeur precedente de C, l'on substituë CC, à la place de BB, l'on aura par le *Corol. 1.* $\frac{\sqrt{2aa-\overline{2a}\sqrt{aa-CC}}}{2}=D$. Or l'on vient de demonstrer dans le *Corol. 3*^me que aa & CC sont incommensurables, donc leur difference $aa-CC$, l'est aussi avec aa, & à plus forte raison leurs racines, a, & $\sqrt{aa-CC}$ le sont aussi. Donc leurs multiples $2aa$ & $2a\sqrt{aa-CC}$ le sont encore; & par consequent leur difference $\overline{2aa}-\overline{2a}\sqrt{aa-CC}$, ou sont quart $\frac{2aa-\overline{2a}\sqrt{aa-CC}}{4}=DD$, quarré de sinus posterieur le sont avec $2aa$, ou avec son sous-multiple aa, & à plus forte raison leurs racines quarrées, a, & $\frac{\sqrt{2aa-\overline{2a}\sqrt{aa-BB}}}{2}=D$ sinus posterieur, le sont aussi; & comme la même loix subsiste en chaque terme suivant

à l'égard de celuy qui le precede, par la generation, il est évident que le quarré, YY, de chaque sinus de la suite posterieure infinie, ou qui est aprés le sinus donné B, est continuellement incommensurable avec aa; & que chaque, Y, posterieur, l'est avec a; c'est-à-dire, que si quelque $aa-RR$ n'est pas un quarré parfait commensurable avec, aa; chaque YY de la suite posterieure infinie est aussi incommensurable avec aa, & que chaque Y l'est avec a.

Corol. 4. Si le sinus Y d'un Angle quelconque de la suite infinie est donné, & qu'on demande le sinus R d'un Angle double inconnu, l'on aura en degageant l'inconnuë, $R=\frac{2Y\sqrt{aa-YY}}{a}$.

Corol. 5. Pour trouver la tangente iN, de l'Angle LAi, dont le sinus est $Oi=Y$; je fais cette proportion, $AO=\sqrt{aa-YY}:Oi=Y::Ai::=a:iN$, qui sera $\frac{aY}{\sqrt{aa-YY}}=T;=\frac{a\sqrt{a-\sqrt{aa-RR}}}{\sqrt{a+\sqrt{aa-RR}}}$; en mettant à la place de, Y, sa valeur en R, tirée du lemme.

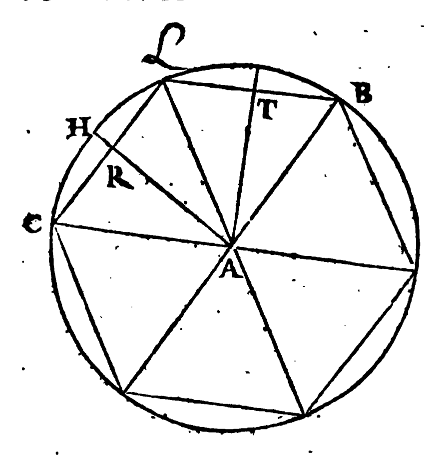
Corol. 6. Si quelque $aa-RR$, n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa, ou avec l'unité, chaque YY de la suite posterieure infinie ou qui est aprés R, est aussi incommensurable avec le quarré TT de la tangente T du même Angle; & chaque, Y, l'est avec T. Car par le *Corol.* 5me. $YY:TT::YY:\frac{aaYY}{aa-YY}::aa-YY:aa$. Mais par le *Corol.* 3. si quelque $aa-RR$ n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa, chaque YY posterieur est continuellement incommensurable avec aa; or si deux grandeurs quelconques aa & YY sont incommensurables, leur difference $aa-YY$ l'est aussi alors avec chacune des grandeurs, donc $aa-YY$ & aa sont alors continuellement incommensurables. Or l'on vient de demonstrer $YY:TT::aa-YY:aa$. Donc si quelque $aa-RR$, n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa; YY est continuel-

lement incommensurable avec TT; & à plus forte raison chaque, Y, l'est avec T; par toute l'étenduë de la suite posterieure infinie.

Corol. 7. Si quelque $aa - RR$ n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa, le quarré aa du rayon du cercle, & le quarré TT de la suite posterieure infinie des tangentes T correspondantes aux sinus Y, qui sont aprés le sinus R, sont continuellement incommensurables par toute l'étenduë de la suite posterieure infinie des tangentes. Car par le *Corol.* 5. l'on a; $aa :: TT :: aa : \frac{aaYY}{aa - YY}$ ou comme $aa - YY : YY$: c'est-à-dire, en divisant chaque terme par YY, comme $\frac{aa}{YY} - 1 : 1$. Donc quand $\frac{aa}{YY} - 1$ est incommensurable avec l'unité, aa l'est aussi avec TT. Or quand YY est incommensurable avec aa; alors $\frac{aa}{YY}$ l'est aussi avec $\frac{aa}{aa}$ ou l'unité; donc leur difference $\frac{aa}{YY} - 1$. l'est aussi avec 1. Mais par le *Corol.* 3. Si quelque $aa - RR$ n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa, chaque YY de la suite posterieure infinie qui est aprés R, est continuellement incommensurable avec aa; & par consequent aa l'est aussi alors continuellement avec TT, & à plus forte raison, a, l'est avec T, par toute l'étenduë de la suite posterieure infinie des tangentes T, correspondantes aux sinus, Y, qui sont aprés le sinus donné R.

Corol. 8. Je conçois qu'un cercle est divisé en un nombre quelconque g de secteurs égaux que j'appelle primitifs, comme BAL, LAC, & que chacun de ces secteurs est divisé en deux autres égaux, & ceux-ci encore en deux autres égaux, & ainsi à l'infini, puis des points C & L je tire sur AH, les perpendiculaires CR, LR, elles seront les sinus Y des Angles CAH, LAH, & elles formeront la chorde CL, je tire semblablement des chordes par tout le secteur BAL, & par tous les autres secteurs primitifs & j'appelle encore n le nombre des Angles CAH, HAL, FIG. III.

FIG. III.



&c. contenus en chacun de ces ſecteurs, ſuppoſant la diviſion la même que celle du Corol. 1[er]. puis je tire des tangentes paralleles aux chordes. Il eſt clair qu'à chaque diviſion, il ſe forme un polygone regulier inſcrit au cercle, & un autre ſemblable circonſcrit. Le nombre des coſtés eſt en chacun $\frac{gn}{2}$; car chaque coſté de l'inſcrit eſt $2Y$, & chaque coſté du circonſcrit eſt $2T$. L'apoteme AR de l'inſcrit eſt $\sqrt{aa-YY}$ & celuy du circonſcrit eſt, a; d'ou l'on tire le circuit de l'inſcrit $= gny = \frac{gn\sqrt{2aa-2a\sqrt{aa-RR}}}{2}$; & ſon aire $= \frac{gny\sqrt{aa-YY}}{2} = \frac{gnaR}{4}$ en mettant à la place de Y, ſa valeur tirée du lemme. Le circuit du circonſcrit ſera $gnT = \frac{gna\sqrt{a-\sqrt{aa-RR}}}{\sqrt{a+\sqrt{aa-RR}}}$; & ſon aire ſera $gnaT = \frac{gnaa\sqrt{a-\sqrt{aa-RR}}}{2\sqrt{a+\sqrt{aa-RR}}}$; en mettant à la place de, T, ſa valeur tirée du *Corol.* 5. ou R repreſente la ſuite infinie des ſinus a, A, B, &c. & n eſt ſucciſſivement $= b$, b^2, b^3, &c. C'eſt pourquoy ſi l'on appelle P^{1er}, l'aire du polygone inſcrit qui correſpond à Y^{1er}, c'eſt-à-dire, le polygone primitif; P^{2me} l'aire du polygone qui correſpond à Y^{2me}, & ainſi de ſuite, &c. on aura, $P^{1er} = \frac{gbaa}{4}$; $P^{2me} = \frac{gb^2aA}{4}$; $P^{3me} = \frac{gb^3aB}{4}$; & ainſi à l'infini. L'on determinera ſemblablement l'aire du circonſcrit; puis leurs circuits; en mettant ſucceſſivement à

la place de n & R les valeurs qui leurs conviennent selon l'ordre des polygones ou des Y.

THEOREME I.

Si l'on conçoit une suite de polygones inscrits & circonscrits au cercle, telle qu'elle est designée dans le *Corol. 8*. & que le quarré d'un costé de quelque polygone ϕ, inscrit, quelqu'il soit, soit incommensurable avec le quarré du rayon du cercle; ou encore si l'excés $aa - RR$ du quarré du rayon sur le quarré du sinus de la moitié de l'Angle central de quelque polygone inscrit au cercle, n'est pas un quarré parfait commensurable avec le quarré du rayon du cercle, l'aire d'un polygone quelconque de la suite posterieure infinie ou qui est aprés φ, l'aire du polygone semblable circonscrit, qui correspond à l'inscrit, & le quarré du diametre du cercle, sont trois grandeurs continuellement incommensurables entre elles; leurs circuits, & le diametre du cercle, sont aussi trois grandeurs continuellement incommensurables entre elles.

DEMONSTRATION.

Le costé d'un polygone quelconque inscrit peut s'exprimer par $2R$, & son quarré par $4RR$, en supposant R indeterminé. Or si $4RR$ est incommensurable avec aa: RR l'est aussi avec aa, & par consequent leur difference $aa-RR$ l'est aussi avec aa: donc $aa-RR$ n'est pas alors un quarré parfait commensurable avec, aa, donc par le *Corol. 3*. chaque YY de la suite posterieure infinie est aussi incommensurable avec aa, & chaque Y de la même suite l'est avec a; & par le *Corol. 6*. chaque YY l'est avec TT, & chaque Y l'est avec T; & par le *Corol. 7*. chaque TT l'est avec aa; ou chaque T l'est avec a; or quand deux grandeurs sont incommensurables, toutes les grandeurs commensurables avec l'une des deux, sont aussi incommensurables avec l'autre, donc les grandeurs qu'on vient de trouver incommensurables avec a, ou avec aa, le sont

aussi avec $2a$ diamétre du cercle, ou avec $4aa$ son quarré. Mais l'aire d'un polygone quelconque inscrit, celle du polygone semblable circonscrit, puis le quarré du diamétre du cercle, sont par toute l'estenduë de la suite posterieure infinie ou qui est aprés φ, comme $YY, TT, 4aa$; & les circuits des mêmes polygones, puis le diamétre du cercle sont comme leurs racines, $Y, T, 2a$; donc ces aires & le quarré du diamétre sont trois grandeurs continuellement incommensurables entre elles; & à plus forte raison, les circuits des polygones, puis le diamétre du cercle sont aussi trois autres grandeurs continuellement incommensurables entre elles, par toute la suite posterieure des polygones inscrits & circonscrits.

Corol. 1. Si g est $= 4$. alors le polygone primitif inscrit au cercle est un quarré, le sinus, a, de l'Angle central BAL qui en soûtient un côté, est égal au rayon a: ce qui donne par le lemme, le sinus, A, de la moitié de cet angle ou de 45. degrés $= \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Mais $aa - AA = \frac{2aa}{4}$ n'est pas un quarré, commensurable avec aa, ou ce qui revient au même, $\sqrt{aa-AA} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ est incommensurable avec, a; donc par le theoreme, l'aire d'un polygone quelconque inscrit, celle du polygone semblable circonscrit, & le quarré du diamétre du cercle, sont des grandeurs continuellement incommensurables entre elles; & les circuits des mêmes polygones & le diamétre du cercle, sont aussi continuellement incommensurables entre eux; si en la formule $\frac{gnaR}{4}$, des polygones inscrits l'on substituë, 4, à la place de, g, & les valeurs de, a, A, B, C, &c. successivement à la place de R, l'on aura $P^{1er} = 2aa$ ou l'aire du quarré, $P^{2me} = 2aa\sqrt{2}$ ou l'aire de l'octogone inscrit; $P^{3me} = 4aa\sqrt{2-\sqrt{2}}$; ou la figure inscrite de 16. côtés; $P^{4me} =$

16aa

$16aa\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$; & en inſerant un $\sqrt{2}$ nouveau ſubalterne ſous le dernier ſigne radical de chaque terme, l'on aura la ſuite infinie des aires des polygones inſcrits; & en general ſi l'on conçoit $b = 2$; $S =$ au nombre qui deſigne l'ordre des polygones ou des Y; & $K =$ au nombre, 2, engagé ſucceſſivement ſous autant de ſignes radicaux ſubalternes, qu'il y a d'unités dans S, de telle ſorte que le 1er ſigne ſoit poſitif, le 2me negatif, & tous les autres poſitifs, l'on aura continuellement $P^{S^{me}} = b^{S}aaK$; & le nombre des coſtes ſera $2b^{S} = b^{S+1}$. Si l'on veut par exemple connoiſtre l'aire d'un polygone inſcrit du cinquantiéme ordre, l'on trouvera qu'elle eſt $4.503.599.627.370.496.aa$ multipliés par la valeur du nombre 2 engagé ſucceſſivement ſous cinquante ſignes radicaux ſubalternes, tous poſitifs excepté le ſecond qui eſt negatif, & que le nombre des côtés du polygone eſt $2b^{50} = b^{51} = 9.007.199.254.740.992$. C'eſt-à-dire, que ſi l'on nomme les bilions aprés les milions, & que l'on donne trois chifres à chaque expreſſion, le nombre des côtés ſera, neuf quadrilions, ſept trilions, cent quatre-vingt-dix-neuf bilions, deux cens cinquante-quatre millions, ſept cens quarante milles, neuf cens quatre-vingt-douze.

Corol. 2. Si g eſt $= 5$. le polygone primitif inſcrit au cercle ſera un pentagone, & l'angle central BAL qui en ſoûtient un côté, ſera de 72. degrés; & ſi l'on appelle encore, a, le rayon du cercle ou le côté de l'hexagone inſcrit au cercle, Z le côté inconnu du decagone inſcrit au même cercle, & V le côté inconnu du pentagone qui luy eſt inſcrit auſſi, l'on aura par la 9 du 13 d'euclid. $Z = \frac{-a + a\sqrt{5}}{2}$; & par la 10 du meſme livre $V = \frac{a\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2}$, dont la moitié eſt le ſinus de 36. degrés; ce qui donne par le *Corol.* 4. du lemme, le ſinus de 72.

degrés $= \frac{a\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4} = a = R^{1er}$. Et comme son quarré $\frac{10aa + 2aa\sqrt{5}}{16}$ est incommensurable avec aa, il est clair par le theoreme que l'aire d'un polygone quelconque inscrit, de la suite posterieure, l'aire du polygone semblable circonscrit, & le quarré du diamétre du cercle sont continuellement incommensurables, & que les circuits des mêmes polygones, & le diamétre du cercle le sont aussi.

Corol. 3. Si g est $= 6$; le polygone primitif inscrit au cercle est un hexagone, & l'angle central BAL, qui en soûtient un côté, est de 60. degrés, dont le sinus est $=$ à la moitié $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ d'un côté du triangle équilateral inscrit au même cercle par la 12. du 13. d'eucl. L'on a donc $\frac{a\sqrt{3}}{2} = a = R^{1er}$; ce qui dônne par le *Corol.* 1. du lemme, $A = \frac{a}{2}$; mais $aa - AA = \frac{3aa}{4}$ n'est pas un quarré parfait. Donc par le theoreme 1er, les aires des polygones semblables inscrits & circonscrits, & le quarré du diamétre du cercle sont continuellement incommensurables entre eux; leurs circuits, & le diamétre du cercle le sont aussi, selon toute l'étenduë énoncée dans le thereme.

La suite des sinus R ou a, B,C,&c. est $\frac{a\sqrt{3}}{2} = a.\ \frac{a}{2} = A.$ $\frac{a\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = B.$ $\frac{a\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}}{2} = C$; $\frac{a\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}}{2} = D$ & ainsi à l'infini, en inserant un nouveau $+\sqrt{2}$ devant le dernier nombre, qui est continuellement $+\sqrt{3}$. Où l'on voit que le nombre des signes radicaux subalternes est encore égal au nombre qui designe l'ordre des Y, ou des polygones, que le second signe est encore negatif, & tous les autres positifs;

d'où il eſt aiſé de deduire les aires & les circuits des polygones.

Corol. 4. Si g eſt $= 15$; le polygone primitif inſcrit au cercle eſt un quindecagone, & l'angle central BAL qui en ſoûtient un côté eſt de 24. degrés. Si dans le cercle, dont le rayon eſt, a, l'on inſcrit un triangle équilateral & un pentagone équilateral auſſi, ayant tous deux un même point pour le ſommet commun d'un de leurs angles, & que du centre du cercle on tire une perpendiculaire, ou un apoteme ſur un côté de l'une & de l'autre figure, oppoſé à l'angle dont le ſommet eſt commun, il eſt aiſé de voir que le quarré de la moitié de l'excés du côté $a\sqrt{3}$ du triangle, ſur le côté $\frac{a\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2}$ du pentagone, eſtant ajoûté au quarré de l'excés de l'apotême $\frac{a\sqrt{6+2\sqrt{5}}}{4}$ du pentagone, ſur l'apotême $\frac{a}{2}$ du triangle, font une ſomme égale au quarré du côté du quindecagone & ainſi ce côté ſera $\frac{a\sqrt{8-\sqrt{30-6\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}}}{2}$.

Dont la moitié eſt le ſinus de 12. degrés, que j'appelle A. Ce qui donne par le *Corol. 4.* du lemme, le ſinus a du double de cet angle, c'eſt-à-dire, le ſinus de 24. degrés $= \frac{a\sqrt{7+\sqrt{5}-\sqrt{30+6\sqrt{5}}}}{4} = R^{\prime\prime}$.

Dont le quarré eſt incommenſurable avec aa. C'eſt pourquoy ſi l'on conçoit des ſuites de polygones inſcrits & circonſcrits formés comme dans le *Corol. 8.* par des ſousdiviſions ſous doubles continuës de l'angle central, les aires des polygones inſcrits & circonſcrits ſemblables, & le quarré du diamétre du cercle ſont encore continuellement incommenſurables; leurs circuits & le diamétre du cercle le ſont auſſi, ſelon toute l'étenduë énoncée dans le theoreme.

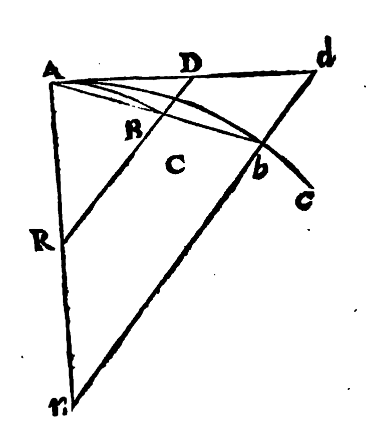
De la section d'une courbe quelconque avec sa chorde.

LEMME II.

Dans les Figures semblables tous les côtés qui se correspondent mutuellement soit rectilignes soit curvilignes, son proportionnels.

LEMME III.

FIG. IV.



Si d'une courbe quelconque ABC, un arc quelconque AB donné de position est soûtenu par la chorde AB, & qu'en quelque point A au milieu de la courbure continuë, cet arc soit touché par une droite AD prolongée de part & d'autre, & que l'on suppose ensuite que les points A & B s'approchent l'un de l'autre, & se joignent ou s'unissent, je dis que, selon cette supposition l'angle rectiligne BAD formé par la chorde & la tangente, diminuera à l'infini, & qu'à la fin, c'est-à-dire, en la derniere diminution, il s'évanouïra.

Car si cet angle ne s'évanoüit point, l'arc AB contiendra avec la tangente, un angle égal à un angle rectiligne, & par consequent la courbure au point A, ne sera point continuë, ce qui seroit contre l'hypothese.

LEMME IV.

Les mêmes choses estant supposées; je dis que le dernier rapport mutuel de l'arc, la chorde, & la tangente est un rapport d'égalité.

Car soit au point B la droite BR perpendiculaire à la courbe ABC, & pendant que le point B s'approche du

point *A*; que l'on conçoive que les droites *AB*, *AD*, ſont continuellement prolongées vers les points *b* & *d* à une diſtance finie quelconque du point *A*. Soit tirée la droite *bd* parallele à la ſecente *BD*; & ſoit la courbe *Abc* toûjours ſemblable à la courbe *ABC*, & l'arc *Ab* toûjours ſemblable à l'arc *AB*. Les points *A*, *B*, concourant, ou ſe joignant, l'angle *dAb* par le lemme 3. s'évanoüira & par conſequent les droites toûjours finies *Ab*, *Ad*, & l'arc *Ab* contenu entre elles, tomberont l'un ſur l'autre, & ces trois longueurs ſeront par conſequent égales. C'eſt pourquoi les droites *AB*, *AD*, & l'arc *AB* contenu entre elles, leur eſtant proportionnels s'évanouïront, & le dernier rapport qu'ils auront ſera un rapport d'égalité.

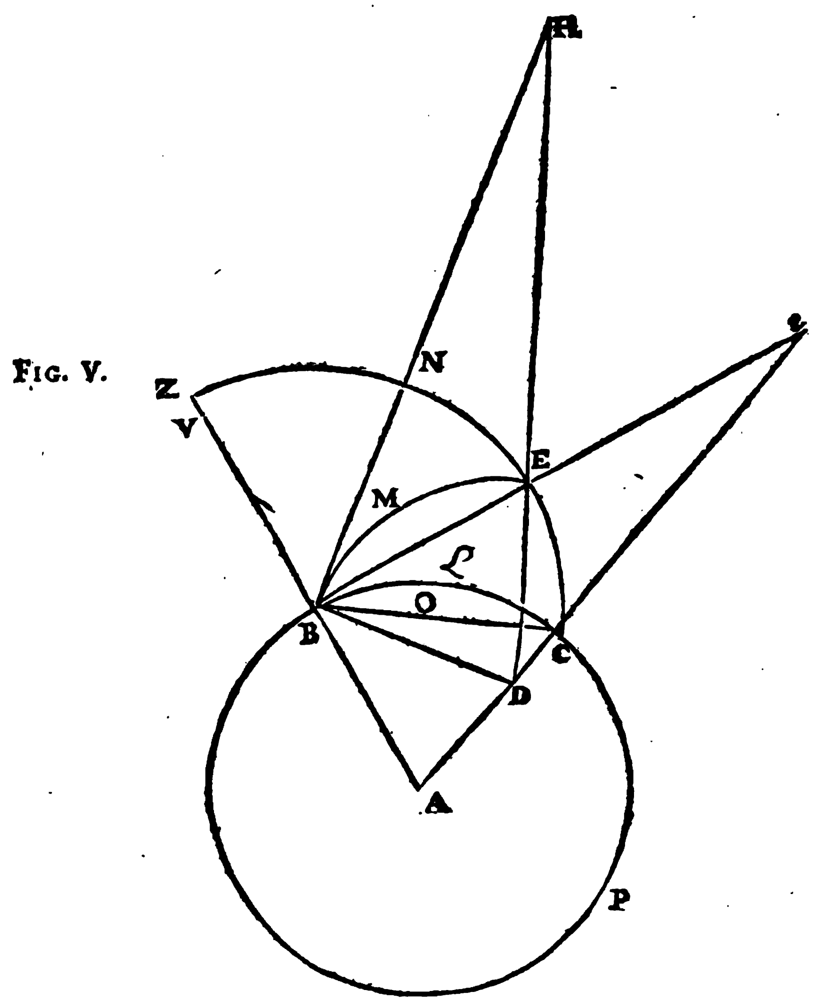
THEOREME II.

Soit *BLC* l'arc d'une courbe quelconque, dont *AZ* *DCI*, ſont des perpendiculaires, & *Bi* une tangente. Je diviſe l'angle droit *VBE* en deux angles égaux, & je fais l'angle *iBC*, égal à l'angle, *iBN*. Du point *B* comme centre ſur le rayon *BC*, je décris l'arc *CNZ*. Je conçois que chaque angle du quart de cercle *VBE*, eſt diviſé en deux autres égaux, & chacun de ceux-ci en deux autres égaux & ainſi à l'infini, & je conçois que l'angle *EBC* eſt toûjours égal à l'un des angles de la derniere diviſion du quart de cercle. L'arc *VNC* ſera diviſé en une infinité d'angles égaux, & l'angle *EBC* en ſera un. Cela poſé, je dis que la chorde *BC* ne rencontre la courbe *BLC*, qu'en un point geometrique & indiviſible. FIG. V.

DÉMONSTRATION.

Si l'on conçoit que l'arc *BLC* devienne continuellement plus petit & que le point *C* ſoit le plus prés de *B* qu'il ſoit poſſible, & tout prêt à s'évanoüir, ou même qu'il s'évanoüit, par la même raiſon le point *E* de la tangente du même arc ſera auſſi le plus prés de *B* qu'il eſt poſſible, & tout prêt à s'évanoüir, ou même il s'évanoüira, & par conſequent dans l'inſtant que l'arc *BLC* eſt prêt à

FIG. V.



s'évanoüir ou qu'il s'évanoüit, cet arc, sa chorde & sa tangente sont par le lemme 4. un même section. L'on prouvera par un semblable raisonnement que dans l'instant que la chorde *BE*, est prête à s'évanoüir, ou qu'elle s'évanoüit, l'arc *BME* qu'elle soûtient & la partie *BN* de la tangente *BH* de cette courbe seront prêtes aussi à s'évanoüir ou s'évanoüiront, & puisque la chorde *BC* à une section commune avec la tangente *BE* & l'arc *BLC*; par la même raison la même ligne *BE* qui devient dans

le second cas une chorde de l'arc *BME* égal & semblable à l'arc *BLC*, aura aussi une section commune avec l'arc *BME* & sa tangente *BN*, & cette section sera égale à celle qu'elle faisoit avec l'arc *BLC*, & avec la chorde *BC* du premier cas, à cause de la ressemblance & de l'égalité des arcs, des chordes, & des tangentes; & puisque la longueur de la section du premier cas, & celle du second se font en la même ligne *BE*, il est clair qu'elles ne sont qu'une même, donc la section que la ligne *BN* fait avec l'arc *BLC* est la même que celle qui se fait par la chorde *BC* avec le même arc *BLC*. Si l'on conçoit des arcs semblables sur chacun des autres rayons qui déterminent les angles du quart du cercle *VBE*, il est clair que *BV* deviendra la tangente du dernier arc, & que la section que cette droite *BV* fait avec le dernier arc est precisement la même que celle qu'elle fait avec le premier arc *BLC*; & la même encore que celle qui est faite par la premiere chorde *BC* avec le même arc *BLC*. Mais la section que *BV* ou *ABV* fait avec la courbe *BLC* est un point geometrique & indivisible, à cause qu'elle est perpendiculaire à la courbe *BLC* par la construction. Donc aussi la chorde *BC* ne coupe ou ne rencontre cette même courbe *BLC* qu'en un point geometrique & indivisible.

REMARQUE.

L'on pourroit former un question, sçavoir si les côtés des polygones inscrits & circonscrits au cercle dont il est parlé dans le corollaire huitiéme du lemme 1[er] ne deviennent pas vrayement la circonference du cercle dans le cas de l'infini au moins du dernier genre, c'est-à-dire, qu'il faudroit déterminer si l'incommensurabilité subsiste dans le cas de cet infini.

Je dis que l'incommensurabilité de ces polygones subsiste, de telle sorte qu'elle ne peut jamais cesser d'estre.

1°. Soit, s'il est possible quelque *YY* commensurable

avec aa, & que néantmoins quelque $aa - RR$ de la suite anterieur ou superieure qui le precede ne soit pas un quarré parfait commensurable avec aa, il est clair qu'il faut qu'il y ait quelque terme ou cette incommensurabilité cesse, autrement cet YY qu'on allegue seroit encore incommensurable avec aa, ce qui seroit contre l'hypothese. Que ce terme ou sinus soit Y'; & que le terme ou sinus superieur soit R'. Il est évident que le quarré $R'R'$ sera encore incommensurable avec aa, puisque par l'hypothese le changement commence au terme suivant qu'on appelle Y'. Mais l'on a par le lemme premier $Y' = \frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa - R'R'}}}{2}$ & $Y'Y' = \frac{2aa - 2a\sqrt{aa - R'R'}}{4}$; & puisque $Y'Y'$ est commensurable par l'hypothese, sa valeur l'est aussi. Donc $\sqrt{aa - R'R'}$ n'est pas un nombre sourd, mais cela ne peut estre, à moins que $R'R'$ ne soit commensurable avec aa; il l'est donc en même temps & il ne l'est pas. Ce qui est impossible. Donc aussi cet $Y'Y'$ que l'on à pris ou l'on a voulu, en l'extremité même de l'infini, si on le veut, regardant cet infini comme si il avoit des extremités, n'étoit pas commensurable avec aa. L'hypothese qu'on faisoit, renfermoit donc une contradiction.

2°. Soit s'il est possible quelque YY commensurable avec TT, & que néantmoins quelque $aa - RR$ de la suite anterieure ou superieure ne soit pas un quarré parfait commensurable avec aa. Leurs valeurs YY & $\frac{aaYY}{aa - YY}$ du *Corol. 6.* du lemme 1er qui sont comme $aa - YY$ & aa, le seroient aussi. Donc cet YY seroit commensurable avec aa, ce qui est impossible par l'article qui precede.

3°. Soit encore s'il est possible quelque TT commensurable avec aa, & que néantmoins quelque $aa - RR$ de la suite anterieure ou superieure, ne soit pas un quarré parfait commensurable avec aa. Leurs valeurs $\frac{aaYY}{aa - YY}$ & aa, qui sont comme YY & $aa - YY$ le seroient aussi.

Donc

Donc YY seroit aussi alors commensurable avec aa. Ce qui est impossible par l'article qui précede.

Si l'on fait $R = O$, toute la suite anterieure & posterieure des sinus se detruit, & ainsi l'angle primitif donné par la premiere hypothese, n'est plus par celle-ci; ce qui marque la contradiction de cette seconde hypothese. La raison est que RR designe le quarré d'un des sinus anterieurs ou superieurs, qui étoient tous positifs par l'hypothese de leur generation. C'est donc une contradiction de supposer qu'il devienne nul. Ce que l'on peut voir d'une simple veûë aux Corollaires premier & troisiéme du Theoreme 1[er], où pour continuer la suite des sinus, l'on ne fait qu'introduire le nombre 2 sous un nouveau signe radical subalterne devant le signe radical du dernier chiffre, qui devient alors subalterne aussi à ce nouveau signe radical, & qui est toûjours $\sqrt{2}$ au premier Corollaire, & $\sqrt{3}$ au troisiéme Corol. & ces sinus ne peuvent s'anéantir que quand on insereroit un $\sqrt{4}$ ou 2, à la place de $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3}$.

Comme le rayon, a, du cercle a esté supposé divisé en un nombre quelconque de parties égales, fini ou infini, quelque soit le genre d'infini, il est clair que si le nombre est entier, comme on le suppose, il peut estre designé par le nombre le plus grand possible de tous les infiniment grands que l'on puisse appercevoir, donc le moindre sinus verse, s'il étoit possible qu'il y en eût, seroit designé par le moindre de tous les nombres, c'est-à-dire, par l'unité lineaire; & par consequent le sinus droit qui lui correspond seroit encore alors un infiniment grand à son égard, & il le seroit par consequent encore à l'égard de l'unité. Mais je veux par une hypothese impossible, que R soit enfin égal à l'unité. L'on aura donc alors $\sqrt{aa-RR} = \sqrt{aa-1}$, c'est-à-dire, que cette grandeur seroit encore alors incommensurable, & par consequent $Y = \frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa-RR}}}{2}$ le seroit encore alors, car l'unité ajoûtée à un quarré parfait n'en fait jamais un. Enfin si les

polygones semblables inscrits ou circonscrits devenoient vrayement la circonference du cercle, dans le cas que leurs côtés seroient des infiniment petits, qu'on appelle du dernier genre ; les mesmes polygones deviendroient alors égaux & par consequent commensurables. Mais j'ay démontré ci-devant qu'ils ne peuvent le devenir en aucun cas ; donc si l'on forme une égalité des valeurs des polygones, elle doit donner une contradiction, & c'est ce qui arrive. Car la formule generale des polygones inscrits est $\frac{gnaR}{a}$; & celle des polygones circonscrits est $\frac{gnaa\sqrt{a-\sqrt{aa-RR}}}{a\sqrt{a+\sqrt{aa-RR}}}$ si l'on en fait une égalité, elle donne la contradiction $R = \sqrt{-1}$. Ce qui marque que c'est un impossible que les polygones deviennent jamais égaux. Mais ils le deviendroient s'ils devenoient vrayement le cercle. C'est donc un impossible qu'ils deviennent vrayement le cercle.

De-là, il est évident que la circonference du cercle qui est ainsi infiniment approchée selon un genre quelconque déterminé d'infiniment petits, est incommensurable avec le diametre, & que l'aire du même cercle infiniment approchée selon le même ordre, est incommensurable aussi avec le quarré du même diametre.

Au reste mon dessein n'est pas ici d'attaquer la methode des infiniment petits, qui peut d'ailleurs estre d'un grand usage dans les Mathematiques, sur la détermination de diverses grandeurs, soit vraye, soit infiniment approchée ; tout ce que je me suis proposé est seulement d'indiquer ma pensée sur l'incommensurabilité de quelques polygones inscrits & circonscrits au cercle, & sur la commune section ou commun attouchement, d'une ligne droite & d'une courbe quelconque.

DE L'ACTION DES SELS

Sur differentes Matieres inflammables.

Par M. LEMERY le Cadet.

QUOI-QUE les sels ne soient pas essentiellement inflammables, & que les seuls Soulfres ou Huiles ayent cette proprieté, cependant ils ne contribuent pas peu souvent à exciter & à augmenter trés fort l'inflammabilité des Huiles qu'on a exposées au feu. M. Homberg nous a même fait voir ici qu'on pouvoit faire enflammer certaines Huiles avec quelques esprits acides, sans le secours du feu; mais tous les sels ne font pas le même effet, car il y en a un grand nombre qui diminuent, ou empêchent l'inflammation des matieres sulfureuses exposées au feu, & l'on remarque que les mêmes acides qui sont assés puissants pour allumer sans feu les Huiles essentielles, non-seulement ne font rien sur des resines naturellement trés inflammables, mais encore qu'ils les empêchent totalement de s'enflammer tant qu'ils demeurent unis à ces resines. Comme mon Frere l'a prouvé dans un Memoire lû en 1711. 26. Aoust 1713.

Ces observations curieuses de Chymie m'ont fait naître le dessein d'en faire d'autres sur le même sujet, & d'examiner avec soin l'action particuliere de plusieurs sortes de sels sur differentes matieres sulfureuses, & j'ay taché par le secours des experiences de rendre raison de quelques phénomenes singuliers dont la mecanique n'a point encore été expliquée, & qui meritent bien d'être éclaircis.

Pour suivre un certain ordre dans ces experiences, j'ay pris differents Soulfres ou Huiles tirées tant des Mineraux que des Vegetaux & des Animaux, comme le Soulfre

commun l'Huile de Petrole, l'Huile d'Amandes douces, le Suif, la graiſſe de Porc & pluſieurs autres. J'ay jetté une portion de chacune dans un creuſet rougi au feu, pour obſerver quel eſt leur degré naturel d'inflammabilité ; enſuite j'y ay mêlé à differentes proportions pluſieurs ſels, comme l'Alun, le Borax, les Vitriols deſſechés, le Sel commun : j'ay trouvé que tous ces ſels diminüoient conſiderablement l'inflammabilité des Soulfres, & qu'ils ne brûloient qu'à meſure qu'ils ſe dégageoient des ſels.

Les ſels fixes des Vegetaux & des Animaux ont produit le même effet.

Les ſels urineux étant fort volatils, je crûs qu'ils pourroient exciter un effet different de ceux dont on vient de parler. J'en mêlai donc avec les Huiles en differente quantité, mais elles n'en brûlerent pas plus vîte, & même quand j'en mettois le double, ou le triple, la flamme en étoit beaucoup affoiblie.

Il n'arriva pas la même choſe du Salpêtre que j'employai enſuite. Car en quelque proportion que je le mêlaſſe avec les mêmes Soulfres dont j'ai parlé, il augmenta ſi fort le volume & la vivacité de la flamme, qu'il la fit toûjours ſortir du creuſet avec une violence trés conſiderable.

Tout le monde ſçait que quand on jette de ce ſel ſur des charbons ardents, il s'en éleve auſſi-toſt une grande flamme, à peu prés de même, & encore plus vivement que quand on y jette une matiere ſulfureuſe, ce qui avoit fait croire qu'il étoit veritablement inflammable comme les Huiles ; mais ſi cela étoit, quand on le verſe dans un creuſet rougi au feu, il devroit s'y enflammer comme le font en pareil cas toutes les matieres inflammables, ſans en excepter même celles qui étant verſées ſur un charbon ardent, n'y produiſent pas, à beaucoup prés, une flamme auſſi conſiderable que celle qu'y excite le Salpêtre.

Au reſte, il eſt inutile, pour expliquer l'effet du Salpêtre ſur les matieres ſulfureuſes, de ſuppoſer dans ſa com-

position un Soulfre, car quand il en contiendroit, il auroit cela de commun avec plusieurs autres sels, dans lesquels nous en appercevons, & qui cependant bien-loin d'être inflammables, éteignent plustôt la flamme qu'ils ne l'augmentent, tels sont le Sel commun, le Vitriol, & même le Cristal de Tartre dont on retire une tres grande quantité d'Huile. D'ailleurs on ne peut pas dire que l'acide du Vitriol & l'esprit de Nitre soient inflammables parce qu'ils font enflammer certaines Huiles essentielles.

Nous ferons voir dans la suite que ce n'est point la prétenduë inflammabilité du Salpêtre qui donne lieu à l'effet dont il s'agit, & que ce sel opere par une mécanique bien differente.

Comme le Salpêtre se réduit par l'analise en un esprit acide trés actif & trés corrosif, & en une matiere fixe & terreuse; je me suis imaginé d'abord que ce n'étoit qu'à raison de cet acide que le Salpêtre en substance agissoit si violemment sur nos Huiles; d'autant plus que cet acide dégagé de sa partie terreuse, comme il l'est dans l'esprit de Nitre, étoit alors assés puissant pour faire enflammer sans le secours du feu certaines Huiles essentielles.

Dans cette veûë j'ay versé de l'esprit de Nitre sur nos Huiles déja enflammées dans le creuset & sur les charbons ardents, & j'ay remarqué qu'il n'operoit rien de sensible sur le Soulfre commun, qu'il fusoit un peu avec les Huiles, mais qu'il les éteignoit entierement quand on y en versoit jusqu'à un certain point, & que quoi-qu'il fusât légerement sur les charbons ardents, la place où il avoit été versé, même en petite quantité, en devenoit noire, & enfin cet esprit n'a produit sur toutes ces matieres aucun effet comparable à celuy du Salpêtre.

Ce qui m'a donné encore un nouveau sujet d'étonnement, c'est que le même esprit de Nitre qui éteint les charbons ardents & la flamme de nos Huiles, augmente beaucoup celle de l'esprit de Vin, quoi-qu'il y ait été mêlé en

affés grande quantité; & que le Salpêtre qui excite si fort l'inflammabilité de nos matieres huileuses, ne produit pas, à beaucoup prés, sur l'esprit de Vin un effet aussi considerable que sur ces Huiles, & même y agit moins que l'esprit de Nitre.

Il s'agit presentement de faire voir 1° de quelle maniere le Salpêtre augmente si fort l'inflammabilité du Soulfre commun, & des autres matieres inflammables dont il a été parlé.

En second lieu, pourquoi les autres sels que j'ay nommés ne le font point, ou font même tout le contraire.

Et en troisiéme lieu, par quelle raison le Salpêtre & l'esprit de Nitre, qui n'est autre chose que l'acide degagé de la partie terreuse de ce sel, agissent si differemment dans certains cas.

Pour avoir une idée nette de l'action du Salpêtre sur les Soulfres, faisons attention, 1°. Que quand il a été poussé par un feu suffisant, de sel moyen qu'il étoit il devient sel alkali, parce que le feu lui a enlevé beaucoup d'acides, & qu'il devient par-là en état d'en recevoir de nouveaux à la place de ceux qu'il a perdus, ce qui fait le caractere du sel alkali.

Nous remarquerons 2° Que quand on a mêlé avec le Salpêtre quelque matiere inflammable, il ne lui faut ni un aussi grand feu, ni un aussi long-temps que dans l'experience précedente pour devenir trés alkali, parce que le Soulfre est alors un vehicule trés puissant pour dégager & exalter les acides Nitreux.

3°. Il faut observer que quand le Salpêtre a brûlé dans un creuset avec une matiere fort chargée d'acides comme le Soulfre commun, il perd bien par cette operation une grande quantité de ses acides, mais il en regagne d'autres qui lui viennent du Soulfre commun. La preuve qu'il perd beaucoup de ses acides propres pendant cette operation, se déduit naturellement des deux experiences précedentes, qui font voir clairement que le Salpêtre en doit

perdre, & en perd effectivement quand il a été exposé à l'action du feu, & sur-tout avec un intermede sulfureux, tel que celui qu'il rencontre abondamment dans le bitume du Soulfre commun. Enfin ce qui acheve cette preuve, c'est que le Salpêtre aprés cette operation perd beaucoup de son poids.

Pour faire voir presentement qu'à la place des acides Nitreux, il s'en est introduit d'autres dans le Salpêtre qui appartiennent au Soulfre commun; c'est qu'aprés l'operation, au lieu d'estre devenu alkali, comme il le devient dans les deux premieres experiences que nous avons rapportées, on le retrouve toûjours sel moyen, c'est-à-dire, hors d'état de fermenter avec les acides; mais ce sel moyen, qui est le sel polycreste ordinaire, est bien different de ce qu'il étoit auparavant, car il ne produit plus aucun des effets particuliers au Salpêtre, à cause des acides Vitrioliques dont il se trouve alors revêtu; & en effet on peut avec le Nitre fixé par les charbons & de l'esprit de Soulfre produire un sel tout-à-fait semblable en nature & en effets au sel Polichreste.

Au reste on ne sera point surpris que dans l'operation du sel Polychreste le Salpêtre perde ses acides & en regagne d'autres, si l'on considere que l'acide du Soulfre aussi-bien que celui de l'Alun, & du Vitriol, s'éleve trés difficilement par le feu, au lieu que celui du Nitre s'éleve par la même voie avec une trés grande facilité, comme on peut s'en assûrer en faisant évaporer de l'esprit de Soulfre & de l'esprit de Nitre, ce qui avoit peut-être fait dire que l'un étoit un acide volatil, & l'autre un acide fixe.

Cela étant, quand le Salpêtre & le Soulfre commun brûlent ensemble dans un même creuset, les acides du Nitre doivent s'élever bien plus promptement que ceux du Soulfre; & ces derniers se trouvant encore arrêtés par les pores vuides de la partie fixe du Salpêtre qui est devenuë alkaline, & qui les absorbe, ils sont obligés de laisser échapper la matiere bitumineuse à laquelle ils étoient unis, &

de se livrer au nouveau sel, qui les retient d'autant plus facilement, qu'ils ont déja par eux-mêmes peu de disposition à s'exalter.

Ceci posé, il ne me paroît pas difficile d'expliquer comment le Salpêtre augmente si fort la flamme du Soulfre commun, & produit une détonation si considerable; Car premierement la partie fixe du Salpêtre, dérobant à la partie bitumineuse du Soulfre commun, une portion des acides qui par leur poids la fixoient en quelque sorte, & l'empêchoient de s'élever aussi aisement qu'elle auroit fait sans cela, ce bitume doit rentrer par cette perte dans sa volatilité naturelle, & par consequent s'exalter plus facilement. En second lieu, puisque l'esprit de Nitre peut bien sans le secours du feu faire enflammer les Huiles qui ne contiennent point, ou qui contiennent peu d'acides, il suit naturellement de cette observation que dans l'operation que nous avons à expliquer, le bitume du Soulfre ayant été dépoüillé d'une partie de ses acides Vitrioliques, par la partie fixe du Salpêtre, il se trouve par-là plus en état de recevoir l'impression des acides du Nitre, qui s'élevant en l'air avec ce bitume, le doivent pénetrer trés facilement, & exciter par-là d'autant mieux son inflammabilité, que le feu aide encore à rarefier & attenuer cette matiere.

A l'égard des autres corps sulfureux dont le Salpêtre augmente beaucoup l'inflammabilité, comme sont le charbon, & plusieurs autres matieres qui ont été rapportées, ce sel y agit de la même maniere que sur le Soulfre commun. Il est vrai que ces matieres ne contiennent pas toutes autant d'acides que le Soulfre commun, mais elles en contiennent toûjours assés dans leur état naturel, pour que l'acide du Nitre ne puisse pas alors y être admis & y exciter une fermentation. En effet j'ay remarqué qu'aucunes de ces Huiles n'étoient sensiblement penetrables à l'esprit de Nitre, & pour qu'elles le deviennent il faut que l'acide qu'elles contiennent naturellement en ait été enlevé; c'est aussi ce qui arrive quand on les mêle avec le Salpêtre en substance dans

nôtre

nôtre operation, car la partie fixe de ce sel, en absorbant les acides de l'Huile, la prepare en quelque sorte à donner un passage libre aux acides Nitreux, qui sans cela n'y auroient eû aucun accés, & n'y auroient produit aucun effet.

Pour avoir donc une idée nette de la maniere dont le Salpêtre grossit si fort le volume de la flamme d'une matiere huileuse sur laquelle il a été versé, il ne faut pas seulement s'imaginer qu'il produise cet effet en rarefiant simplement les parties huileuses déja enflammées, il le fait encore en excitant l'inflammabilité de celles qui ne l'étoient point, & qui s'exhaloient avec la flamme en forme de fumée, ou de vapeur. Ce sont ces parties non enflammées qui produisent la suie qui est elle-même une matiere inflammable, & qui ne seroit point telle si elle eût été déja veritablement enflammée; car alors le tissu de ses parties auroit été détruit, & auroit perdu sa proprieté inflammable.

Aprés tout on n'aura pas de peine à concevoir que toutes les parties huileuses exposées à un même feu ne s'enflamment pas également, si l'on considere que quelques-unes peuvent être plus chargées d'acides que d'autres, & par consequent resister davantage à l'action du feu; mais quand on y a versé du Salpêtre, la vapeur sulfureuse monte avec moins d'acides, & en trouve en son chemin de nouveaux qui excitent son inflammabilité, ce qui augmente beaucoup la quantité des parties enflammées & par consequent la grandeur du total de la flamme.

La verité de ce que j'avance paroît clairement quand on verse du Salpêtre sur un charbon ardent qui ne jette aucun flamme, car il s'élevoit de ce charbon une vapeur sulfureuse qui faute d'être enflammée ne produisoit aucune lüeur, mais dés qu'elle a été preparée, & attenuée par le Salpêtre de la maniere que nous l'avons déja expliquée, elle s'enflamme tout d'un coup & avec une vivacité trés considerable.

La mecanique dont le Salpêtre opere sur les matieres sulfureuses étant bien entenduë, on appercevra facilement

pourquoi les autres Sels dont il a été parlé ne produisent pas un effet semblable en pareil cas, & souvent même en produisent un tout opposé. Car premierement, l'Alun, & le Vitriol sont deux Sels moyens chargés tous deux d'un même acide Vitriolique qui suivant ce qui a déja été dit s'évapore avec une trés grande peine par le feu, & qui s'éleve encore bien plus difficilement quand il est engagé dans sa matrice terreuse qui l'y retient si fort, qu'en quatre jours entiers d'un feu trés violent, & sans discontinuation, l'Alun, & le Vitriol perdent moins de leurs acides que le Salpêtre n'en perd des siens en huit ou dix heures; de plus on sçait que quand on pousse dans une même cornuë le Salpêtre & le Vitriol, pour faire l'eau forte, le Salpêtre aprés un certain temps se trouve dépoüillé de ses acides, pendant que le Vitriol n'en a point, ou presque point perdu; Ce qui marque sensiblement, non-seulement que le Salpêtre peut agir où ces autres sels n'ont point d'action, mais encore d'où peut proceder l'inaction particuliere de ces sels dans la circonstance presente; car s'il leur faut un temps si considerable, pour laisser échapper les acides qui pourroient être propres à produire quelqu'effet sur la vapeur sulfureuse dont il s'agit, & si ces acides tous dégagés ne s'élevent encore que fort peu à cause de leur pesanteur naturelle, toute la vapeur sulfureuse se trouvera épuisée avant que ces acides aient commencé à se dégager, & supposé qu'il s'en échappe, ce sera en petite quantité, & peut-être empêcheront-ils encore la vapeur de s'élever aussi haut qu'elle le pourroit faire naturellement.

En un mot, si pendant que l'Huile brûle, il ne se fait pas dans le Vitriol, & l'Alun une decomposition suffisante, la flamme ne doit point augmenter, car dans nôtre hypothese l'acide du sel doit quitter sa matrice terreuse pour aller porter son action sur la vapeur sulfureuse, & l'acide de l'Huile doit l'abandonner, pour s'unir à la matrice terreuse du sel, qui ne devient propre à recevoir cet acide, qu'autant qu'elle a perdu auparavant de ses acides propres.

Il suit encore de cette hypothese que les sels Alkali tant fixes, que volatils, & que l'esprit de Nitre ne doivent rien faire, ou faire peu de chose sur la flamme de nos matieres huileuses; car si le sel Alkali peut bien enlever à l'Huile quelques acides, il n'en fournit point d'autres à la vapeur sulfureuse qui s'éleve, ce qui est néantmoins une circonstance essentielle pour exciter un effet sensible d'inflammabilité: on peut même dire que comme ces sels versés dans le creuset avec l'Huile partagent avec cette matiere l'action du feu, elle en doit recevoir par là une moindre impression que si ces sels n'y étoient pas, de plus ils peuvent encore en chargeant la matiere huileuse sur laquelle ils sont versés empêcher qu'elle ne s'éleve si facilement qu'elle le feroit sans mêlange, aussi remarque-t-on que l'Huile ne brûle dans toute sa force que quand elle surnage ces sels, & qu'elle les a precipités en quelque sorte au fond du creuset, & comme les sels Volatils Alkali ne chargent pas tant les parties huileuses que les fixes, ils ne produisent pas une diminution de flamme si sensible.

Pour l'esprit de Nitre s'il contient les acides necessaires pour exciter l'inflammabilité de la vapeur sulfureuse, il lui manque la partie fixe & terreuse des sels Alkali, sans laquelle la vapeur sulfureuse ne peut être suffisamment preparée à recevoir l'impression des acides, quand elle en contient déja un fort grand nombre. De plus comme l'esprit de Nitre quelque deflegmé qu'il soit contient toûjours beaucoup de parties aqueuses qui s'y trouvent toutes developpées, le premier effet de ces parties aqueuses est d'éteindre la flamme; & ainsi quand ces acides Nitreux pourroient faire quelqu'effet sur la vapeur sulfureuse, comme cet effet seroit bien peu de chose à cause de la grande quantité d'acides que cette vapeur sulfureuse contient déja par elle-même, les parties aqueuses éteindroient encore plus de parties sulfureuses que les acides n'en pourroient allumer.

Les acides contenus dans l'esprit de Nitre manquant

donc du secours des sels Alkali pour exciter l'inflammabilité des Huiles chargées de beaucoup d'acide, & d'un autre côté les sels fixes ne pouvant produire d'effet sensible sur ces mêmes Huiles sans le secours des acides Nitreux, ces deux matieres unies ensemble & versées ensuite sur nos Huiles doivent l'enflamer comme le Salpêtre, & par consequent produire par leur union ce que chacune en particulier n'étoit pas capable de faire. C'est aussi ce que l'experience justifie parfaitement.

Le Sel de tartre au contraire ou le Nitre fixé par les charbons qu'on souleroit d'acides vitrioliques, ne doit rien faire, & ne fait rien effectivement sur les Huiles enflammées, parce qu'il n'y a que les acides Nitreux qui dans la circonstance presente ayent assés de volatilité pour pouvoir operer sur la vapeur des matieres sulfureuses.

Suivant ce raisonnement j'ay crû que comme les sels essentiels sont des Sels moyens qui contiennent beaucoup d'acides, & une partie fixe & terreuse; ceux qui donnoient des indices de sels Nitreux, qu'il est facile d'appercevoir par un certain frais qu'ils excitent sur la langue, devoient produire precisément le même effet que le Salpêtre, & c'est ce que j'ay reconnu par l'experience dans les sels d'Oseille, & de Chardon benit; le Cristal de Tartre au contraire, qui est un espece de Sel essentiel, & qui ne donne pas les mêmes indices d'acides Nitreux n'a rien fait de semblable, ce qui marque encore davantage la verité de nôtre explication sur l'action differente des Sels dont il a esté parlé.

Je me suis encore imaginé que le Sel volatil de succin étant acide, & s'élevant avec assés de facilité il pourroit bien être composé d'un acide Nitreux, d'autant plus qu'un autre espece d'acide ne luy auroit peut-être pas permis de s'élever si facilement; Je l'ay donc mis en experience, & il a toûjours excité l'inflammabilité de nos matieres huileuses, mais comme il contient moins de parties terreuses, & absorbantes que le Salpêtre, il n'a pas fait une detonation si forte que ce sel.

A l'égard du Borax que j'ay employé, il n'eſt pas étonnant qu'il produiſe le même effet que les ſels Alkali, car quelque violence de feu qu'on luy donne, il ne ſe decompoſe preſque point, & il fournit tout au plus un peu de liqueur legerement alkaline & jamais acide.

Il ne reſte plus qu'à expliquer pourquoi le Salpêtre qui produit un effet ſi prompt, & ſi conſiderable ſur le Soufre commun, & ſur les Huiles groſſieres, agit infiniment moins ſur l'eſprit de Vin, en quelque proportion qu'il y ait eſté mis, & pourquoi l'eſprit de Nitre qui n'a point d'action ſenſible ſur les unes, & qui ſur les autres en a bien moins que le Salpêtre agit bien davantage que ce ſel ſur l'eſprit de Vin.

Pour concevoir cette difference, faiſons attention que l'eſprit de Vin eſt un Huile tres exaltée, dont les parties ſulfureuſes ont eſté ſi fort attenuées par la fermentation, qu'elles ſe ſont degagées des parties groſſieres & ſalines qui pouvoient mettre obſtacle à leur inflammabilité, & à leur élevation ; Or quand on y mêle le Salpêtre, la partie fixe de ce ſel ne trouvant pas beavcoup d'acides á abſorber, elle n'y produit pas à cet égard une grande alteration, & quand à la partie volatile du Salpêtre qui conſiſte dans ſes acides, comme elle ne ſe degage & ne monte pas aſſés abondamment & aſſés vite pour ſuivre toutes les parties ſulfureuſes de l'eſprit de Vin, qui par elles mêmes s'élevent, & s'enflamment avec une grande facilité, on n'apperçoit pas alors une augmentation fort conſiderable dans la flamme, mais quand on ſe ſert de l'eſprit de Nitre comme cette liqueur contient un grand nombre d'acides tous degagés, ils peuvent tout d'un coup, & d'autant mieux faire impreſſion ſur toutes les parties de l'eſprit de Vin que cet eſprit fermente naturellement, & tres fort avec l'eſprit de Nitre, auſſi dans noſtre operation remarque-t-on au fond du vaiſſeau une grande ebulition, qui rarefiant la matiere dés le commencement, la diſpoſe dés lors à s'enflammer & à s'élever avec plus de violence, & c'eſt pour cette raiſon que la flamme de bleuë qu'elle étoit devient tres rouge, & tres ardente.

Au reſte la partie aqueuſe de l'eſprit de Nitre qui avec les Huiles groſſieres eſt un obſtacle à leur inflammabilité, & ſouvent même les éteint, comme il arrive en pluſieurs occaſions, & entre autres au charbon ardent, ou la place ſur laquelle a eſté verſée l'eſprit de Nitre devient noire de rouge qu'elle étoit. Cette partie aqueuſe, dis-je, ne produit pas le même effet ſur la flamme de l'eſprit de Vin: la raiſon m'en paroiſt être que les Huiles groſſieres, s'élevent moins aiſement par le feu que le flegme, & ainſi quand l'eſprit de Nitre a été verſé ſur ces Huiles, la partie aqueuſe de cet eſprit s'élevant par l'action du feu au-deſſus des Huiles, les étoufe & les empêche de s'enflammer; mais comme l'eſprit de Vin monte avant le flegme quand il eſt pouſſé par le feu, il laiſſe au fond du vaiſſeau, la partie aqueuſe de l'eſprit de Nitre, qui ne pouvant atteindre en aſſés grande quantité à la flamme de l'eſprit de Vin, accruë encore par le mêlange des acides Nitreux, n'apporte aucune alteration ſenſible à cette flamme.

OBSERVATIONS

Sur differentes Maladies.

Par M. MERY.

17. Juin 1713.

IL eſt ſi ordinaire de voir les inteſtins paſſer les aneaux des muſcles du ventre, & deſcendre dans le ſcrotum, qu'il n'y a point de Chirurgien, pour peu experimenté quil ſoit, qui n'en ait connoiſſance. Mais il eſt ſi rare de voir des hernies de veſſie, que je ne connoiſt aucun Auteur qui en ait fait mention. Je vais en rapporter trois que j'ay obſervées. Voici la premiere.

Il y a quatre ans, ou environ que je fus appellé dans une maiſon Religieuſe pour voir le General de ſa Congregation, il avoit beaucoup de peine à uriner. Ce fut

pour cette difficulté qu'il souhaita d'avoir mon avis, esperant de recevoir par mon moyen quelque secours. Aprés avoir entendu le rapport qu'il me fit de son incommodité, je lui representai qu'il étoit necessaire que j'examinasse ses parties naturelles, sans quoy je ne pouvois pas reconnoître sa maladie. Il y consentit volontiers.

En les examinant je remarquai dans le côté droit du scrotum une tumeur fort considerable par son volume, dans laquelle je sentis une fluctuation manifeste au toucher; de la je jugeay d'abord que la liqueur qui la formoit, étoit renfermée dans les membranes propres du testicule droit, ce qui fait la vraie hydrocelle. Mon opinion me paroissoit d'autant plus certaine, que les membranes communes des bources étoient minces & sans transparence, au lieu qu'elles deviennent fort épaisses & luisantes, quand leur tissu est abrevé de serosité, ce qui fait une œdematie particuliere qu'on appelle fausse hydrocelle. Mais ce S. Religieux me tira aussi-tôt de mon erreur; car en comprimant devant moy la tumeur avec ses deux mains, il en fit sortir l'urine par le canal de la verge, & l'enflure disparut entierement; ce qui me fit aussi-tôt changer de sentiment. Je lui avoüai ma surprise, en l'assûrant qu'il avoit certainement une descente de vessie, que son fond avoit passé par les anneaux des deux muscles obliques & du muscle traverse du ventre & que l'urine dont il se remplissoit, produisoit la tumeur dont il étoit affligé. Enfin je lui representai qu'il n'y avoit point de remede à son incommodité; parce que la vessie devoit être adherente à la surface interieure du scrotum, comme se trouve ordinairement le peritoine prolongé jusqu'aux bources, dans les descentes ordinaires, soit de l'épiploon ou des intestins, qu'ainsi il étoit absolument impossible de reduire la vessie dans sa place naturelle. Je luy conseillai de porter seulement un suspensoir.

En sortant du Monastere, je dis au frere infirmier, qui m'acompagnoit, que depuis que je pratiquois la Chirur-

gie, je n'avois rien vû de si monstreux. Je le priai de me faire le plaisir de me permettre d'examiner cette descente de vessie aprés la mort de ce Religieux qui avoit plus de quatre-vingt ans. Ce Frere est Apothicaire & Chirurgien de la maison, & comme il n'avoit pas moins de curiosité que moy de connoistre un fait si extraordinaire, il n'eut pas de peine à m'accorder la grace que je luy demandois; quoiqu'il ne soit point permis de faire l'ouverture du cadavre d'aucun moine, moins encore de celui d'un General. Cependant il me promit de me faire avertir de sa mort sitôt qu'il seroit décedé, ce qu'il fit peu de temps l'aprés.

Estant arrivé au Monastere, nous allâmes seuls dans une des Chambres de l'infirmerie ou le corps du deffunt étoit en dépost, & là j'ouvris le ventre & les bources. Nous remarquâmes que la vessie étoit effectivement adherante dans le scrotum de même qu'ailleurs, comme je l'avois jugé auparavant. Sa figure representoit celle d'une gourde, qui est une espece de courge dont les pauvres voyageurs se servent pour mettre & conserver leur boisson. Le fond de la vessie qui en faisoit la partie la plus évasée, occupoit le côté droit du scrotum, son milieu en faisoit la partie la plus étroite; parce qu'il estoit reserré dans les aneaux des muscles du ventre, sa fin avoit plus de capacité; mais moins que son fond; elle étoit placée dans la partie anterieure de la region hypogastique, comme à l'ordinaire; son fond estoit recouvert du dartos, son milieu des muscles du ventre, le reste du peritoine, de sorte qu'elle estoit jointe à toutes ces parties, qui l'environnoient.

Nous examinâmes ensuite les visceres renfermés dans la capacité du ventre, nous les trouvâmes tous dans leur estat naturel, excepté qu'un des intestins estoit tombé dans le côté gauche du scrotum. Nous finîmes cet examen par la vesicule du fiel qui renfermoit une pierre composée de plusieurs couches posées les uns sur les autres. La figure de cette pierre estoit ronde, elle avoit sept à huit lignes

lignes de diametre en tout ſens. Elle ne peſoit cependant qu'un gros & ſix grains. Sa couleur & ſa conſiſtance étoient ſi ſemblables à du charbon de Terre, qu'on l'auroit priſe pour un morceau de ce mineral, & s'y tromper, en ignorant le lieu où elle s'eſtoit formée.

SECONDE OBSERVATION.

La ſeconde deſcente de veſſie que j'ay veûë dans l'Hoſtel-Dieu à une pauvre femme groſſe de cinq à ſix mois, n'eſtoit pas moins extraordinaire que celle que je viens de rapporter. Cette femme urinoit avec beaucoup de peine. En l'examinant je lui trouvai une tumeur d'un volume plus gros que celui d'un œuf de poule. Cette tumeur eſtoit ſituée entre l'anus & la partie inferieure de l'orifice externe de la matrice. En la tâtant, j'apperçû quelques gouttes d'urine ſortir par l'urethre. D'où je conjecturay que cette tumeur pouvoit eſtre cauſée par l'urine qui ſe journoit dans le fond de la veſſie déplacée. Pour mieux m'en aſſûrer, je comprimai peu à peu la tumeur, & elle diſparut entierement, toute l'urine qu'elle contenoit s'étant écoulée par le canal de la veſſie. Cet évenement changea mon ſoupçon en une entiere certitude. Voilà le fait tel que je l'ai remarquai.

Je vais examiner maintenant quelle étoit la cauſe de la grande difficulté & de la douleur que ſouffroit cette pauvre femme depuis ſa groſſeſſe en urinant. Si on fait reflexion que quand elle piſſoit, ſa tumeur ne diſparoiſſoit point, il ſera aiſé de juger que cette difficulté & cette douleur ne pouvoient eſtre cauſées que par l'augmentation du volume de la matrice, qui preſſant le milieu du corps de la veſſie entre le vagin & le rectum, empêchoit l'urine de ſortir du fond de la veſſie deſcendu entre ces parties, ce qui rendoit les efforts, que faiſoient les fibres de la veſſie pour chaſſer l'urine de la tumeur, laborieux & inutiles.

TROISIEME OBSERVATION.

Depuis peu j'ai vû à une perſonne de qualité une deſcente de veſſie, ſemblable à la premiere dont j'ai parlé. Cet homme de conſideration portoit un bandage d'acier, ſuivant en cela l'avis de ceux qu'il avoit conſultés, & qui avoient pris ſon incommodité pour une enterocelle, ou chute diſtin dans les bources. Je lui conſeillai de quitter ſon bandage; parce qu'en comprimant le milieu du corps de la veſſie, contre les os pubis, il empêchoit la partie de l'urine contenuë dans ſon fond, de remonter du ſcrotum dans le reſte de la cavité de la veſſie pour prendre la route du canal de la verge. Il me crû, & ſe trouva beaucoup mieux qu'auparavant.

Une preuve convaincante que la tumeur du ſcrotum eſtoit produite par un amas d'urine, & non par l'inteſtin, comme on ſe l'eſtoit imaginé, c'eſt que toutes les fois que cet homme ôtoit ſon bandage pour faire rentrer ſa prétenduë deſcente d'inteſtin en comprimant les bources, il urinoit en abondance, aprés quoi il ſe trouvoit toûjours fort ſoulagé. Mais quoiqu'il rapplicat enſuite ſon bandage, il n'empeſchoit pas cependant que l'urine ne recoulât goutte à goutte dans le ſcrotum, & ne reformât la tumeur comme auparavant. Ce qui ne feroit pas arrivé, ſi la chute de l'inteſtin en avoit été la cauſe; parce que le bandage bien appliqué, comme il étoit, l'auroit certainement empêché de deſcendre dans les bources.

Quelque difficile qu'il ſoit de juger, ſi une hernie de veſſie peut ſe faire par ſon relachement, comme ſe fait ordinairement la deſcente des inteſtins. Ou ſi c'eſt un effet de la premiere conformation, je vais néanmoins hazarder ſur cela mon ſentiment, que j'abandonne à la critique des experts en Chirurgie.

La veſſie ne peut s'étendre qu'en ſe rempliſſant d'urine. Quand l'écoulement de cette liqueur eſt ſupprimé, ſa capacité s'augmente juſqu'à pouvoir contenir deux à trois

pintes d'urine, ce que j'ai vû. M. Tibault, mon Confrere, m'a assûré en avoir tiré, en une seule fois, jusqu'à quatre pintes & demie, bien mesurées. Or il est visiblement impossible, qu'avec un si prodigieux volume, la vessie puisse passer par les aneaux des muscles du ventre, qui sont si étroits, qu'ils ne sont capables naturellement, que de donner passage aux vaisseaux spermatiques dans l'homme, & aux ligaments de la matrice dans la femme. D'ailleurs ces aneaux sont fermés par le peritoine. Il est donc certain que la vessie étant pleine, ne peut les traverser. Ainsi il y a bien de l'apparence que l'hernie de vessie vient plustôt d'un vice de conformation que de son relaschement.

Elle est absolument incurable, parce que le fond de la vessie, étant uni aux membranes des bources, dans lesquelles il est renfermé, il ne peut être réduit dans sa situation ordinaire. Donc lorsque la vessie est dans sa place naturelle, elle ne peut aussi en sortir pour descendre dans le scrotum; parce que son fond est suspendu par l'ourague à l'ombilic, ses côtés attachés aux arteres ombilicales, la partie anterieure de son corps jointe aux apponeuroses des muscles du ventre, & sa partie posterieure unie au peritoine.

Cependant M.rs Litre & Rovault, Anatomistes de l'Academie, m'ont objecté, pour éluder ces raisons, que la vessie en s'étendant, devient flotante dans la capacité du ventre, comme le sont naturellement les intestins; qu'ainsi elle peut alors descendre, aussi-bien qu'eux, dans les bources, & être réduite. Si cela pouvoit se faire, comme ils se l'imaginent, la vessie devroit forcer la partie du peritoine qui couvre les aneaux des muscles, de sorte qu'on la trouveroit toûjours separée du cul de sac que formeroit le peritoine en descendant dans les bources, de même que sont les intestins, qui ne s'y unissent jamais, s'ils ne s'enflamment, ou se corrompent. Je puis répondre de ce fait, aprés plusieurs operations que j'ai faites pour le réduire dans le ventre. J'ai même remarqué dans un homme, qui avoit

porté, pendant plusieurs années de sa vie, presque tous ses intestins dans le scrotum, qu'ils ne s'y étoient point attachés.

Or la vessie du Religieux que j'ai dissequée, n'a point forcé la partie du peritoine qui couvre les aneaux des muscles du ventre; sa substance n'étoit nullement alterée, les fibres charnuës de son fond, dépoüillés du peritoine, étoient unies au dartos. De sorte qu'elle étoit irreductible. Donc la supposition de ces Mrs. qui n'est qu'imaginaire, ne sçauroit détruire les preuves que je donne, que l'hernie de vessie vient d'un vice de conformation, & non pas de son relaschement, comme ils le croient. Enfin pour leur démontrer que la vessie ne peut abandonner sa situation, je leur ai fait voir dans un petit cadavre humain, en presence de Mrs. les Academiciens, que tout son corps est adherant à toutes les parties qui l'environnent, ce qu'ils m'avoient nié positivement pour mieux appuier leur opinion. Au reste, si l'hernie de vessie se faisoit par relaschement, & qu'elle flotât dans le ventre, comme ils pretendent, elle pourroit arriver aussi souvent que la descente des intestins. Tous les Autheurs qui ont fait des traités d'Operations, en auroient parlé. Je n'en sçai aucun qui en ait fait mention.

QUATRIME OBSERVATION

Sur un Emphiseme extraordinaire.

Un pauvre homme âgé de soixante ans, fût sur les trois heures aprés midi, du Lundi sixiéme Decembre 1711. renversé par un carosse dont les rouës lui passerent sur la poictrine, & lui rompirent la quatriéme & la cinquiéme côtes vraies du côté gauche dans leur partie moyene. La necessité, dont il étoit pressé, l'obligea de venir, immédiatement aprés sa chutte, chercher du secours à l'Hôtel-Dieu, où il fut receû aussitôt.

En l'examinant, on remarqua d'abord la fracture des

côtes. Peu de temps aprés il parut au même endroit une tumeur assés considerable, causée par un air renfermé dans le tissu vesiculaire de la membrane qui se trouve placée sous la peau. Le compagnon Chirurgien, dans le rang duquel ce pauvre blessé fut couché, ne trouva pas à propos d'appliquer de remedes sur cet emphiseme, parce qu'il ne vit au dehors ni plaie ni contusion. Il n'osa pas même se servir du bandage qu'on fait ordinairement à la poictrine pour la fracture des côtes, de crainte de nuire à la respiration, qui étoit déja fort embarassée. Il se contenta de le seigner seulement. La seignée fut réputée les jours suivants par l'ordre du Medecin de la Sale; mais elle n'empêcha pas que la difficulté de respirer & l'emphiseme n'augmentassent toûjours jusqu'au Jeudi au soir, qui fut le quatriéme jour de sa blessure & le dernier de sa vie.

Le lendemain matin j'examinai son cadavre dans la Sale des morts, & je trouvai que l'emphiseme occupoit tout l'exterieur du corps, à la reserve de la plante des pieds & de la paume des mains, de sorte que la face, le cou, la poictrine & le ventre, les bras & les jambes étoient remplis d'air qui fuyoit sous mes doigts pour peu que je pressat la peau au dessous de laquelle cet air étoit renfermé.

Ayant fait une incision à la peau & aux autres teguments qui couvroient l'endroit des côtes rompuës, je remarquai aux muscles intercôtaux une ouverture, mais presqu'imperceptible, sans aucune échymose. Enfin ayant ouvert la poictrine, j'apperçu une petite portion de la membrane qui enveloppe le poumon, déchirée. D'une part elle étoit unie au poumon, & de l'autre elle étoit attachée à une partie des côtes rompuës. Il ne s'étoit cependant écoulé aucune goutte de sang du poumon dans la capacité de la poictrine, ce qui me parut un fait fort singulier.

Aprés cela il est aisé de découvrir la route qu'à pris l'air pour former cet affreux emphiseme. En effet il est visible

que du total de l'air, qui entroit par la trachée artere dans le poumon, pendant la dilation de la poictrine, une partie a dû, dans le temps de son retrecissement, en resortir par ce même canal, & l'autre s'échapper des celulles du poumon par l'ouverture de sa propre membrane déchirée, sortir de la poictrine par la petite plaie des muscles intercôtaux, & s'insinuer dans le tissu de la membrane vesiculaire; parce que sa resistance s'est trouvée plus foible que l'effort de l'air qui la penetroit: car il n'y a nulle apparence qu'il s'y soit insinué pendant la dilatation de la poictrine; parce qu'en se dilatant, elle ne peut forcer qu'autant d'air à entrer dans le poumon, qu'il s'en trouve aux environs dont elle prend la place, & qu'alors elle se donne au-dedans d'elle-mesme autant de capacité qu'elle occupe d'espace au dehors. Ainsi l'air n'a pas pû s'insinuer dans la membrane vesiculaire pendant la dilatation de la poictrine. Ce n'est donc que pendant son retrecissiment qu'il a pû penetrer cette membrane; & parce qu'il y est entré sans causer de douleur au blessé, & que même il n'en sentoit point, en quelqu'endroit du corps qu'on pressât la peau, sous laquelle on sentoit fuir l'air, on ne peut pas douter que toutes les cellules de la membrane vesiculaire n'ayent une communication naturelle entre elles, de même que celles de la membrane cellulaire du Pelican, dont l'admirable structure forme d'ans cet oyseau une espece particuliere de poumon que j'ai décrit dans
Pag. 177. les Memoires de l'Academie de l'année 1693. autrement ce pauvre malade auroit souffert des douleurs atroces dans tout son corps, si le tissu de la membrane vesiculaire caché, sous la peau avoit étoit brisé par une insinuation violente de l'air.

On ne peut pas dire aussi que ce tissu ait été rompu par des coups redoublés, comme on suppose celui des animaux que l'on souffle, & qu'on croit ne s'enfler, que parce qu'en les frappant, on ne peut éviter de briser ce tissu; puisque cet homme n'avoit reçeû aucun coup aprés

sa blessure. D'ailleurs on ne voit point l'air s'insinuer dans une membrane solide. Il ne peut pas même s'échapper par ses pors, lorsqu'on l'y renferme. Il faut donc que les cellules de la membrane vesiculaire communiquent entre elles, & soient affaissées les uns sur les autres avant de se remplir d'air, comme sont celles du poumon du fœtus, que l'air ne gonfle qu'aprés la naissance de l'enfant, qui ne commence qu'alors à respirer, mais sans douleur; parce que les vesicules du poumon sont toutes ouvertes & naturellement disposées à le recevoir. Si elles étoient fermées, l'air ne pourroit y entrer.

Aprés avoir expliquai la maniere dont cet affreux emphiseme s'est formé, il me reste à examiner, si en faisant une incision à la peau vis-à-vis la petite plaie des muscles intercôtaux, ouverts par la fracture des côtes, j'aurois pû conserver la vie à ce pauvre blessé.

Si l'on suppose que l'échappée de l'air des celulles du poumon par sa membrane propre déchirée par la fracture des côtes, ait été la cause de sa mort, parce que la quantité d'air, qui se perdoit par cet endroit, étoit absolument necessaire pour entretenir la circulation du sang, sans laquelle on ne peut vivre, ce que je ne croi pas, je suis persuadé que l'incision que j'aurois pû faire à la peau, n'auroit pas empêché ce blessé de mourir : car quoiqu'elle eut pû s'opposer au progrés de cet emphiseme, & même donner lieu à sa guerison, il est certain qu'elle n'auroit pû empêcher l'air de sortir du poumon par l'ouverture de sa membrane déchirée. Donc l'incision de la peau lui auroit été inutile. Il seroit toûjours mort.

Cette même incision ne lui auroit pas été moins infructueuse, si l'on suppose que le gonflement de la membrane vesiculaire, qui couvre la poictrine, a été, comme il y a bien de l'apparence, un obstacle à sa dilatation, & la cause de la mort de ce blessé. Car pour éviter cette pression exterieur produite par l'enflure des celulles de cette membrane, il auroit fallu fermer l'ouverture des muscles in-

tercôtaux, & alors l'air interieur, qui s'échappoit continuellement par la déchirure de la membrane du poumon, étant retenu dans la poictrine, auroit, en comprimant le poumon, empêché peu à peu l'air exterieur de remplir ses vesicules, ce qui auroit causé la même difficulté de respirer, & enfin la mort. Donc des ces deux suppositions, l'incision de la peau n'auroit pas seulement été inutile à ce blessé, mais préjudiciable; puisqu'elle auroit rendu sa plaie plus compliquée qu'elle n'étoit auparavant, & lui auroit abrégé la vie.

Enfin l'operation de l'empieme, dont les signes sont fort incertains, comme je le vais faire voir dans ma cinquiéme Observation, ne lui étoit point necessaire; parce que, comme j'ai déja dit, il n'y avoit aucune goutte de sang épanchée dans la poictrine de ce pauvre malade.

CINQUIÉME OBSERVATION.

Il y a six mois ou environ qu'un jeune garçon, âgé de dix-huit à dix-neuf ans, reçeût sur les deux ou trois heures aprés minuit un coup d'épée à la partie superieure anterieure du bras droit. Il fut tout aussi-tôt conduit à l'Hostel-Dieu, & couché dans la Sale des blessées. Je l'examinai sur les six heures du matin. Voici l'état où je le trouvai.

Il avoit déja une fievre tres ardente, un difficulté de respirer, & une douleur de poictrine, du même côté de sa plaie, si violentes, que je crû d'abord que la capacité de la poictrine étoit remplie de sang, & qu'il expireroit en peu d'heures, si je ne lui faisois pas, sur le champ, l'operation de l'empieme. Cependant sa plaie n'avoit au dehors tout au plus que trois lignes de long, sur demie ligne de large, Elle me parut même aussi réünie qu'une incision de veine seignée depuis peu, ce qui fit que je ne trouvai pas à propos de sonder sa profondeur, étant resolu de faire l'operation : mais jettant ensuite les yeux sur la poictrine, j'apperçû sous le mamelon droit une tumeur de sept à huit pouces

pouces de diametre & de plus d'un pouce d'épaiſſeur reſiſtante au toucher, d'où je conjecturai que la plaie du bras pouvoit penetrer le grand muſcle pectoral pluſtôt que la poictrine ; conjecture fondée ſur ce que cette tumeur étoit ſans lividité, ſans fluctuation & ſans emphiſeme; ſignes certains que ni le ſang ni l'air n'en pouvoient être la cauſe; d'où je jugeai que le tendon du muſcle pectoral ayant été piqué, la douleur avoit déja attiré une fluxion de ſeroſités ſur toute ſa partie charnuë qui couvre le devant de la poictrine, ce qui me fit differer l'operation, que la douleur de côté, la fievre & la difficulté de reſpirer ſembloient demander abſolument.

Je me contentai d'appliquer ſur la plaie & ſur la tumeur une compreſſe un peu épaiſſe, trempée d'eſprit de vin & d'eau, mêlés enſemble en égale quantité. Je fis auſſitôt ſeigner ce pauvre bleſſé. La ſeignée lui fut repetée le ſoir & le lendemain matin, que je trouvai tous ſes accidents fort diminués.

Cette diminution ſi conſiderable me fit changer de veûë par rapport à l'operation. Je fis rappliquer la compreſſe toûjours moüillée de la même liqueur ſur la plaie & ſur la tumeur. Au bout de huit jours le bleſſé ſe trouva parfaitement gueri. Ce rapport fidel fait voir combien les ſignes d'un épanchement de ſang dans la poictrine ſont équivoques & trompeurs, le jugement difficile & l'operation de l'empieſme hazardeuſe. Car ſuppoſé que la poictrine eut été remplie de ſang, comme je l'avois crû d'abord, j'aurois bien pû tirer par ſon ouverture celui qui auroit été renfermé dans ſa capacité; mais il m'auroit été impoſſible d'empeſcher le ſang des vaiſſeaux du poumon de ſortir de leurs conduits, qui n'auroient pas encore eû le temps de ſe refermer. Donc dans cette circonſtance, le riſque étoit égal en faiſant ou ne faiſant pas l'operation.

SIXIÉME OBSERVATION.

M. Genti Prêtre d'une grande vertu, devenu aveugle sur la fin de sa vie, m'a legué par testament ses deux yeux pour en découvrir les défauts, & en faire part au public, afin qu'il puisse en tirer quelqu'utilité. Aprés sa mort, qui est arrivée au mois de Mars dernier, je les ai examinés, & ay fait voir à l'Academie les remarques que je vais rapporter.

1. Dans l'un j'ai observé que la surface anterieure du cristalin étoit ulcerée, son corps obscurci, l'humeur aqueuse fort trouble, & que la transparence du corps vitré étoit beaucoup diminuée. Dans l'autre j'ai remarqué que l'humeur aqueuse, le cristalin & le corps vitré n'avoient perdu que fort peu de leur transparence, de sorte que la lumiere pouvoit encore les traverser.

2. Dans tout les deux, les glandes qui environnent la circonference exterieure de l'iris & filtrent l'humeur aqueuse, étoient plus grosses qu'elles ne sont ordinairement. Dans l'un & l'autre une pluie huileuse extremement menuë paroissoit répanduë sur leurs humeurs.

3. Enfin j'ai remarqué que les nerfs optiques étoient fletris, aussi n'ai-je pû en faire sortir de moüelle, comme j'ai fait de ceux qui sont dans leur état naturel; d'où je conjecture que la cause de l'aveuglement de M. Genti a été la fletrissure des nerfs optiques, & qu'il auroit pû, sans ce défaut, voir de l'œuil dont les humeurs avoient conservé, à peu prés, leur transparence ordinaire.

SUITE DES REFLEXIONS

Qui se trouvent dans le Memoire du 28. Juin 1712. sur les Développées, & sur les Courbes resultantes du Developpement de celles-là.

Par M. VARIGNON.

DANS le Memoire du 28. Juin 1712. nous n'avons consideré à l'ordinaire les développées que comme concaves d'un seul côté, & leur dévoppement que comme commençant à une de leurs extremités : d'où il ne resultoit que des courbes concaves en même sens que celles-là. Nous allons presentement considerer non seulement ces courbes concaves d'un seul côté, comme commençant à se développer de part & d'autre à celui de leurs points qu'on voudra ; mais aussi celles de concavités differentes, comme commençant à se développer à quelque point que ce soit : & de tous ces développemens on va voir naître plusieurs autres courbes de concavités trés differentes de position les unes par rapport aux autres, & par rapport à celles de leurs développées ; & comment de fort semblables en apparence auront cependant des proprietés trés differentes selon qu'elles resulteront de differentes développées, & selon les differents points où celles-ci commenceront à se développer : Par exemple, comment & pourquoy parmi les courbes rebroussées en même sens, il y en a dont le cercle osculateur en leur point de rebroussement passe entierement en dehors de leurs branches, d'autres où il y passe en dedans, & d'autres enfin où il y passe entre ces mêmes branches ; pourquoi les unes l'y ont avec cinq racines égales, & les autres seulement avec quatre ; comment & pourquoi au point d'inflexion des courbes contournées chaque rayon osculateur est infiniment petit dans les unes, & infiniment grand dans les autres ; &c. 24. Mars 1713.

AVERTISSEMENT.

La démonstration de tout cela dependant de ce que nous avons fait voir dans le Memoire du 28. Juin 1712. touchant le développement commencé à une des extremités des courbes toutes concaves chacune d'un seul côté, & touchant les resultantes de ce développement; nous en allons citer la generation, les définitions, le Lemme, les Theoremes & les Corollaires compris dans ce Memoire, comme s'ils étoient ici, sans le nommer davantage, & sans faire aucune mention des pages où se trouvera ce que l'on en va citer; & cela pour ne pas ennuyer par des repetitions trop frequentes qu'il faudroit faire du nom de ce Memoire & de ces pages.

§. I.

Du Développement des Courbes d'une seule concavité chacune, commencé à celui de leurs points qu'on voudra.

FIG. I. I. On a vû dans le Memoire du 28. Juin 1712. que si *AφT.* est un courbe toute concave d'un seul côté, laquelle commence à se développer à une de ses extremités, par exemple en *A;* la resultante *AEH* de ce développement sera aussi *(Th. 2. corol. 1.)* toute concave du même côté que cette développée *AφT;* que sa courbure en ce sens ira toûjours *(Th. 6. corol. 4.)* en diminuant depuis *A* vers *H:* de sorte que sa plus grande courbure sera en son origine *A;* & la moindre en son terme *H;* qu'elle aura par-tout *(Th. 6.)* son cercle osculateur *BEK* (comme on le voit ici Fig. 1.) partie au-dehors & partie au-dedans d'elle, sans le rencontrer ailleurs qu'en chaque point *E* d'osculation, & sans qu'aucun autre cercle *(Th. 6. corol. 1.)* puisse passer entre-elle & celui-là; &c. comme dans le Memoire du 28. Juin 1712. d'où ces citations sont tirées.

II. Si presentement la courbe *AφT* toute concave d'un seul côté, commence à se développer de part & d'autre à

tel point moyen φ qu'on voudra; ses deux parties φ*MA*, φ*NT*, commençant là à se développer en differents sens vers *A*, *T*.

1°. Il est visible que ces deux arcs φ*MA*, φ*NT*, traceront ainsi chacun de son point φ chacune des deux branches φ*DR*, φ*FS*, d'une autre courbe *R*φ*S* rebroussée en φ en sens contraires; puisque ces deux branches φ*DR*, φ*FS*, ainsi décrites, tendent *(gener.)* vers des côtés opposées, & *(Th. 2. corol. 1.)* avec des convexités opposées.

2°. Il est visible aussi que les rayons osculateurs en φ de ces deux branches φ*DR*, φ*FS*, seront *(gener. & def.)* infiniment petits de part & d'autre de ce point φ, & en ligne droite perpendiculaire *(Th. 5. corol. 2.)* à ces deux branches φ*DR*, φ*FS*, de la courbe *R*φ*S* resultante du double développement dont il s'agit ici; & consequemment que ces deux branches se toucheront en φ aussi-bien que leurs petits cercles *(def.)* osculateurs en ce point, décrits de ces deux rayons ou côtés contigus en φ des arcs développés φ*A*, φ*T*, & de centres pris chacun à l'autre extremité de chacun de ces côtés infiniment petits que l'angle infiniment obtus qu'ils font entr'eux, rend en ligne droite.

La Reflexion qui va se trouver en Italique à la fin du nombre 3. de l'article 22. fera voir que la détermination totale de chacun des deux rayons osculateurs au point φ de rebroussement de la courbe RDφFS, *c'est-à-dire, que la détermination tant de la position que de la longueur de chacun de ces deux rayons directement opposés de part & d'autre de ce point φ, y exige quatre racines égales dans chacun des deux cercles osculateurs qui s'y toucheront mutuellement en dehors; mais infiniment petites comme eux, quoique les trois égales requises pour la détermination de la position du rayon osculateur de chacun de ces deux cercles puissent estre finies quelconques, ainsi qu'on le verra dans la Reflexion qu'on vient de citer.*

III. Les Corol. 2. 3. du Th. 6. font voir de plus que

les deux cercles osculateurs infiniment petits *(art. 2.)* de la courbe *RφS* en son point de rebroussement φ, couperont & toucheront à la fois chacun en ce point φ celle de ces deux branches dont il sera osculateur en ce même point φ. Pour voir comment cela se doit faire, imaginons deux autres cercles *IDC*, *LFG*, osculateurs aussi de ces deux branches φ*DR*, φ*FS*, en deux autres points quelconques *D*, *F*, lesquels cercles ayent *(def.)* pour rayons les tangentes *DM*, *FN*, des arcs développés φ*MA*, φ*NT*, & pour centres les points *M*, *N*, où ces tangentes touchent ces arcs. Le Th. 6. part. 1. fait voir que ces deux nouveaux cercles *IDC*, *LFG*, couperont les deux branches φ*R*, φ*S*, en *D*, *F*, de la maniere qu'on voit ici, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer *(Th. 6. corol. 1.)* par aucun de ces angles entre aucun de ces deux-là & celle qu'il coupe de ces deux branches de la courbe *RD*φ*FS*; & consequemment *(Th. 6. corol. 2. 3.)* que chacun de ces deux autres cercles *IDC*, *LFG*, aura aussi (nonobstant ces coupes ou interſections en *D*, *F*,) avec chacune de ces deux branches φ*DR*, φ*FS*, chacun avec celle qu'il coupe, deux attouchements de part & d'autre de chacun de leurs points d'interſection *D*, *F*, un en dehors du côté de *I*, *L*, & l'autre en dedans du côté de *C*, *G*.

Concevons presentement que ces deux interſections *D*, *F*, arrivent infiniment prés de φ, avec les cercles toûjours osculateurs *IDC*, *LFG*, en avançant de ce côté-là le long des arcs *D*φ, *F*φ, & que les fils *MD*, *NF*, rayons *(gener. def.)* de ces cercles se recouchent ainsi sur les arcs developpés *M*φ, *N*φ, jusqu'à ce que ces points *D*, *F*, soient infiniment prés de φ. Il est visible que chacun de ces deux cercles *IDC*, *LFG*, alors infiniment petits, coupera & touchera encore à la fois (comme cidessus en *D*, *F*,) chacune des branches φ*DR*, φ*FS*, en ce point infiniment prés de φ: il la touchera par dehors en l'élement commun où elles & eux se touchent entre

ces deux points, & par dedans en l'élement suivant de chacune où elles commencent à s'abandonner & à faire angle entr'elles.

IV. Le Corol. 4. du Th. 6. fait aussi voir que si les arcs φ*MA*, φ*NT*, de la développée *AM*φ*NT* sont de courbures semblables depuis φ vers *A*, *T*, comme si cette développée étoit une parabole, une hyperbole, &c. dont φ fût le sommet; les branches φ*DR*, φ*FS*, de la courbe *RD*φ*FS* rebroussée en sens contraires en φ, lesquelles resultent *(hyp.)* du développement de ces arcs φ*MA*, φ*NT*, commencé en φ, seront aussi de courbures semblables entr'elles depuis φ vers *R*, *S*. Au contraire si les arcs φ*MA*, φ*NT*, sont de courbures dissemblables depuis φ vers *A*, *T*, comme si la développée *AM*φ*NT* étoit encore une parabole, une hyperbole, &c. dont le sommet fût entre φ & *A*; le même Corol. 4. du Th. 6. fait voir que l'arc φ*MA* alors plus courbe (à longueurs égales depuis φ) que φ*NT*, rendroit aussi la branche φ*DR* plus courbe que φ*FS*, à longueurs aussi égales depuis φ.

V. Quant aux differentes courbures de chacune de ces deux branches φ*DR*, φ*FS*, sans comparaison entr'elles, le Corol. 4. du Th. 6. fait aussi voir que quelque dissemblance de courbure qu'il y eût dans les arcs développés φ*MA*, φ*NT*, la plus grande courbure de chacune de ces deux branches φ*DR*, φ*FS*, seroit à leur origine φ commencement du développement de ces arcs, & que la courbure de chacune en des points differents iroit en diminuant à mesure que ces points seroient plus éloignés de son origine φ, ou plus prés de son terme *R*, ou *S*; de sorte que la moindre de toutes ces courbures de chacune des branches φ*DR*, φ*FS*, seroit au terme *R*, ou *S*, de cette branche qui separément auroit toutes les autres proprietés demontrées dans le Memoire du 28. Juin 1712. pag. 148. &c. pour une courbe toute concave d'un seul côté, resultante *(Th. 2. Corol. 1.)* du développement com-

mencé à une des extremités d'une autre courbe aussi toute concave du même côté que celle-là.

§. II.

Du Développement des Courbes rebroussées en sens contraires commencé à celui de leurs points qu'on voudra.

FIG. II. III. VI. Soit la courbe $T\varphi V$ rebroussée en sens contraires en φ, c'est-à-dire, dont les branches φV, φT, soient de convexités opposées, ou concaves en dehors vers des côtés differents, chacune d'un seul côté. Soit premierement le développement de cette courbe ou de ses branches, commencé en son point de rebroussement φ. Le Corol. 1. du Th. 2. fait voir que le développement de la branche φV, ainsi commencé en φ ou en E vers A, décrira l'arc $EDCA$ de la courbe $ACDEFGH$, & que celui de l'autre branche φT de la même développée $T\varphi V$, aussi commencé en φ ou en E, décrira de même l'autre arc $EFGH$ de cette autre courbe $ACDEFGH$ resultant de ce double développement, soit qu'elle soit décrite (*gener.*) par le point φ commun aux deux branches développées, comme dans la Figure 2. ou qu'elle se soit (*Schol. du Th. 6.*) par l'extremité E d'une droite quelconque $E\varphi$ qui les touche toutes deux en φ, comme dans la Figure 3. ou même aussi par l'extremité E d'une telle tangente dans la Figure 2. Laquelle tangente $E\varphi$ soit infiniment petite dans cette Figure 2. & finie dans la Figure 3.

Le Corol. 1. du Th. 2. faisant voir que les arcs $EDCA$, $EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$ resultante du développement (commencé en φ) des deux branches de sa développée $T\varphi V$ rebroussée (*hyp.*) en sens contraires en ce point φ, sont entierement concaves chacun du même côté que chacune de ces branches; il est visible par ce même corol. 1. du Th. 2. que cette courbe $ACDEFGH$ sera toute entiere concave du côté de sa développée $T\varphi V$ rebroussée (*hyp.*) en sens contraires en φ.

Le

Le corol. 4. du Th. 6. fait auſſi voir que le développement des deux branches φV, φT, de cette développée $T\varphi V$, ayant *(hyp.)* commencé en ſon point de rebrouſſement φ; la courbure de l'autre courbe *ACDEFGH* reſultante de ce double développement, doit toûjours aller de part & d'autre en diminuant depuis *E* juſqu'à ſes extremités *A*, *H*: de ſorte que ſa plus grande courbure ſera en *E*, & les moindres en ſes extremités *A*, *H*: leſquelles deux dernieres courbures ſeront égales ou inégales entr'elles ſelon que les branches développées φV, φT, auront les leurs égales ou inégales en leurs extremités *V*, *T*; & en cas d'inégalité entre ces courbures terminales, la plus grande des deux premieres reſultera de la plus grande des deux ſecondes.

VII. L'extremité *E* de la touchante $E\varphi$ (finie dans la Figure 3. & infiniment petite dans la Figure 2.) commune en φ aux deux branches φV, φT, de la développée $T\varphi V$ rebrouſſée en ſens contraires en ce point φ, ayant tracé *(art. 6.)* Les arcs *EDCA*, *EFGH*, de la courbe *ACDEFGH* par le développement de ces branches φV, φT, commencé en φ; il eſt viſible *(gener. & def.)* que cette droite $E\varphi$ ſera le rayon oſculateur en *E* (fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2.) de cette courbe *ACDEFGH*, & φ le centre de ſon cercle *BEK* oſculateur en ce point *E*, fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2.

Soit preſentement un autre cercle $\mu C\lambda E\delta G\varepsilon$ décrit par ce même point *E* d'un centre *N* pris à volonté de l'autre côté de φ ſur le rayon oſculateur $E\varphi$ prolongé vers *L*, entre φ & *R*, dont le point *R* ſoit *(Th. 2. Cor. 3. nomb. 2.)* de ce côté-là le terme des centres *N* (ainſi pris depuis φ juſqu'en *R* ſur φL) des cercles qui décrits par *E* rencontreroient encore ailleurs la courbe *ACDEFGH*. Le Th. 5. part. 2. fait voir que puiſque *(hyp.)* ce point *E* eſt l'origine commune des arcs *EDCA*, *EFGH*; & *A*, *H*, leurs termes : Le cercle $\mu C\lambda E\delta G\varepsilon$ touchera ces

deux arcs ou la courbe *ACDEFGH* par dehors en *E* sans la couper qu'en *C*, *G*, où il entrera dedans pour n'en plus sortir, & sans la rencontrer ailleurs qu'en ces trois points *C, E, G*: De sorte qu'il aura toute sa partie *CλEδG* au dehors de l'arc *CDEFG* de la courbe *ACDEFGH*, & tout le reste au dedans de cette courbe; ce qui lui arrivera toûjours *(Th. 5. part. 2.)* en quelque point de *Rφ* (depuis *R* jusqu'en *φ*) que soit son centre *N*. Donc lorsque son centre *N* sera infiniment prés de *φ*, & que ce cercle *μCλEδGι* sera ainsi confondu avec l'osculateur *BEK* (fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2.) son arc *CλEδG*, rendu pour lors infiniment petit par l'arrivée de ses deux extremités *C, G*, en deux points infiniment proches de *E* de part & d'autre, touchera encore en dehors en *E* la courbe *ACDEFGH*; immediatement aprés quoi ce cercle *μCλEδGι* ainsi changé en l'osculateur *BEK*, coupera encore cette courbe de part & d'autre de cet attouchement exterieur, en entrant de ces deux côtés au dedans d'elle pour y rester tout entier, à la particule infiniment petite prés dont il la touchera en dehors en *E*: Il coupera, dis-je, cette courbe aux deux extremités de cette particule sans la rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle n'y pourra jamais passer *(Th. 6. Cor. 1.)* entre elle & lui. D'où l'on voit *(Th. 6. Cor. 2. 3.)* qu'outre l'attouchement exterieur précedent il en aura encore deux autres interieurs avec elle immediatement aprés, & de part & d'autre de celui-là. Donc ce cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH*, fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2. aura ici avec cette courbe trois attouchements de suite & contigus en ce point *E*, desquels celui du milieu sera en dehors, & les deux autres en dedans de cette courbe immediatement aprés deux coupes faites de part & d'autre de celui-là; ce qui rend ce cercle osculateur *BEK* comme entrelacé en *E* avec cette courbe *ACDEFGH*.

VIII. Si l'on veut presentement que les branches $A\varphi$, $H\varphi$, de la courbe $A\varphi H$ rebroussée encore en sens contraires en φ, soient des longueurs égales, & qu'elles commencent ici à se développer à leurs extremités A, H, desquelles extremités elles décrivent ainsi ensemble la courbe $ACDEFGH$: Sçavoir, la branche $A\varphi$, l'arc $ACDE$, en se développant de A vers E jusqu'à la tangente $E\varphi$ en φ; & l'autre branche $H\varphi$, l'arc $HGFE$, en se développant de même de H vers E jusqu'au même point E de la même $E\varphi$ touchante aussi de cette autre branche en φ: on trouvera ici dans la Figure 4. comme dans les Figures 2. 3. art. 6. FIG. IV.

1°. Que la courbe $ACDEFGH$ sera ici, comme-là, toute concave du côté de sa développée $A\varphi H$.

2°. Qu'au contraire de ce qu'on a vû dans cet art. 6. la courbure de cette courbe $ACDEFGH$ ira ici en augmentant depuis E de part & d'autre jusqu'en A, H: de maniere que sa moindre courbure sera en E, & les plus grandes en A, H.

3°. Mais que ces deux plus grandes courbures en A, H, seront ici (*Figure 4.*) comme les moindres y étoient dans la Figure 2. 3. art. 6. égales ou inégales entr'elles selon que les branches développées φA, φH, (qui étoient-là φV, φT,) auront les leurs égales ou inégales en leurs extremités A, H; & qu'en cas d'inégalité entre ces courbures terminales, la plus grande des deux premieres resultera de la plus grande des deux secondes.

IX. L'extremité E de la touchante $E\varphi$ commune en φ aux deux branches $A\varphi$, $H\varphi$, de la développée $A\varphi H$ rebroussée en sens contraires en ce point φ, ayant décrit (*art. 8.*) les arcs $ACDE$, $HGFE$, de la courbe $ACDEFGH$ par le développement de ces deux branches $A\varphi$, $H\varphi$, commencé en A, H; il est visible (*gener. & def.*) que cette droite $E\varphi$ sera le rayon osculateur en E de cette courbe $ACDEFGH$, & φ le centre de son cercle BEK osculateur en ce point E.

Soit presentement un autre cercle $\mu C\lambda E\delta G\varepsilon$ décrit par ce même point E, d'un centre M pris à volonté sur le rayon osculateur $E\phi$ entre ϕ & P, dont ce point P soit (*Th. 2. cor. 3. nombr. 1.*) le terme des centres M (ainsi pris depuis P jusqu'à ϕ sur $P\phi$.) des cercles qui décrits par E, rencontreroient encore ailleurs la courbe $ACDEFGH$. Le Th. 5. part. 1. fait voir que puisque (*hyp.*) A, H, sont les origines des arcs $ACDE$, $HGFE$: & E leur terme commun : Le cercle $\mu C\lambda E\delta G\varepsilon$ touchera ces deux arcs ou la courbe $ACDEFGH$ par dedans en ce point E sans la couper qu'en C, G, ou il en sortira de part & d'autre pour n'y plus rentrer, & sans la rencontrer ailleurs qu'en ces trois points C, E, G: de sorte qu'il aura toute sa partie $C\lambda E\delta G$ au dedans de l'arc $CDEFG$ de la courbe $ACDEFGH$, & tout le reste au dehors de cette courbe; ce qui lui arrivera toûjours (*Th. 5. part. 1.*) en quelque point de $P\phi$ (depuis P jusqu'en ϕ) que soit son centre M. Donc lorsque son centre M sera infiniment prés de ϕ, & que ce cercle $\mu C\lambda E\delta G\varepsilon$ sera ainsi confondu avec l'osculateur BEK, son arc $C\lambda E\delta G$ rendu pour lors infiniment petit par l'arrivée de ses deux extremités C, G, en deux points infiniment proches de E de part & d'autre, touchera encore en dedans en E la courbe $ACDEFGH$; immediatement aprés quoi ce cercle $\mu C\lambda E\delta G\varepsilon$ ainsi changé en l'osculateur BEK, coupera encore cette courbe de part & d'autre de cet attouchement interieur, en sortant d'elle de ces deux côtés pour rester dehors tout entier, à la particule infiniment petite prés dont il touchera cette courbe en dedans en E: Il coupera, dis-je, cette courbe aux deux extremités de cette particule, sans la rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle n'y pourra jamais passer (*Th. 6. Cor. 1.*) entre elle & lui. D'où l'on voit (*Th. 6. cor. 2. 3.*) qu'outre l'attouchement interieur précedent, il en aura encore deux autres exterieurs avec elle immediatement aprés de part & d'autre de celui-là. Donc ce cercle BEK osculateur en E de la

courbe *ACDEFGH* aura ici avec elle trois attouchemens de ſuite & contigus en ce point *E*, deſquels celui du milieu ſera en dedans, & les deux autres en dehors de cette courbe aprés deux coupes faites de part & d'autre de celui-là ; ce qui rend ici (*Figure 4.*) ce cercle oſculateur *BEK* comme entrelacé avec cette courbe *ACDEFGH*, mais en ſens contraire à celui de l'entrelacement qu'on a vû ſur la fin de l'Art. 7. dans les Figures 2. 3.

X. Pour trouver preſentement combien la détermination du rayon *E*φ du cercle *BEK* oſculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* dans les art. 7. 9. Fig. 2. 3. 4. exige de racines égales en ce point *E* origine commune des arcs *EDCA*, *EFGH*, de cette courbe dans l'art. 7. Fig. 2. 3. & leur terme commun dans l'art. 9. Fig. 4. il faut conſiderer dans ces deux articles, & dans ces trois Figures, que ſuivant le Th. 5. le cercle *μCλEδGε* décrit du centre *N* par *E* dans l'art. 7. Fig. 2. 3. & du centre *M* auſſi par *E* dans l'art. 9. Fig. 4. touche toûjours en ce point *E* la courbe *ACDEFGH*, & la coupe de plus toûjours de part & d'autre en deux points *C*, *G*, ſans jamais la rencontrer ailleurs qu'en ces trois points *C*, *E*, *G*, dont celui (*E*) du milieu eſt fixe ; & les deux autres (*C*, *G*,) ambulans depuis *A*, *H*, juſqu'en celui-là, comme les centres *N*, *M*, de ce cercle *μCλEδGε* le ſont depuis *P*, *R*, juſqu'en φ. Donc l'attouchement de ce cercle avec la courbe *ACDEFGH*, lui exigeant (*Th. 5. cor. 4.*) deux racines égales ; & les deux ſections en *C*, *G*, de ce cercle avec cette courbe, lui en exigeant auſſi deux autres que la confuſion de ces deux points *C*, *G*, en *E* (cauſée par celle des centres *N*, *M*, en φ, ou de ce cercle *μCλEδGε* en l'oſculateur *BEK*) rendent égales à ces deux-là : ce cercle *μCλEδGε* ainſi changé en l'oſculateur *BEK*, c'eſt-à-dire, ce cercle lui-même *BEK* oſculateur en *E*, origine commune (*art. 6. 7. Fig. 2. 3.*) ou terme commun (*art. 8. 9. Fig. 4.*) des arcs *EDCA*, *EFGH*, de cette courbe reſultante du FIG. II. III. IV.

développement des branches d'une autre courbe rebrouſſée en ſens contraires, commencé au point de rebrouſſement de cette autre courbe dans les art. 6. 7. Fig. 2. 3. & aux autres extremités de ſes branches priſes égales dans les art. 8. 9. Fig. 4. Ce cercle oſculateur *BEK* exige, dis-je, quatre racines égales en un tel point *E* de la courbe *ACDEFGH*, au lieu de trois ſeulement *(Th. 5. corol. 5.)* qu'exigeroit tout autre cercle oſculateur en tout autre point de cette courbe.

XI. Il eſt vrai que le cercle *BEK* oſculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH*, y a *(art. 7. 9.)* trois attouchemens avec elle, & que chacun d'eux exige deux racines égales; ce qui ſemble d'abord en exiger ſix pour ces trois attouchemens. Mais dés qu'on fait reflexion que les deux coupes faites *(art. 7. 9.)* aux extremités de l'attouchement du milieu, lui ſont communes & aux deux autres attouchemens qui lui ſont contigus de part & d'autre; & conſequemment que chacune des deux racines égales que ces deux coupes lui exigent, tient auſſi lieu d'une racine à chacun de ces deux autres attouchemens : On voit que quatre des ſix racines égales qui paroiſſoient d'abord ici, s'y réduiſent à deux, & qu'ainſi les ſix s'y reduiſent aux quatre qu'on y vient de voir dans le précedent art. 10. Ce qui en fait encore une nouvelle démonſtration.

FIG. V. VI. XII. Si l'on veut preſentement que les branches ϕT, ϕV, de la courbe $T\phi V$ encore rebrouſſée en ſens contraires en ϕ, commencent à ſe développer ailleurs qu'à leurs extremités, par exemple, aux points *A*, *H*, d'arcs égaux $A\phi$, $H\phi$; les art. 2. 8. ſont voir que d'un tel développement des arcs *AT*, $A\phi$, $H\phi$, *HV*, de cette développée $T\phi V$, il en reſultera une autre courbe *BAECH* qui aura trois convexités oppoſées entre elles avec deux rebrouſſemens aux origines *A*, *H*, en ſens contraires, de part & d'autre de la convexité *AEH* du milieu, & à la fois toutes les proprietés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. 8. 9. 10. 11. En effet,

1°. L'art. 2. fait voir que du développement des deux arcs *AT*, *A*φ, de la branche φ*T*, commencé en *A* jusqu'en *T*, φ, il resultera une portion *BAE* de courbe, laquelle portion sera rebroussée en sens contraires en *A*, & terminée en *E* à la tangente φ*E* commune en φ aux deux branches φ*AT*, φ*HV*, de la développée *T*φ*V* rebroussée aussi en sens contraires en φ; & que d'un semblable développement des deux arcs *HV*, *H*φ, de l'autre branche φ*V* de la même développée, commencé en *H* jusqu'en *V*, φ, il resultera de même une autre portion *CHE* de cette autre courbe resultante d'un tel développement de celle-ci, laquelle portion sera aussi rebroussée en sens contraires en *H*, & terminée aussi en *E* à la même tangente φ*E* commune en φ aux deux branches développées φ*AT*, φ*HV*, de la courbe *T*φ*V* rebroussée aussi (*hyp.*) en sens contraires en ce point φ.

2°. L'art. 8. fait voir suivant l'égalité supposée des arcs *A*φ, *H*φ, que les resultans *AE*, *HE*, de leur développement commencé en *A*, *H*, jusqu'en φ, se réüniront en un *AEH* tout concave du côté de ce point φ; & qu'ainsi les portions courbes *BAE*, *CHE*, tracées comme dans le précedent nomb. 1. composeront ensemble une courbe *BAECH* de trois vexités opposées, & de deux rebroussemens en sens contraires alternativement posés entre elles.

3°. Les art. 2. 3. 4. 5. font voir que les deux portions *BAE*, *CHE*, de la courbe *BAEHC* auront toutes les proprietés marquées dans ces quatre articles; & les art. 8. 9. 10. 11. font pareillement voir que son arc *AEH* aura aussi toutes les proprietés marquées dans ces quatre autres articles. On verra assés dans ces huit articles que toutes ces proprietés conviennent ensemble à cette courbe *BAEHC* sans que je m'arrête ici à les détailler. Je passe donc au développement des courbes rebroussées en même sens.

§. III.

Du Développement des Courbes rebrouſſées en même ſens; commencé en celui de leurs points qu'on voudra.

FIG. VII. VIII. XIII. Soit la courbe $T\phi V$ rebrouſſée en même ſens en ϕ, c'eſt-à-dire, dont les branches ϕV, ϕT, ſoient concaves en même ſens, & chacune de ce ſeul côté. Soit premierement le développement de cette courbe ou de ſes branches commencé en ϕ. Le corol. 1. du Th. 2. fait voir que le développement de la branche ϕV, ainſi commencé en ϕ ou en E vers A, décrira l'arc $EDCA$ de la courbe $ACDEFGH$; & que celui de l'autre branche, ϕT, auſſi commencé en ϕ ou en E vers H, décrira de même l'autre arc $EFGH$ de cette autre courbe $ACDEFGH$ reſultante de ce double développement, ſoit qu'elle ſoit décrite (*gener.*) par le point ϕ commun aux deux branches développées ϕV, ϕT, comme dans la Fig. 7. ou qu'elle le ſoit (*Schol. du Th. 6.*) par l'extremité E d'une droite quelconque $E\phi$ qui les touche toutes deux en ϕ, comme dans la Fig. 8. ou même auſſi par l'extremité E d'une telle tangente dans la Fig. 7. laquelle tangente $E\phi$ ſoit infiniment petite dans cette Fig. 7. & finie dans la Fig. 8.

Le corol. 1. du Th. 2. faiſant voir que les arcs $EDCA$, $EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$ reſultante du double développement (commencé en ϕ) des deux branches de ſa développée $T\phi V$ rebrouſſée (*hyp.*) en même ſens en ce point ϕ, ſont entierement concaves chacune dans le même ſens que chacune de ces branches l'eſt; il eſt viſible que cette courbe $ACDEFGH$ ſera auſſi rebrouſſée en E en même ſens que celle-là l'eſt en ϕ.

Le corol. 4. du Th. 6. fait auſſi voir que le développement des deux branches ϕV, ϕT, de cette développée $T\phi V$, ayant (*hyp.*) commencé en ſon point de rebrouſſement ϕ; la courbure de chacune des branches $EDCA$, $EFGH$, de l'autre courbe $ACDEFGH$ reſultante de ce double

double développement, doit toûjours aller en diminuant depuis leur origine commune E jusqu'à leurs termes A, H: de sorte que la plus grande courbure de chacune sera en E, & la moindre à celui des points A, H, où elle se termine.

XIV. L'extremité E de la touchante $E\phi$ (finie dans dans la Fig. 8. & infiniment petite dans la Fig. 7.) commune en ϕ aux deux branches ϕV, ϕT, de la dévelopée $T\phi V$ rebroussée en même sens en ce point ϕ, ayant décrit *(art. 13.)* par leur développement commencé en ce même point ϕ, les branches $EDCA$, $EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$ aussi rebroussée en même sens en E; il est visible *(gener. & def.)* que cette droite $E\phi$ sera le rayon osculateur (fini dans la Fig. 8. & infiniment petit dans la Fig. 7.) en ce point E de cette courbe $ACDEFGH$ ou de ses branches, & ϕ le centre de leur cercle osculateur commun BEK en ce même point E, fini dans la Fig. 8. & infiniment petit dans la Fig. 7.

Soit presentement un autre cercle $\mu E\delta CG\epsilon$ décrit par ce point E, d'un centre N pris à volonté de l'autre côté de ϕ sur le rayon osculateur $E\phi$ prolongé vers L, entre ϕ & R, dont ce point R soit *(Th. 2. cor. 3. nomb. 2.)* de ce côté-là le terme des centres N (ainsi pris depuis ϕ jusqu'en R sur ϕL) des cercles qui décrits par E, rencontreroient encore ailleurs les branches $EDCA$, $EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$. Le Th. 5. part. 2. fait voir que puisque *(hyp.)* ce point E est l'origine de ces deux branches, & A, H, leurs termes, le cercle $\mu E\delta CG\epsilon$ touchera ces deux mêmes branches $EDCA$, $EFGH$, par dehors en ce même point commun E, sans les couper qu'en deux autres points C, G, où il entrera dedans pour n'en plus sortir, & sans les rencontrer ailleurs qu'en ces trois points E, C, G: de sorte qu'il aura toute sa partie $E\delta C$ au dehors de la branche $EDCA$, & toute sa partie $E\delta CG$ pareillement au dehors de l'autre branche $EFGH$, & tout l'excés de sa circonference entiere sur chacune de

ces parties dans chacune de ces branches de la courbe *ACDEFGH*; ce qui lui arrivera toûjours *(Th. 5. part. 2.)* en quelque point de *Rφ* (depuis *R* jusqu'en *φ*) que ce soit son centre *N*. Donc lorsque son centre *N* sera infiniment prés de *φ*, ce cercle *μEδCGε* ainsi confondu avec l'osculateur *BEK* (fini dans la Fig. 8. & infiniment petit dans la Fig. 7.) ayant alors son arc *EδCG* reduit à un infiniment petit par la confusion de ses deux points *C, G*, en un infiniment proche de *E*, touchera encore par dehors les branches *EDCA*, *EFGH*, de la courbe *ACDEFGH* en cette élement commun à lui & à elles, suivant lequel elles se touchent aussi mutuellement; aprés quoi ce cercle *μEδCGε* ainsi changé en l'osculateur *BEK* coupera encore aussi chacune de ces branches à l'extremité de cet élement commun du côté de leurs termes *A*, *H*, en entrant dedans de ce côté-là pour y rester tout entier, à la particule infiniment petite prés dont il les touchera par dehors en leur origine commune *E*: il coupera, dis-je, chacune de ces deux branches *EDCA*, *EFGH*, à l'extremité de cette particule, infiniment prés de *E* du côté de leurs termes *A*, *H*, sans les rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits qu'aucun autre cercle ni pourra jamais passer *(Th. 6. corol. 1.)* entre lui & elles. D'où l'on voit qu'outre le precedent attouchement exterieur à ces deux branches, fait avec elle par ce cercle osculateur *BEK* sur la particule infiniment petite en *E* ou elles se touchent aussi mutuellement, il en aura immediatement aprés avec elles un interieur commun du côté de leurs termes *A*, *H*. Donc ce cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* rebroussée *(art. 13.)* en même sens en ce point *E*, y aura avec elle deux attouchemens contigus équivalens à quatre, & communs chacun aux deux branches *EDCA*, *EFGH*, de cette courbe: un en dehors en *E*, & l'autre immediatement aprés, en dedans vers *A*, *H*; chacun de chaque côté d'une coupe commune équivalente aux deux *C*, *G*, confondues en celle-là, lors-

que le cercle $\mu ENCG$ l'est en l'osculateur *BEK* en *E*: l'attouchement exterieur de la branche *EFGH* avec ce cercle osculateur se fait (pour ainsi dire) par la mediation de l'élement en *E* de l'autre branche *EDCA*, & l'interieur de celle-ci se fait par la mediation de l'élement suivant de la premiere du côté de *A*, *H*.

XV. Si l'on veut presentement que les branches $A\phi$, $H\phi$, de la courbe $A\phi H$, rebroussée encore en même sens en ϕ, soient de longueurs égales, & qu'elles commencent à se développer par leurs extremités *A*, *H*, desquelles elles décrivent ainsi ensemble la courbe *ACDEFGH*: sçavoir la branche $A\phi$, l'arc *ACDE*, en se développant de *A* vers *E* jusqu'à sa tangente $E\phi$ en ϕ; & l'autre branche $H\phi$, l'arc *HGFE*, en se développant pareillement de *H* vers *E* jusqu'au même point *E* de la même $E\phi$, tangente aussi de cette autre branche en ϕ: on trouvera encore ici dans la Fig. 9. comme dans les Fig. 7. 8. art. 13. FIG. IX.

1°. Que la courbe *ACDEFGH* sera ici, comme là, rebroussée en même sens en *E*, ainsi que sa développée $A\phi H$ l'est (*hyp.*) en ϕ, & en même sens qu'elle.

2°. Qu'au contraire de ce qu'on a vû dans l'art. 13. La courbure de chacune des branches *ACDE*, *HGFE*, de cette courbe *ACDEFGH* ira toûjours en diminuant depuis chacune de leurs origines *A*, *H*, jusqu'à leur terme commun *E*, auquel cette courbe se rebrousse en ces deux branches concaves en même sens: de sorte que la moindre courbure de chacune d'elles sera en *E*, & la plus grande à celle des origines *A*, *H*. où elle commence.

XVI. L'extremité *E* de la touchante $E\phi$ commune en ϕ aux deux branches $A\phi$, $H\phi$, de la développée $A\phi H$ rebroussée en même sens en ϕ, ayant décrit (*art.* 15.) par leur développement commencé en *A*, *H*, les branches *ACDE*, *HGFE*, de la courbe *ACDEFGH* pareillement rebroussée en même sens en *E*; il est visible (*gener. & def.*) que cette droite $E\phi$ est le rayon osculateur en ce point *E* de cette courbe *ACDEFGH* ou de ses

branches, & φ le centre de leur cercle osculateur commun *BEK* en ce même point *E*.

Soit presentement un autre cercle *μEΔCGε* décrit par ce point *E*, d'un centre *M* pris à volonté sur le rayon osculateur *Eφ* entre φ & *P*, dont ce point *P* soit (*Th.* 2. *corol.* 3. *nomb.* 1.) le terme des centres *M* (ainsi pris depuis *P* jusqu'en φ sur *Pφ*.) des cercles qui décrits par *E*, rencontreroient encore ailleurs les branches *ACDE*, *HGFE*, de la courbe *ACDEFGH*. Le Th. 5. part. 1. fait voir que puisque (*hyp.*) *A*, *H*, sont les origines de ces deux branches, & *E* leur terme commun; le cercle *μEΔCGε* touchera ces deux mêmes branches *ACDE*, *HGFE*, par dedans en ce même point *E* sans les rencontrer ailleurs qu'en *C*, *G*, où il les coupera en sortant d'elles pour n'y plus rentrer: de sorte qu'il aura toute sa partie *EΔC* dans la branche *ACDE*, & toute sa partie *EΔCG* dans l'autre branche *HGFE*, & tout l'excés de sa circonference entiere sur chacune de ces parties, au dehors de chacune de ces branches de la courbe *ACDEFGH*; ce qui lui arrivera toûjours (*Th.* 5. *part.* 1.) en quelque point de *Pφ* (depuis *P* jusqu'en φ) que soit son centre *M*. Donc lorsque son centre *M* sera infiniment prés de φ, ce cercle *μEΔCGε* ainsi confondu avec l'osculateur *BEK*, ayant alors son arc *EΔCG* réduit à un infiniment petit, par la confusion de ses deux points *C*, *G*, en un infiniment proche de *E*, touchera encore par dedans les branches *ACDE*, *HGFE*, de la courbe *ACDEFGH* en cet élement commun à lui & à elles, suivant lequel elles se touchent aussi mutuellement; immediatement aprés quoi ce cercle *μEΔCGε* ainsi changé en l'osculateur *BEK*, coupera encore aussi chacune de ces branches à l'extremité de cet élement commun, du côté de leurs origines *A*, *H*, en sortant hors d'elles de ce côté-là pour n'y plus rentrer, & pour rester hors d'elles tout entier à la particule infiniment petite prés dont il les touchera par dedans en leur terme commun *E*; il coupera, dis-je, chacune de ces

deux branches *ACDE*, *HGFE*, à l'extremité de cette particule, infiniment prés de *E*, du côté de leurs origines *A*, *H*, sans les rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits qu'aucun autre cercle n'y pourra jamais passer, (*Th. 6. cor. 1.*) entre lui & elles. D'où l'on voit qu'outre le precedent attouchement interieur à ces deux branches *ACDE*, *HGFE*, fait avec elles par ce cercle osculateur *BEK*, il en aura encore immediatement aprés avec elles un exterieur commun du côté de leurs origines *A*, *H*. Donc ce cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* rebroussée (*art. 15. nomb. 1.*) en même sens en ce point *E*, y aura avec elle deux attouchements contigus équivalents à quatre, & communs chacun aux deux branches *ACDE*, *HGFE*, de cette courbe; un de chaque côté d'une coupe commune équivalente aux deux *C*, *G*, confondues en celle-là, lorsque le cercle $\mu E\lambda CG$ l'est en l'osculateur *BEK* en *E*: l'attouchement interieur de la branche *HGFE* avec ce cercle osculateur, se fera par la médiation de l'élement en *E* de l'autre branche *ACDE*, & l'exterieur de celle-ci par la mediation de l'élement suivant de la premiere vers *A*, *H*.

XVII. Pour trouver presentement combien le cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* rebroussée en ce point *E*, dans les art. 13. 14. 15. 16. Fig. 7. 8. 9. exige de racines égales en ce point *E* terme commun des branches *ACDE*, *HGFE*, de cette courbe, pour la determination totale de son rayon $E\varphi$; voyons ce que la determination de la position de ce rayon osculateur en ce même point *E* en exige, & ensuite ce que la determination de la longueur de ce même rayon $E\varphi$ en exige aussi. Pour cela; FIG. VII. VIII. IX.

1°. Imaginons la perpendiculaire *BL* ou $E\varphi$ à determiner sur une courbe rebroussée quelconque *ADEFH* en son point de rebroussement *E*; & hors cette perpendiculaire un point *O* du côté de *A*, *H*, sur le plan de cette courbe; duquel point *O* (comme centre) soit décrit par *E*, le cercle $\beta E\lambda D\pi$ qui rencontre de plus en *D*, *F*, les FIG. X. XI. XII.

branches *EDA*, *EFH*, de cette courbe *ADEFH*. Imaginons ensuite qu'une des sections ou points *D*, *F*, par exemple, le point *D* auquel la branche *EDA* est coupée par le cercle *βEλDπ*, avance le long de cette branche jusqu'en *E*. On verra non-seulement le point *F*, auquel l'autre branche *EFH* est coupée par ce cercle, avancer aussi pour lors jusqu'en ce point *E*: mais encore, comme dans le corol. 3. du Th. 5. le centre *O* de ce même cercle avancer jusqu'en *ω* sur la perpendiculaire *EL* ou *Eφ* le long, par exemple, de l'arc *Oω* d'un pareil cercle décrit du centre *E* par *O*. Donc la determination de ce point *ω* de cette perpendiculaire *EL* ou *Eφ*, & consequemment aussi celle de cette perpendiculaire elle-même, dont l'on n'auroit d'abord que le point donné *E*, dépendant ainsi de la confusion sur elle des trois rayons *DO*, *FO*, *EO*, en un *Eω* du cercle *βEλDπ* devenu de cette maniere touchant en ce point *E* des branches *EDA*, *EFH*, de coupant qu'il en étoit; doit lui exiger trois racines égales en ce même point *E*, au lieu de deux seulement qu'il lui faudroit (*Th. 5. corol. 4.*) pour determiner la position d'une telle perpendiculaire en tout autre point de ces branches, ou à un point quelconque d'une seule concavité en ce point.

On verra ci-aprés dans les art. 27. 31. qu'au point de contour ou d'inflexion d'une courbe contournée quelconque chaque cercle determinateur, de la perpendiculaire en ce point, n'y exigeroit non plus en cette qualité que deux racines égales.

FIG. VII. VIII. IX. X. XI. 29. La position de la perpendiculaire *EL*, ou du rayon osculateur *Eφ* au point *E* de rebroussement en même sens de la courbe *ADEFH* étant ainsi trouvée (*nomb. 1.*) par le moyen de trois racines égales dans les Fig. 10. 11. Il s'agit présentement de trouver combien la détermination de la longueur de ce rayon osculateur *Eφ* en exige aussi d'égales; & enfin combien il en exige d'égales en tout pour sa détermination totale. Pour cela, aprés avoir conçû que tout ce qu'on voit marqué de lettres sembla-

bles dans les Fig. 7. 8. 9. 10. 11. est le même dans celles qui les ont; imaginons que le point ω passe en *N* dans les Fig. 7. 8. 10. & en *M* dans les Fig. 9. 11. On verra le cercle $\beta E\lambda D\pi$ des Fig. 10. 11. de touchant que le passage de son centre *O* en ω l'avoit rendu (*nomb.* 1.) au point *E* de la courbe *ADEFH*, redevenir (*Th.* 5.) coupant en *C*, *G*, de la même courbe, tel que $\mu E\lambda CG\epsilon$ dans les Fig. 7. 8. 9. avec deux nouveaux rayons *NC*, *NG*, dans les Fig. 7. 8. & *MC*, *MG*; dans la Fig. 9. ajoutés par ces coupes à $E\omega$ ici devenu *EN* dans les Fig. 7. 8. & *EM* dans la Fig. 9. équivalent (*nomb.* 1.) dans chacune de ces trois Fig. 7. 8. 9. à trois rayons égaux: de sorte que le passage de *N*, *M*, en ϕ terme (*gener. & def.*) du rayon osculateur $E\phi$, (lequel passage rend ce triple rayon *EN* dans les Fig. 7. 8. & *EM* dans la Fig. 9. égal à cet osculateur $E\phi$) confondant encore (*art.* 14. 16.) ces deux autres rayons *NC*, *NG*, dans les Fig. 7. 8. & *MC*, *MG*, dans la Fig. 9. avec celui-là, en changeant ainsi ce cercle $\mu E\lambda CG\epsilon$ en l'osculateur *BEK*; le rayon $E\phi$ de ce cercle osculateur, équivaudra à cinq rayons confondus ici en un, desquels trois qui étoient *DO*, *FO*, *EO*, dans les Fig. 10. 11. confondus en un $E\omega$ devenu ici égal à $E\phi$, determinent (*nomb.* 1.) la position de ce rayon osculateur $E\phi$; & ce triple rayon avec les deux autres *CN*, *GN*, des Fig. 7. 8. & *CM*, *GM*, de la Fig. 9. pareillement ici confondus en $E\phi$ par le passage de *N*, *M*, en ϕ, determine la longueur de ce rayon osculateur $E\phi$. D'où l'on voit que la détermination totale de ce rayon, en exigeant trois confondus en un dans le nomb. 1. pour la détermination de sa position, & trois ici pour celle de sa longueur, desquels rayons (pris ainsi trois à trois) celui qui a toûjours passé par *E*, sert aux deux usages; cette détermination totale du rayon osculateur $E\phi$, n'en exige ni plus ni moins que cinq confondus ensemble. Donc la déterminotion totale de ce rayon osculateur $E\phi$ au point *E* de rebroussement en même

sens de la courbe *ACDEFGH* des Fig. 7. 8. 9. n'exige pareillement ni plus ni moins que cinq racines égales dans le cercle osculateur *BEK*.

FIGURE XIII. XVIII. Si l'on veut presentement que les branches *φT*, *φV*, de la courbe *TφV* rebroussée encore en même sens en φ où elle soit touchée par *φL*, commencent à se développer par ailleurs qu'à leurs extrémités, par exemple aux points *A*, *H*, de part & d'autre, ayant *Aφ*=*Hφ*; il en resultera une autre courbe, *BAEHC*, qui aura quatre convexités ou concavités differentes, tournées en même sens deux à deux, & aussi deux à deux en sens contraires; avec trois rebroussemens en *A*, *E*, *H*, dont les deux extrêmes en *A*, *H*, seront chacun en sens contraires, & celui du milieu *H* en même sens. Ainsi cette nouvelle courbe *BAEHC* aura à la fois toutes les proprietés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. 15. 16. 17. En effet;

1°. L'art. 2. fait voir que du développement des deux arcs *AT*, *Aφ*, de la branche *φT*, commencé en *A* jusqu'en *T*, *φ*, il resultera une portion *BAE* de courbe, laquelle portion sera rebroussée en sens contraire en *A*, & terminée en *E* à la tangente *φL* commune en φ aux deux branches *φAT*, *φHV*, de la développée *TφV* rebroussée (*hyp.*) en même sens en ce point φ; & d'un semblable développement des deux arcs *Hφ*, *HV*, de l'autre branche *φV* de la même développée, commencé en *H* jusqu'en φ, *V*, il resultera de même une autre portion *EHC* de cette autre courbe resultante d'un tel développement de celle-ci, laquelle portion sera aussi rebroussée en sens contraires en *H*, & terminée aussi à la même tangente *φE* commune en φ aux deux branches développées *φAT*, *φHV*, de la courbe *TφV* rebroussée (*hyp.*) en même sens en ce point φ.

2°. L'art. 15. fait voir suivant l'égalité supposée des arcs *Aφ*, *Hφ*, que les resultans *AE*, *HE*, de leur développement, commencé en *A*, *H*, jusqu'en φ, formeront la portion *AEH* de courbe rebroussée en même sens en *E*;

&

& qu'ainsi les portions *BAE*, *CHE*, tracées dans le nomb. 1. composeront ensemble une courbe *BAEHC* de quatre convexités ou concavités tournées en même sens deux à deux, & aussi deux à deux en sens contraires, avec trois rebroussemens en *A*, *E*, *H*, dont les deux extremes en *A*, *H*, seront chacun en sens contraires, & celui du milieu en *E* en même sens; lesquels trois rebroussemens differents sont alternativement posés entre les quatre convexités ou concavités differentes.

3°. Les art. 2. 3. 4. 5. font voir que les deux portions *BAE*, *CHE*, de la courbe *BAEHC* auront toutes les proprietés marquées dans ces quatre articles; & les art. 15. 16. 17. font pareillement voir que sa portion *AEH* aura aussi toutes les proprietés marquées dans ces trois autres articles. On verra assés dans ces sept articles que toutes ces proprietés conviennent à la courbe triplement rebroussée *BAEHC* dont il s'agit ici, sans qu'il soit besoin que je m'arrête à les y détailler. Je passe donc au développement des courbes contournées ou de concavités contraires de part & d'autre d'un point d'inflexion.

§. IV.

Du Développement des Courbes contournées, commencé en celui de leurs points qu'on voudra.

[illegible]XIX. Soit la courbe contournée *AMφNT*, dont φ fo[illegible]e point de contour ou d'inflexion, & laquelle commence à se développer en *A* jusqu'en *T*. Il est visible (*gener.*) que sa partie toute concave *AMφ*, en se développant de *A* vers *E* jusqu'en φ*E* tangente commune de cet arc & de l'autre φ*NT* au point d'inflexion φ de la courbe *AMφNT* qu'ils composent ensemble, décrira de son extremité *A* l'arc *ADE*; aprés quoy cette courbe continuant à se développer depuis son point φ d'inflexion jusqu'en *T*, son autre partie convexe φ*NT* obligeant son extremité *A* arrivée en *E* sur φ*E*, de re- FIGURE XIV.

tourner en arriere de E vers H jusqu'à sa tangente HT, lui fait décrire de cette extremité A l'arc EFH, depuis E jusqu'à cette tangente HT en son autre extremité T. D'où il suit ;

1°. Que cette courbe $AM\varphi NT$ contournée en φ, se développant ainsi de A jusqu'en T, décrira de son extremité A une autre courbe $ADEFH$, laquelle sera rebroussée en E ; puisque l'une & l'autre de ses deux branches EDA, EFH, est (*Th. 5. corol. 2.*) perpendiculaire en E à la droite $E\varphi$ tangente commune (*hyp.*) en φ des deux arcs $AM\varphi$, φNT, du développement desquels (commencé en A) ces deux branches resultent ; & que consequemment ces deux mêmes branches EDA, EFH, de la courbe $ADEFH$ se touchent en E.

2°. Que ces deux branches EDA, EFH, sont concaves du côté de la développée $AM\varphi NT$, & consequemment en même sens ; puisque (*Th. 2. cor. 1.*) elles le sont du côté des arcs $AM\varphi$, φNT, du développement desquels elles resultent ; & consequemment aussi la courbe $ADEFH$ est non-seulement (*nomb. 1.*) rebroussée en E, mais encore rebroussée en même sens.

3°. Que les courbures des branches ADE, EFH, de cette courbe $ADEFH$ vont toûjours (*Th. 6. cor. 4.*) en diminuant depuis leurs origines A, E, jusqu'à leurs termes E, H, c'est-à-dire, depuis A jusqu'en E pour la branche ADE, & depuis E jusqu'en H pour l'autre branche EFH : de sorte que la plus grande courbure de la premiere ADE de ces deux branches sera en son origine A, la moindre en son terme E ; & la plus grande courbure de la seconde branche EFH en son origine E, la moindre en son terme H.

4°. Que la branche ADE doit être toute entiere dans l'autre branche EFH. Car si de quelque point arbitraire D de la premiere ADE de ces deux branches, on imagine la droite $D\varphi$ avec une tangente DN de l'arc φNT du développement duquel resulte l'autre branche

EFH, laquelle soit rencontrée en quelque point F par cette tangente ND prolongée de ce côté-là : l'on aura (*Th.* 1.) $D\varphi < E\varphi$, & consequemment $D\varphi + \varphi N < E\varphi + \varphi N$ (*Lem.*) $= AM\varphi N$ (*Lem.*) $= FN$. Cependant $DN < D\varphi + \varphi N$. Donc à plus forte raison $DN < FN$; & par consequent le point D de la branche EDA est au dedans de l'autre branche EFH; & ainsi de tous les autres points de la premiere EDA de ces deux branches depuis A jusqu'au point E qui (*nomb.* 1.) leur est commun. Donc cette branche EDA de la courbe $ADEFH$ doit être toute entiere dans l'autre branche EFH de cette même courbe resultante du développement commencé en A jusqu'au point T de la courbe $AM\varphi NT$ contournée en φ.

XX. Presentement si par deux points quelconques D, F, des branches EDA, EFH, de la courbe $ADEFH$ rebroussée (*art.* 19. *nomb.* 1. 2.) en même sens au point E, on imagine deux cercles IDC, LFG, lesquels ayent pour rayons les droites DM, FN, qui touchent en M, N, les arcs $AM\varphi$, φNT, de la développée $AM\varphi NT$ contournée (*hyp.*) en φ, & pour centres ces points M, N, d'attouchement ; ces deux cercles (*gener. & def.*) osculateurs des deux branches ADE, EFH, de la courbe $ADEFH$ en D, F, couperont (*Th.* 6.) comme l'on voit ici, chacun chacune de ces branches en chacun de ces points, non-seulement sans la rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th.* 6. *cor.* 1.) par ces angles entre chacun de ces deux cercles-là & la branche qu'il aura ainsi coupée; mais encore (à cause des origines opposées A, E, de ces branches ADE, EFH,) en sortant vers C, L, de leur angle curviligne DEF, & en demeurant dans cet angle du côté de I, G. De sorte que (*Th.* 6. *cor.* 2. 3.) ces deux cercles IDC, LFG, auront en D, F, chacun deux attouchemens à la fois avec chacune des deux branches ADE, EFH, chacun avec celle qu'il y coupe : Sçavoir, le cercle IDC, un attouchement en dedans vers C,

& un en dehors vers I, de part & d'autre du point D; avec la branche ADE qu'il y coupe; & l'autre cercle LFG, un attouchement en dedans vers G, & un en dehors vers L, de part & d'autre du point F, avec l'autre branche EFH qu'il y coupe aussi.

Donc tout cela continuant ainsi (*Th. 6. corol. 2. 3.*) tant que ces deux cercles IDC, LFG, seront osculateurs de ces deux branches ADE, EFH, de la courbe $ADEFH$: Si l'on conçoit que leurs deux points D, F, d'osculation s'approchent infiniment prés de celui de rebroussement E de cette courbe, & consequemment aussi leurs rayons osculateurs DM, FN, infiniment prés de la droite $E\varphi$ tangente (*hyp.*) de la dévèloppée $AM\varphi NT$ en son point d'inflexion φ qui répond (*art. 19.*) à ce point E de rebroussement de l'autre courbe $ADEFH$ resultante (*art. 19.*) du développement de celle-là commencé en A jusqu'en T; ces deux cercles osculateurs IDC, LFG, qui alors de centres M, N, infiniment voisins de φ, & par des points D, F, infiniment voisins de E, s'y doivent unir en un, y doivent encore couper & toucher de deux attouchemens chacun, chacune des branches ADE, EFH, dont il est osculateur, comme ils faisoient en D, F, avant cette union: c'est-à-dire, couper ici ces branches du côté de A, H, à l'extremité de leur élement commun en E qu'ils doivent ainsi toucher ensemble de part & d'autre comme en l'embrassant ou en le pinçant (pour ainsi dire) entr'eux, aprés avoir touché de l'autre côté chacun par dans l'angle curviligne DEF que ces deux branches font entr'elles, l'élement immediatement précedent de chacune où elles commencent à se separer l'une de l'autre pour former cet angle. De sorte que le cercle osculateur BEK décrit du centre φ par E, auquel ces deux IDC, LFG, se réduisent enfin là par leur union, s'y trouve comme d'une double circonference qui resultante du concours de celles de ces deux autres cercles unis en lui, le rend capable de ces quatre attouchemens à la fois avec

les deux branches *ADE*, *EFH*, c'est-à-dire, de deux (un interieur & l'autre exterieur) avec chacune, de part & d'autre d'une coupe commune de lui avec elles; faite du côté de *A*, *H*, à l'extremité de leur élement commun en *E*, & sans (*Th. 6. cor. 1.*) qu'aucun autre cercle puisse passer de même par cet angle entre ces deux branches; soit qu'il les rencontre ou non ailleurs qu'en *E*.

XXI. Il est ici à remarquer que quoique les courbes *ADEFH* des Fig. 7. 8. 9. 14. rebroussées (*art. 13. 15. 19.*) chacune en même sens en *E*, paroissent l'être de la même maniere, leur cercle osculateur *BEK* en ce point *E* de rebroussement en même sens, ne les y touche (*art. 14. 16. 20.*) pourtant pas de même; & qu'il passe (*art. 14. 16.*) tout d'un côté des branches *EDA*, *EFH* de celle des Fig. 7. 8. 9. sans qu'il en puisse (*Th. 6. corol. 1.*) passer absolument aucun entr'elles par leur angle *DEF*, au lieu que le cercle *BEK* osculateur au point *E* de rebroussement en même sens aussi de la courbe *ADEFH* de la Fig. 14. passe (*art. 20.*) entre les branches *ADE*, *EFH*, de cette courbe par l'angle *DEF* qu'elles font entr'elles. Ce qui fait voir que quoique dans chacune de ces courbes *ADEFH* rebroussées en même sens chacune en *E*, leurs branches *ADE*, *EFH*, s'y touchent dans toutes les Fig. 7. 8. 9. 14. L'angle *DEF* de contingence que ces branches font entr'elles, est plus grand dans la Fig. 14. que dans les trois autres Fig. 7. 8. 9. La raison en est que ces branches ayant (*hyp.*) toutes deux en *E* leurs origines dans les Fig. 7. 8. & leur terme dans la Fig. 9. leurs plus grandes courbures sont (*art. 13. 15.*) en ce point *E* dans les Fig. 7. 8. & leur moindre en *E* dans la Fig. 9. au lieu que dans la Fig. 14. n'y ayant (*hyp.*) qu'une (*EFH*) de ces branches qui ait son origine en *E*, & l'autre (*ADE*) y ayant son terme, la plus grande courbure de la premiere *EFH* de ces branches y est (*art. 19.*) accompagnée de la moindre courbure de la seconde *ADE*; ce qui fait que ces deux bran-

FIG. VII. VIII. IX. XIV.

ches concaves (*art. 13. 15. 19.*) en même sens, s'écartent moins l'une de l'autre au sortir de ce point *E* dans les Fig. 7. 8. 9. que dans la Fig. 14. & ce qui rend ainsi leur angle de contingence plus grand ici que là.

FIGURE XIV. XV. XXII. Quant aux racines égales qu'exige dans les Fig. 14. 15. des art. 19. 20. le cercle *BEK* osculateur au point *E* de rebroussement de la courbe *ADEFH*, la même dans les deux, pour la détermination totale de son rayon *E*φ, c'est-à-dire, pour la détermination de la position & de la longueur de ce rayon osculateur *E*φ en ce point de rebroussement *E*.

FIG. X. XI. XV. 18. Le nomb. 1. de l'art. 17. fait voir dans les Fig. 10. 11. que la position de ce rayon osculateur *E*φ perpendiculaire (*Th. 5. corol. 2.*) à la fois à l'une & à l'autre des branches *ADE*, *EFH*, de la courbe *ADEFH* de la Fig. 15. en son point de rebroussement *E*, y exige trois racines égales dans le cercle déterminant, tel qu'est ici

FIG. XV. βEλFDπ décrit par *E* d'un centre *O* pris tel dans le triangle mixtiligne *A*φ*E* que ce cercle rencontre de plus en quelqu'autre point *D* la branche *ADE* de cette courbe *ADEFH* : puisque ce cercle βEλFDπ coupant en *E* l'osculateur *BEK* avec l'autre branche *EFH* que cet osculateur y touche (*art. 20.*) aussi-bien que celle-là, ce nouveau cercle βEλFDπ coupera de plus cet autre branche *EFH* en quelqu'autre point *F* entre *E* & *D*; & consequemment il coupera ainsi la courbe *ADEFH* en trois points *D*, *E*, *F*, qui unis en *E*, feront passer (*art. 17. nomb. 1.*) son centre *O* en ω sur *E*φ perpendiculaire (*Th. 5. corol. 2.*) à l'une & à l'autre des branches *ADE*, *EFH*, de cette courbe *ADEFH*, & qui déterminant ainsi ce point ω par le concours de ses trois rayons *DO*, *FO*, *EO*, en un *E*ω sur cette perpendiculaire *E*φ au point *E* de rebroussement de cette courbe *ADEFH*, détermine aussi la position de cette même perpendiculaire ou rayon osculateur *E*φ par le moyen de trois racines égales (*art. 17. nomb. 1.*) en ce point de rebroussement en même sens de cette même courbe *ADEFH*.

Il est vrai qu'aucun autre cercle $\mu E \epsilon F \nu$ décrit par E du centre δ pris hors l'angle mixte $A\phi E$, lequel coupât encore en quelqu'autre point F, la branche EFH de la courbe $ADEFH$, ne couperoit pas de même ailleurs, par exemple en D, son autre branche ADE: puisque (*Th. 1. corol. 8.*) la droite δD seroit moindre que δE; & que par conséquent le passage de F en E, qui faisant ainsi passer (*Th. 5. corol. 3.*) sur $E\phi$ prolongée vers L le centre δ de ce cercle $\mu E \epsilon F \nu$, détermineroit la position de cette perpendiculaire $E\phi$ au point E de la branche EFH par le moyen (*Th. 5. corol. 4.*) de deux racines égales. Mais ne le faisant que comme il le feroit en F par le passage de E en F, sans aucun rapport à la branche ADE, ne détermine point cette perpendiculaire $E\phi$ comme devant l'être aussi à cette autre branche ADE, ni conséquemment comme devant l'être au concours de ces deux branches ou au point de rebroussement de la courbe $ADEFH$ qu'elles composent. Au contraire, la détermination de la position qui se fait de cette perpendiculaire par le concours précedent des trois rayons DO, FO, EO du cercle $\beta E \lambda F D \pi$ en un, ne pouvant se faire qu'en ce point E de rebroussement de la courbe $ADEFH$, la position de la perpendiculaire que ce concours y détermine (*art. 17. nomb. 1.*) par le passage en ω qui en resulte du centre O de ce cercle sur cette perpendiculaire, la détermine comme devant l'être en ce point E de rebroussement, & conséquemment (*Th. 5. corol. 2.*) comme devant être $E\phi$ ou EL, & non aucune autre. Donc cette détermination de la position de cette perpendiculaire ou rayon osculateur $E\phi$ propre à ce point de rebroussement E de la courbe $ADEFH$, y exige l'union & le concours de ces trois rayons DO, FO, EO, en un; & conséquemment trois racines égales en ce point E dans leur cercle $\beta E \lambda F D \pi$, ainsi qu'on le vient de voir conformément au nomb. 1. de l'art. 17.

2°. Le passage du centre O du cercle $\beta E \lambda F D \pi$ en ω FIGURE XVI.

sur *Eφ*, ayant rendu ce cercle en *aEb* touchant en *E* de la courbe *ADEFH* & de son cercle osculateur *BEK*, de coupant qu'il en étoit : si l'on imagine le centre *ω* de ce cercle *βEλFDπ* ainsi devenu *aEb*, en mouvement de *E* vers *φ* sur *Eφ* sans que ce cercle cesse de passer par *E*, & le point *P* déterminé sur *Eφ* comme dans le nomb. 1. du corol. 3. du Th. 2. Ce même nomb. 1. fera voir ce même cercle redevenir coupant *EδλDd* en quelque point *D* de la branche *ADE* (sans la rencontrer ailleurs qu'en *D*, *E*.) lorsque son centre *ω* sera en *M* sur *Pφ* depuis *P* jusqu'en *φ*, & que ses deux rayons *DM*, *EM*, s'uniront ensemble en *Eφ* par l'arrivée de son centre *M* en *φ* : ce qui déterminera la longueur de ce rayon osculateur *Eφ* par le moyen de deux racines égales, & non de davantage ; puisqu'en quelque point de *Eφ* que se trouve le centre *ω* ou *M* de ce cercle, ce même cercle ne sçauroit rencontrer la branche *ADE* (*Th. 2. corol. 3. nomb. 1. & Th. 15.*) tout au plus qu'en deux points, & jamais qu'en *E* l'autre branche *EFH* qui étant (*art. 20.*) toute au dehors du cercle osculateur *BEK*, doit être aussi tout au dehors de tout autre cercle décrit par *E* d'un centre pris depuis *E* jusqu'en *φ* sur le rayon *Eφ* de cet osculateur *BEK*.

3°. Puisque la détermination de la position du rayon osculateur *Eφ* perpendiculaire (*Th. 5. cor. 2.*) au point de rebroussement *E* de la courbe *ADEFH* rebroussée en même sens, exige (*nomb. 1.*) trois racines égales dans le cercle déterminant *βEλFDπ* changé de coupant en touchant *aEb* par le passage de son centre *O* en *ω*, & que la détermination de la longueur de ce rayon *Eφ* en exige encore (*nomb. 2.*) deux égales à celles-là dans le même cercle changé en l'osculateur *BEK* par le passage de son centre *ω* en *φ* ; il semble d'abord que la détermination totale de ce rayon osculateur *Eφ* exige ici cinq racines égales comme dans l'art. 17. nomb. 2. Mais dés qu'on fait réflexion que le même rayon *EO* a aidé à déterminer (*nomb. 1.*) la position de cet osculateur *Eφ* en passant

en

en $E\omega$, & à déterminer *(nomb. 2.)* la longueur de ce même rayon osculateur en devenant $E\phi$; On voit que pour ces deux usages, ce rayon *EO* ainsi changé en $E\omega$, & ensuite en $E\phi$, n'a exigé qu'une même racine qui comptée deux fois *(nomb. 1. 2.)* pour expliquer ces deux usages, en fait paroître ici d'abord cinq au lieu de quatre ausquelles se réduisent ainsi ces cinq-là. Donc la détermination totale du rayon osculateur $E\phi$ de la courbe *ADEFH* en son point *E* de rebroussement en même sens, n'exige ici que quatre racines égales, au lieu de cinq qu'elle exigeoit en ce point dans l'art. 17. nomb. 2. pour la courbe *ACDEFGH* des Fig. 7. 8. 9. qui y paroist semblablement rebroussée.

On trouvera de même par le moyen de l'art. 17. nomb. 1. Fig. 12. que la RϕS *rebroussée en sens contraires en* ϕ *dans la Fig. 1. n'y exige que quatre racines égales infiniment petites pour la détermination totale de chacun de ses rayons osculateurs opposés en ligne droite* (art. 2. nomb. 2.) *&* *infiniment petits de part & d'autre en ce point* ϕ *; quoique les trois racines égales requises* (art. 17. nomb. 1.) *pour la détermination de la position de chacun de ces deux rayons osculateurs infiniment petits, puissent être finies quelconques.* FIG. I. XII.

XXIII. Voila dans cet art. 22. comment un cercle décrit par *E* d'un centre *O* pris dans le triangle mixte $A\phi E$ détermine totalement le rayon osculateur $E\phi$ par le passage de ce centre *O* en ω, & ensuite en ϕ. Quant aux cercles décrits par le même point *E*, de centres pris au dehors de ce triangle, comme en δ dans la Fig. 15. Ce même art. 22. nomb. 1. fait voir qu'aucun d'eux ne sçauroit servir à la détermination de la position perpendiculaire en *E* du rayon osculateur $E\phi$ par rapport aux deux branches à la fois *ADE, EFH*, de la courbe *ADEFH*, & qu'il ne détermineroit cette position que par rapport à la seconde *EFH* de ces deux branches, & en son point *E* que comme par tout ailleurs, sans marquer que ce point *E* soit un point de rebroussement; ni consequem- FIG. XV. XVI.

ment que cette droite $E\varphi$ qu'il détermineroit perpendiculaire à cette branche EFH, par le passage de son centre δ sur cette même $E\varphi$ prolongée vers L, doive aussi l'être à l'autre branche ADE.

FIGURE XVI. Il est vrai qu'en supposant cette droite $E\varphi$ perpendiculaire à l'une & à l'autre de ces deux branches ADE, EFH, en leur point commun E de rebroussement de la courbe $ADEFH$ qu'elles composent ; un cercle $E\mu Gg$ qui décrit par E, auroit son centre N au dehors de l'angle mixte $A\varphi E$ depuis φ jusqu'au point R déterminé dans le nomb. 2. du corol 3. du Th. 2. sur ce rayon osculateur $E\varphi$ prolongé du côté de L, rencontreroit *(Th. 5. part. 2.)* la branche EFH en deux points E, G, & non en davantage, sans rencontrer ailleurs qu'en E l'autre branche ADE qui est toute *(art. 20.)* au dedans du cercle osculateur BEK, lequel seroit aussi tout entier au dedans de celui-là ; & qu'ainsi l'arrivé de ce centre N en φ, faisant passer les deux rayons GN, EN, de cet autre cercle $E\mu Gg$ en $E\varphi$, détermineroit encore de cette maniere la longueur de ce rayon osculateur $E\varphi$ par le moyen de deux racines égales. Mais ce cercle ne pouvant *(art. 22. nomb. 1.)* en déterminer la position en quelque endroit qu'on en imagine le centre au dehors de l'angle mixte $A\varphi E$; il ne peut aussi déterminer totalement ce rayon osculateur $E\varphi$ comme vient de faire *(art. 22.)* le décrit par E d'un centre O pris dans cet angle.

FIGURE XVII. XXIV. Si l'on veut que les deux arcs AM, $M\varphi T$, de la courbe $AM\varphi T$ contournée en φ, commencent à se développer en M : sçavoir son arc MA de M vers D jusqu'en A ; son arc $M\varphi T$ de M vers E jusqu'en son point φ d'inflexion ou de contour, & ensuite de E vers H depuis φ jusqu'en T.

1°. L'arc $AM\varphi$ de cette courbe étant *(hyp.)* concave d'un seul côté depuis A jusqu'au point d'inflexion φ de cette même courbe ; l'art. 2. nomb. 1. fait voir que les deux parties MA, $M\varphi$, de cet arc $AM\varphi$, en com-

mençant chacune en *M* à se développer jusqu'en *A*, ϕ, décriront ensemble par ce double développement la courbe *DME* rebroussée en en sens contraires en *M*, dont les branches *MD*, *ME*, de convexités opposées, seront terminées aux lignes droites *DA*, *E*ϕ, touchantes en *A*, ϕ, des arcs *MA*, *M*ϕ, du développement desquels elles resultent.

2°. L'arc *M*ϕ*T* de la même courbe *AM*ϕ*T* contournée en ϕ, l'étant aussi en ce même point ϕ, l'art. 19. fait voir que cet arc *M*ϕ*T* dans son développement commence en *M* jusqu'en *T*, aprés avoir décrit de son point *M* l'arc *ME* par le développement de sa partie *M*ϕ jusqu'à sa touchante *E*ϕ en son point d'inflexion ϕ, doit décrire aussi de la même extremité *M* ou de l'extremité *E* de cette touchante, auquel point se trouve alors le point *M*, un autre arc *EFH* par le développement de sa partie ϕ*T* jusqu'à sa touchante *HT*, en continuant de se développer ainsi depuis *M* jusqu'à son point *T* d'attouchement; & que ces deux arcs *ME*, *EFH*, composeront ensemble une courbe *MEFH* rebroussée en même sens en *E* comme dans l'art. 19. resultante du développement commencé en *M* jusqu'en *T* de l'arc entier *M*ϕ*T* contourné en ϕ.

3°. Donc (*nomb.* 1. 2.) la courbe entiere *AM*ϕ*T* contournée (*hyp.*) en ϕ, en commençant en *M* à se développer de part & d'autre jusqu'à ses extremités *A*, *T*, décrira la courbe entiere *DMEFH* par le développement simultanée de ses arcs *MA*, *M*ϕ*T*; laquelle courbe *DMEFH* rebroussée (*nomb.* 1.) en sens contraires en *M*, & (*nomb.* 2.) en même sens en *E*, aura à la fois deux rebroussemens d'especes differentes.

4°. Son rebroussement en sens contraires en *M*, étant le même (*nomb.* 1.) que dans l'art. 2. la partie *DME* de cette courbe *DMEFH* aura toutes les proprietés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. & dans la reflexion qui suit l'art. 2.

5°. L'autre rebroussement de cette même courbe *DMEFH*, lequel est en même sens en *E*, étant le même (*nomb.* 2.) que dans l'art. 19. la partie *MEFH* de cette courbe ainsi rebroussé en *E*, aura pareillement toutes les proprietés marquées dans les art. 19. 20. 22. 23.

6°. Donc (*nomb.* 4. 5.) cette courbe entiere *DMEFH* aura tout à la fois toutes les proprietés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. 19. 20. 22. 23. sçavoir celles des art. 2. 3. 4. 5. par rapport à son point de rebroussement *M* en sens contraires, & celles des art. 19. 20. 22. 23. par rapport à son point de rebroussement *E* en même sens.

FIG. I. XIV. XV. XVI. XVII. *Je ne m'arrête point à détailler toutes ces proprietés de la courbe* DMEFH *de la Fig. 17. étant trop aisées à reconnoître dans tous ces art. 2. 3. 4. 5. 19. 20. 22. 23. en comparant en mêmes lettres sa partie* DME *avec la courbe* RφS *de la Fig. 1. dans les art. 2. 3. 4. 5. & sa partie* MEFH *avec la courbe* AEFH *des Fig. 14. 15. 16. dans les art. 19. 20. 22. 23. C'est-à-dire, en changeant les lettres de la partie* DME *de la courbe* DMEFH *de la Fig. 17. en celles de la courbe* RφS *de la Fig. 1. &* M *en* A *dans sa partie* MEFH *pour lui donner les mêmes lettres qu'à la courbe* AEFH *des Fig. 14. 15. 16. Cela fait, on verra (dis-je) tout d'un coup dans les art. 2. 3. 4. 5. 19. 20. 22. 23. que les proprietés qui y sont démontrées convenir les unes à la courbe* RφS *de la Fig. 1. & les autres à la courbe* AEFH *des Fig. 14. 15. 16. conviennent toutes à la courbe* DMEFH *de la presente Fig. 17. par rapport à ce qu'elle a* (art. 24. nomb. 1. 2.) *de semblable à ces deux-là.*

FIGURE XVIII. XXV Soit enfin le développement de la courbe *AφT* contournée quelconque en φ, commencé de part & d'autre en son point d'inflexion ou de contour φ.

1°. Il est visible que cette extremité φ de chacun des arcs *φA*, *φT*, de cette courbe, décrira ainsi chacun des arcs *φH*, *φK*, d'une autre courbe *HφK* aussi contour-

née en φ; puisque chacun de ces deux derniers arcs φH, φK, sera (*Th. 2. corol. 1.*) concave du même côté que celui des deux autres φA, φT, qui en sera le generateur; & ces deux-ci l'étant (*hyp.*) en sens contraires, les deux autres doivent aussi l'être en sens contraires, & former ainsi ensemble une courbe HφK contournée au même point φ que sa développée AφT est supposée l'être.

2°. Il est visible aussi que les rayons osculateurs en φ des deux arcs φH, φK, de cette courbe HφK, seront (*gener. & def.*) infiniment petits de part & d'autre de ce point φ, & en ligne droite perpendiculaire (*Th. 5. corol. 2.*) à ces deux arcs.

XXVI. Les corol. 2. 3. du Th. 6. font voir que les deux petits cercles osculateurs de cette courbe HφK, décrits de ces deux rayons (*art. 15. nomb. 2.*) infiniment petits, en son point d'inflexion φ, couperont & toucheront à la fois de deux attouchemens contigus, chacun en ce point φ chacun des arcs φH, φK, dont il y sera osculateur. Pour le voir, imaginons deux autres cercles IDC, LFG, osculateurs aussi de ces deux arcs en deux autres points quelconques D, F, lesquels cercles ayent (*def.*) pour rayons les tangentes DM, FN, des arcs développés φMA, φNT, & pour centres les points d'attouchement M, N: le Th. 6. part. 1. fait voir que ces deux nouveaux cercles IDC, LFG, couperont les deux arcs φH, φK, en D, F, de la maniere qu'on voit ici dans la Fig. 18. dans laquelle φ est l'origine commune de ces deux arcs; & qu'ils les couperont sous des angles si petits qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th. 6. cor. 1.*) par aucun de ces angles entre aucun de ces deux cercles-là & celui qu'il coupe des deux arcs φH, φK, de la courbe HφK; & consequemment (*Th. 6. cor. 2. 3.*) que chacun de ces deux autres cercles IDC, LFG, aura aussi (nonobstant ces coupes ou intersections) avec chacun de ces deux arcs φH, φK, chacun avec celui qu'il coupe, deux attouchemens contigus de part & d'autre de leur point d'in-

terſection *D* ou *F*, un en dehors du côté de l'origine φ de cet arc, & l'autre en dedans du côté de ſon terme *H* ou *K*.

Concevons preſentement que ces deux points *D*, *F*, arrivent infiniment prés de φ avec les cercles toûjours oſculateurs *IDC*, *LFG*, en avançant ainſi l'une vers l'autre le long des arcs *D*φ, *F*φ; & que les fils *MD*, *NF*, rayons (*gener. & def.*) de ces cercles, ſe recouchent ainſi ſur les arcs développés *M*φ, *N*φ, juſqu'à ce que ces points *D*, *F*, ſoient infiniment prés de φ, c'eſt-à-dire, juſqu'à ce que les arcs φ*F*, φ*D*, ſoient devenus infiniment petits. Il eſt viſible que chacun de ces cercles *IDC*, *LFG*, alors infiniment petits, coupera & touchera encore à la fois (comme ci-deſſus en *D*, *F*,) chacun des arcs φ*DH*, φ*FK*, en ce point infiniment prés de φ: ce petit cercle oſculateur coupera cet arc en ce point *D* ou *F* infiniment voiſin de φ, en le touchant-là (*Th. 6. corol. 2. 3.*) de part & d'autre de cette coupe, en dehors ſur l'élement φ*D* ou φ*F* du côté de ſon origine φ, & en dedans ſur ſon élement ſuivant du côté de ſon terme *H* ou *K*; ce petit cercle oſculateur en φ d'un des arcs φ*DH*, φ*FK*, de la courbe *H*φ*K*, éontournée en ce point φ, y trouvant l'autre arc (de cette courbe) d'une convexité oppoſée à la ſienne, l'abandonne-là ſans le couper ni le toucher non plus que s'il n'y étoit pas.

XXVII. Donc ce petit cercle oſculateur en φ d'un des arcs φ*H*, φ*K*, de la courbe *H*φ*K* contournée en ce point φ, eſt le même que ſi cette courbe ſe terminoit-là, & qu'elle ne conſiſtât qu'en un ſeul de ces deux arcs, lequel eût ſon origine en φ; & conſequemment ce cercle oſculateur (*art. 25. nomb. 2.*) infiniment petit, n'y exige (*Th. 5. corol. 5.*) que trois racines égales infiniment petites pour la détermination totale de ſon rayon oſculateur; deſquelles trois racines deux, de finies quelconques qu'elles étoient pour la détermination de la poſition de ce rayon, deviennent infiniment petites dans la détermination de ſa longueur qui ſe trouve par le moyen d'une d'elles & d'une

autre encore infiniment petites ; ce qui en fait en tout trois égales infiniment petites pour la détermination totale de ce rayon en φ. Ainsi (*Th. 5. cor. 5.*) le cercle osculateur d'une courbe contournée *HφK*, resultante (*art. 25.*) du développement entier d'une autre contournée quelconque *AφT*, commencé en son point de contour ou d'inflexion φ vers ses extremités *A*, *T*, de part & d'autre, n'auroit par tout que trois racines égales en quelque point de cette resultante *HφK* qu'il soit osculateur, c'est-à-dire, au point d'inflexion φ de cette courbe comme en tout autre. Toute la difference c'est qu'en ce point d'inflexion il les auroit infiniment petites, & finies par tout ailleurs, ces infiniment petites augmentant toûjours de part & d'autant depuis ce point d'inflexion φ jusqu'aux extremités de la courbe contournée *HφK* resultante du développement fait comme ci-dessus (*art. 25.*) d'une autre *AφT* aussi contournée en φ ; parce que le rayon ou le cercle osculateur d'une telle resultante *HφK* en son point d'inflexion φ, y est (*art. 25.*) infiniment petit, & va toûjours (*Lem.*) en augmentant de part & d'autre depuis ce point jusqu'aux extremités de cette courbe. De ce que les trois racines égales de ce cercle osculateur sont infiniment petites au point d'inflexion φ de cette courbe *HφK*, & finies par tout ailleurs ; cela servira dans le calcul à discerner ce point φ d'inflexion de tous les autres de cette même courbe *HφK*.

XXVIII. Puisque (*art. 25.*) le rayon osculateur en l'origine φ de chacun des arcs φ*H*, φ*K*, de la courbe *HφK* contournée en ce point φ, est infiniment petit, & fini par tout ailleurs, & qu'il va en croissant à mesure que leur point d'osculation s'éloigne de cette origine φ : on voit conformément au corol. 4. du Th. 6. que la courbure de chacun de ces arcs φ*H*, φ*K*, va toûjours au contraire en diminuant vers *H*, *K*, depuis ce point d'inflexion φ de la courbe *HφK* qu'ils composent, ou de celle *AφT* qui la trace (*art. 25.*) par son développement commen-

cé en ce point φ ; & qu'ainsi la plus grande courbure de chacun de ces arcs φH, φK, est à ce point d'inflexion φ de leur courbe $H\varphi K$, ou de sa développée $A\varphi T$, & la moindre en leurs termes H, K.

Le corol. 4. du Th. 6. fait aussi voir conformément à cela que si les arcs développés φA, φT, de la courbe $A\varphi T$, étoient de courbures semblables de part & d'autre de son point d'inflexion ; les arcs φH, φK, resultant du développement de ceux-là, commencé en ce point d'inflexion φ, seroient aussi de courbures semblables de part & d'autre de ce même point d'inflexion φ de la courbe $H\varphi K$ qu'ils composent.

XXIX. Ce ne sont pas seulement les courbes contournées qui par leur développement commencé à leur point de contour ou d'inflexion vers leurs extremités de part & d'autre à la fois, en engendrent aussi de contournées
FIG. XIX. comme ci-dessus art. 25. Car si l'on suppose deux parties detachées & de convexités opposées d'une même courbe, telles que sont (Fig. 19.) HA, $K\varphi$, lesquelles ayent une même asymptote $A\varphi$; par exemple, deux parties HA, $K\varphi$, d'hyperboles opposées dont $A\varphi$ soit une des asymptotes; & telles que commençant en H, K, à se développer à l'infini vers $A\varphi$, en HE, KE, leurs points H, K, (soit que ces points décrivants leur appartiennent ou à leurs prolongements en tangentes de ce côté-là) se rencontrent à la fin en un même point E de leur asymptote commune $A\varphi$; il est visible que ces points H, K, des arcs HA, $K\varphi$, décriront ainsi ensemble une courbe HEK contournée en E, laquelle aura (*def.*) les droites infinies EA, $E\varphi$, pour rayons osculateurs de ses arcs HE, KE, en son point d'inflexion E terme (*def.*) de ces deux arcs ; lesquels rayons osculateurs EA, $E\varphi$, en ligne droite perpendiculaire (*Th. 5. corol. 2.*) à ces deux arcs en ce point d'in-
FIGURE XVIII. XIX. flexion E de la courbe HEK qu'on y voit ici contournée, seront l'un & l'autre infinis, au lieu que dans la contournée $H\varphi K$ en φ de la Fig. 18. les deux rayons osculateurs de

de ses deux arcs φH, φK, en ce point φ, y sont (*art.* 25.) infiniment petits : de sorte qu'ils n'y ont de ressemblance avec les deux EA, $E\varphi$, de la Fig. 19. dont il s'agit ici, que d'être aussi entr'eux (*art.* 25.) en ligne droite perpendiculaire en φ à chacun de ces deux arcs φH, φK, dans la Fig. 18. quoique la courbe $H\varphi K$ que ces deux arcs y composent, paroisse si semblable à la presente HEK de la Fig. 19. qu'il n'y a que leur generation ou le calcul qui les puisse faire discerner l'une de l'autre par cette difference de rayons osculateurs en leurs points d'inflexion φ, E.

La raison de cette difference infinie du second genre entre ces deux sortes de rayons osculateurs aux points d'inflexion φ, E, de ces deux courbes $H\varphi K$, HEK, dans les Fig. 18. 19. vient de celle de leurs développées, dont les arcs développés sont infinis en E dans la presente Fig. 19. au lieu que dans la Fig. 18. ils étoient (*art.* 25.) infiniment petits en φ: ces arcs développés étant toûjours égaux (*Lem.*) aux rayons osculateurs qui leur répondent. Ce qui s'accorde avec ce que M. le Marquis de l'Hôpital a démontré à sa maniere (*Annal. des Infin. petits, pag.* 79.) de cette difference infiniment infinie des rayons osculateurs aux points d'inflexion ou de contour de differentes courbes contournées.

XXX. Un raisonnement semblable à celui de l'art. 26. fait voir que les deux cercles infinis (décrits des deux rayons EA, $E\varphi$, infinis dans le précedent art. 29. Fig. 19.) osculateurs de la courbe HEK en son point d'inflexion E, couperont & toucheront à la fois (*Th.* 6. *cor.* 2. 3.) de deux attouchemens contigus, chacun en ce point E celui des arcs EH, EK, duquel il y sera osculateur. Pour le voir imaginons ici Fig. 19. comme dans l'art. 26. Fig. 18. deux autres cercles IDC, LFG, osculateurs aussi de ces deux arcs en deux autres points quelconques D, F, lesquels cercles ayent (*def.*) pour rayons les tangentes DM, FN, des arcs développés HMA, $KN\varphi$, & pour centres les points d'attouchement M, N. Le Th. FIG. XIX.

6. part. 1. fait voir (comme dans l'art. 26.) que ces deux nouveaux cercles *IDC*, *LFG*, couperont les deux arcs *HE*, *KE*, en *D*, *F*, de la maniere qu'on voit ici où *E* est (*def.*) le terme commun de ces deux arcs, & sous des angles si petits qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th. 6. cor. 1.*) par aucun de ces angles entre aucun de ces deux cercles-là, & celui de ces deux arcs qui en sera coupé; & consequemment (*Th. 6. corol. 2. 3.*) que chacun de ces deux autres cercles *IDC*, *LFG*, aura aussi (nonobstant ces coupes ou interfections) avec chacun de ces deux arcs *HE*, *KE*, chacun avec celui qu'il coupera, deux attouchemens contigus de part & d'autre de leur point d'intersection, un en dehors du côté de son origine *H* ou *K*, & l'autre en dedans du côté de son terme *E*; ce qui sera toûjours vrai (comme dans l'art. 26.) pour chacun de ces arcs *HE*, *KE*, dans le mouvement continuel de leurs sections *D*, *F*, vers leur terme commun *E*, jusqu'à ce qu'elles soient enfin l'une & l'autre infiniment prés de ce point *E*; que les arcs *DE*, *FE*, en soient devenus infiniment petits; & que les cercles *IDC*, *LFG*, osculateurs de ces arcs en ces coupes *D*, *F*, soient devenus infiniment grands par l'égalité qui se trouve alors entre leurs rayons *DM*, *FN*, & les infinis *EA*, *Eφ*, desquels ils sont alors infiniment proches.

Ainsi chacun de ces deux cercles infinis coupera encore chacun des arcs *HDE*, *KFE*, en chacun de ces points *D*, *F*, pour lors infiniment voisins de *E*, en touchant (*Th. 6. corol. 2. 3.*) cet arc de part & d'autre de cette coupe, en dedans sur l'élement *DE*, ou *FE* du côté de *E*, & en dehors sur l'élement immediatement suivant du côté de *H* ou *K*; & ce cercle infini osculateur en *E* d'un des arcs *HDE*, *KFE*, de la courbe *HEK* contournée (*art. 29.*) en ce point *E*, y trouvant l'autre arc d'une convexité opposée à la sienne, l'abandonne-là sans l'avoir coupé ni touché non-plus que s'il n'y étoit pas, comme il arrive (*art. 26.*) à chaque cercle infiniment petit os-

osculateur en ϕ de la courbe $H\phi K$ de la Fig. 18. excepté que les attouchemens y sont à contre-sens de ceux-ci : Ce qui vient *(Th. 6. cor. 2. 3.)* de ce que dans la Fig. 18. ϕ est *(art. 25.)* l'origine commune des arcs ϕH, ϕK, & qu'ici Fig. 19. *E* est le terme commun des arcs *HE, KE.*

XXXI. Puisque *(art. 30.)* le cercle osculateur au terme *E* de chaque arc *HE, KE*, de la courbe *HEK* contournée en ce point *E* dans la Fig. 19. y coupe & touche cet arc comme si l'autre n'y étoit pas, & comme si cette courbe se terminoit-là ; ce cercle osculateur *(art. 30.)* infiniment grand, n'y exige *(Th. 5. corol. 5.)* que trois racines égales infiniment grandes pour la détermination totale de son rayon osculateur ; desquelles trois racines deux, de finies quelconques qu'elles étoient pour la détermination de la position de ce rayon, deviennent infiniment grandes dans la détermination de sa longueur, qui se trouve par le moyen d'une d'elles & d'une autre encore infiniment grande ; ce qui en fait trois en tout infiniment grandes pour la détermination totale de ce rayon osculateur de la courbe *HEK* en son point d'inflexion *E.* Ainsi un cercle osculateur en quelque point que ce soit d'une courbe contournée *HEK* décrite comme dans l'art. 29. n'y doit avoir *(Th. 5. corol. 5.)* que trois racines égales, lesquelles seront infinies au point d'inflexion *E* de cette courbe *HEK*, depuis lequel ces trois racines iront toûjours en diminuant jusqu'aux extremités *H, K*, de cette même courbe *HEK.* FIG. XIX.

XXXII. Puisque *(art. 30.)* le rayon osculateur au terme *E* de chacun des arcs *HE, KE* de la courbe *HEK* contournée en ce point *E*, est infini, & va toûjours en diminuant à mesure que leurs points d'osculation s'éloignent de ce terme *E*; on voit conformément au corol. 4. du Th. 6. que la courbure de chacun de ces arcs *HE, KE*, va toûjours en augmentant vers *H, K*, depuis ce point d'inflexion *E* de la courbe contournée *HEK* dans la précedente Fig. 19. & qu'ainsi la moindre courbure de chacun de

ces arcs HE, KE, est en ce point d'inflexion ou terme commun E de ces mêmes arcs, & la plus grande à leurs extremités H, K. C'est tout le contraire (*art.* 28.) dans la courbe contournée $H\varphi K$ de la Fig. 18.

FIGURE XVIII. XIX. XXXIII. Les art. 25. 26. 27. 29. 30. 31. font voir que les courbes $H\varphi K$ de la Fig. 18. & HEK de la Fig. 19. conviennent en ce qu'elles sont toutes deux (*art.* 25. 29.) contournées la premiere en φ & la seconde en E; en ce que (*art.* 26. 30.) chacun de leurs cercles osculateurs opposés en chacun de ces points d'inflexion φ, E, y a un double attouchement de part & d'autre d'une coupe qu'il fait avec chacun de leurs arcs pris depuis chacun de ces points φ, E, du côté de leurs extremités; & en ce que les cercles osculateurs de ces deux courbes ont par tout (*art.* 27. 31.) chacun trois racines égales. Mais du reste, quoique semblables à l'œil, ces deux courbes $H\varphi K$ de la Fig. 18. & HEK de la Fig. 19. sont trés differentes entr'elles.

1°. En ce que les deux rayons ou cercles osculateurs opposés à chacun des points d'inflexion φ, E, de chacune de ces courbes $H\varphi K$, HEK, des Fig. 18. 19. sont (*art.* 26.) infiniment petits dans celle de la Fig. 18. ainsi que M. le Marquis de l'Hôpital l'a aussi fait voir dans l'*Anal. des infin. petits, pag.* 80. & (*art.* 30.) infiniment grands dans celle de la Fig. 19. Ce qui rend les trois racines égales que chacun de ces cercles exige (*art.* 27. 31.) en chacun de ces points d'inflexion φ, E, infiniment petites (*art.* 27.) dans la Fig. 18. & infiniment grandes (*art.* 31.) dans la Fig. 19. La raison de cette difference vient de ce le rayon osculateur (*def. & Lem.*) est toûjours égal à l'arc développé, qui en l'origine (*hyp.*) φ du développement dans la Fig. 18. est (*art.* 25.) infiniment petit, & qui au contraire est infiniment grand (*art.* 29.) au terme (*hyp.*) E du développement dans la Fig. 19.

2°. En ce que les deux attouchemens contigus de chaque cercle osculateur en φ avec chacun des arcs φH, φK

de la courbe *HφK* de la Fig. 18. & en *E* avec chacun des arcs *EH*, *EK*, de la courbe *HEK*; de la Fig. 19. sont (*art.* 26. 30.) de côtés opposés dans ces deux Figures, celui qui est en dehors de chacun de ces arcs dans la Fig. 18. étant en dedans dans la Fig. 19. & au contraire celui qui est en dedans dans la premiere de ces deux Figures, étant en dehors dans la seconde. La raison de cette difference vient (*Th. 6.*) de ce que (*hyp.*) l'origine du développement est en φ dans la Fig. 18. & en *H*, *K*, dans la Fig. 19.

3°. Cette raison fait aussi (*Th. 6. corol. 4.*) que la plus grande courbure de chacun des arcs *φH*, *φK*, est en φ (*art. 28.*) dans la Fig. 18. & (*art. 32.*) en *H*, *K*, dans la Fig. 19. leurs moindres courbures au contraire sont (*art. 28.*) en *H*, *K*, dans la Fig. 18. & (*art. 32.*) en *E* dans la Fig. 19.

REMARQUES.

XXXIV. Le corol. 4. du Th. 5. des Memoires de 1712. & l'art. 10. de celui-ci font voir que ces cercles touchans d'une courbe exigent par tout deux racines égales, excepté dans les points de rebroussement, dans chacun desquels, quand ils ne sont qu'à deux branches, les nomb. 1. des art. 17. & 22. font voir que le cercle touchant exige trois racines égales. Un pareil raisonnement à celui de ce nomb. 1. de l'art. 22. feroit aussi voir en general que chaque cercle touchant d'une courbe en quelque point que ce soit, y exige toûjours autant de racines égales plus une, qu'il en touche de branches d'un même côté de ce point : De sorte que si l'on prend *n* pour le nombre de ces branches placées d'un même côté de ce point où ce cercle les touche toutes, je veux dire pour le moindre nombre de branches rebroussées que la courbe eût d'un même côté, si elle en avoit de part & d'autre de ce point de rebroussement ; le cercle qui les y toucheroit toutes, y exigeroit $n+1$ de racines égales pour la position d'une perpendiculaire en ce point de rebroussement, sur laquelle son centre se trouvât.

C'est ainsi que les cercles touchans des courbes non rebroussées, torses ou non, n'y exigent par tout que deux racines égales, conformément au corol. 4. du Th. 5. pag. 176. des Memoires de 1712. & à l'art. 10. ces courbes n'ayant jamais qu'une branche de chaque côté de chacun de leurs points. Par la même raison les courbes rebroussées à deux branches, les ayant toutes deux d'un même côté du point de leur rebroussement, le cercle touchant y exigera trois racines égales conformément au nomb. 1. de l'art. 22. Il y en exigeroit quatre, si ces courbes étoient rebroussées en trois branches d'un même côté de leur point de rebroussement; cinq, si elles l'étoient en quatre; six, si elles l'étoient en cinq; & toûjours autant de racines égales plus une, que la courbe auroit de branches rebroussées d'un même côté, en quelques sens que les convexités ou concavités de ces branches fussent tournées.

FIG. I. II. III. IV. XXXV. 1°. On a vû dans les art. 1. 6. 8. qu'une courbe *AEH* toute concave d'un seul côté, peut être également décrite par le développement (*Fig. 1.*) d'une autre *AφT* aussi toute concave, commencé à une (*A*) de ses extremités; & par le développement (*Fig. 2. 3. 4.*) des branches d'une courbe *TφV* ou *AφH* rebroussée en sens contraires en φ, soit que ce développement commence au point de rebroussement φ (*Fig. 2. 3.*) de cette développée *TφV*, ou aux autres extremitée *A*, *H*, des branches égales (*Fig. 4.*) de cette même développée *AφH*.

2°. Le corol. 5. du Th. 5. fait voir de plus pour chacune de ces deux sortes de courbes *AEH* toutes concaves chacune en même sens, que le cercle osculateur en quelque point que ce soit, y aura par tout trois racines égales, excepté au point où la seconde (*Fig. 2. 3. 4.*) est rencontrée par φ*E* tangente au point de rebroussement φ de sa développée, auquel point *E* ce cercle osculateur aura (*art. 10.*) quatre racines égales.

FIG. I. XXXVI. L'art. 2. & la reflexion italique qui le suit, font voir ensemble que les courbes *AφT* concaves d'un

seul côté, traceront des courbes *RφS* rebroussées en sens contraires par leur développement commencé par tout ailleurs qu'à leurs extremités; & que ces courbes ainsi rebroussées au commencement φ du développement, auront chacune deux rayons osculateurs infiniment petits opposés en ligne droite de part & d'autre à leur point φ de rebroussement avec quatre racines égales infiniment petites dans chacun de leurs cercles osculateurs pareillement infiniment petits en ce point φ de rebroussement; lesquels cercles s'y toucheront ainsi mutuellement en dehors.

XXXVII. 1°. On a aussi vû dans les art. 13. 15. 19. qu'une courbe *AEH* rebroussée en même sens, peut être également décrite (*art. 13. 15. Fig. 7. 8. 9.*) par le développement d'une autre *TφV*, ou *AφH*, rebroussée en même sens, commencé à son point de rebroussement φ, ou aux extremités *A*, *H*, de ses branches égales; & (*art. 19. Fig. 14.*) par le développement d'une contournée *AφT* en φ, commencé à une de ses extremités jusqu'à l'autre, ou du moins pardelà son point φ de contour. Fig. VII. VIII. IX. XIV.

2°. De ces deux sortes de courbes rebroussées en même sens, l'art. 17. fait voir que le cercle osculateur au point *E* de rebroussement de celle (*Fig. 7. 8. 9.*) qui est décrite par le développement d'une autre pareillement rebroussée en même sens, aura là cinq racines égales; & l'art. 22. nomb. 3. fait voir au contraire que le cercle osculateur au point de rebroussement *E* de l'autre courbe *AEH* (*Fig. 14.*) décrite par le développement d'une contournée, commencé ailleurs qu'à son point de contour ou d'inflexion, n'aura là que quatre racines égales, nonobstant la ressemblance qui paroît être entre ces deux sortes de courbes *AEH* rebroussée en même sens en *E* dans les Fig. 7. 8. 9. 14. Ce qui servira à distinguer l'une de l'autre de ces deux sortes de courbes rebroussées chacune en même sens, & à reconnoître par le calcul leurs points de rebroussement.

XXXVIII. 1°. On a vû pareillement dans les art. 25. 29. qu'une courbe *HφK*, *HEK*, contournée en φ, Figure XVIII. XIX.

E, peut être également décrite par le développement (*Fig.* 18.) d'une autre contournée quelconque *AφT*, commencé en son point φ de contour ou d'inflexion ; & par le développement (*Fig.* 19.) de deux arcs separés *HA*, *Kφ*, d'une même courbe, & de convexités opposés à une même asymptote, commençé en deux points *H*, *K*, qui arrivent ensemble sur elle en un même point *E* aprés l'entier développement de ces deux arcs infinis *HA*, *Kφ*.

2°. Les art. 25. 29. font voir aussi que ces deux sortes de courbes contournées *HφK*, *HEK*, auront à leurs points de contour ou d'inflexion φ, *E*, chacune deux rayons osculateurs en ligne droite perpendiculaire à ces courbes ; mais que la décrite de la premiere maniere (*art.* 25. *Fig.* 18.) les aura infiniment petits en φ comme la rebroussée *RφS* en sens contraires de la Fig. 1. les a (*art.* 2.) en son point de rebroussement φ ; & que la décrite de l'autre maniere (*art.* 29. *Fig.* 19.) les aura infiniment grands en *E*. Ce qui servira à distinguer entr'elles ces deux sortes de courbes contournées *HφK*, *HEK*, (*Fig.* 18. 19.) avec leurs points de contour ou d'inflexion, ainsi qu'on l'a déja remarqué dans l'art. 29.

3°. Les art. 27. 31. font voir de plus que le cercle osculateur de chacune de ces deux sortes de courbes contournées *HφK*, *HEK*, n'aura en leur point de contour ou d'inflexion φ, *E*, que trois racines égales comme (*Th.* 5. *corol.* 5.) par tout ailleurs ; lesquelles trois racines égales feront (*art.* 27. *Fig.* 18.) infiniment petites au point de contour φ de la premiere *HφK* de ces deux sortes de courbes, & (*art.* 31. *Fig.* 19.) infiniment grandes au point de contour *E* de la seconde *HEK*. Ce qui servira encore à distinguer entr'elles ces deux sortes de courbes contournées *HφK*, *HEK* (*Fig.* 18. 19.) avec leurs points φ, *E*, de contour ou d'inflexion.

XXXIX. Les art. 1. 2. 7. 9. 12. 14. 15. 16. 19. 20. 25. 29. font voir de plus,

FIG. I. II. III. IV.

1°. Qu'il y a de trois sortes de courbes *AEH* toutes concaves chacune d'un seul côté : les unes (*art.* 1. *Fig.*

I.) qui ont par tout leur cercle oſculateur *BEK* partie en dedans, & partie au dehors d'elles; d'autres *(art. 7. Fig. 2. 3.)* qui l'ont tout entier au dedans d'elles en un de leurs points marqué dans l'art. 7. & d'autres au contraire *(art. 9. Fig. 4.)* qui l'ont tout entier au dehors d'elles en un de leurs points auſſi marqué dans l'art. 9. Ces deux dernieres ſortes de courbes (*Fig. 2. 3. 4.*) l'auront par tout ailleurs (*art. 1.*) comme la premiere de la Fig. 1.

2°. Qu'il y a de quatre ſortes de courbes rebrouſſées à deux branches: une (*art. 2. Fig. 1.*) de rebrouſſées *RφS* en ſens contraires en φ; & les trois autres (*art. 13. 15. 19. Fig. 7. 8. 9. 14.*) de rebrouſſées *AEH* en même ſens en *E*. Les courbes de la premiere de ces trois ſortes-ci ont (*art. 14. Fig. 7. 8.*) chacune leur cercle oſculateur *BEK* en leur point *E* de rebrouſſement tout entier au dedans de la concavité de leurs branches; celles de la ſeconde ſorte (*art. 16. Fig. 9.*) l'y ont au contraire tout entier au dehors d'elles; & celles enfin de la troiſiéme ſorte (*art. 20. Fig. 14.*) l'y ont paſſant entre les deux branches de chacune par l'angle *DEF* que ces deux branches font entr'elles en ce point *E* de rebrouſſement en même ſens, au lieu que dans les deux autres ſortes de rebrouſſées en même ſens en *E* dans les Fig. 7. 8. 9. aucun cercle ne ſçauroit abſolument paſſer entre leurs branches par les angles *DEF* que ces branches font entr'elles. Ce qui fait voir que de ces courbes *AEF* rebrouſſées en même ſens en *E*, celles de Fig. 14. ont cet angle *DEF* plus grand que celles des Fig. 7. 8. 9.

FIG. I. VII. VIII. IX. XIV.

3°. Qu'il y a de deux ſortes de courbes contournées: les unes *HφK* (*art. 25. Fig. 18.*) ont chacune en leur point φ de contour ou d'inflexion chacun de leurs deux cercles oſculateurs infiniment petits; & les autres *HEK* (*art. 29. Fig. 19.*) l'ont infiniment grand en leur point *E* d'inflexion.

FIGURE XVIII. XIX.

On pourroit encore ajoûter ici pluſieurs autres remarques ſur tout ce qui precede, par rapport aux proprietés differentes des courbes reſultantes des differens développemens d'au-

tres courbes quelconques. Mais outre que ce Memoire-ci n'est peut-être déja que trop long, les principes qui y sont établis & dans celui du 28. Juin 1712. pag. 148. &c. les presenteront si clairement au Géometre le moins attentif qu'il seroit (ce me semble) inutile de m'arrêter ici davantage.

OBSERVATIONS

Sur le Vitriol & sur le Fer.

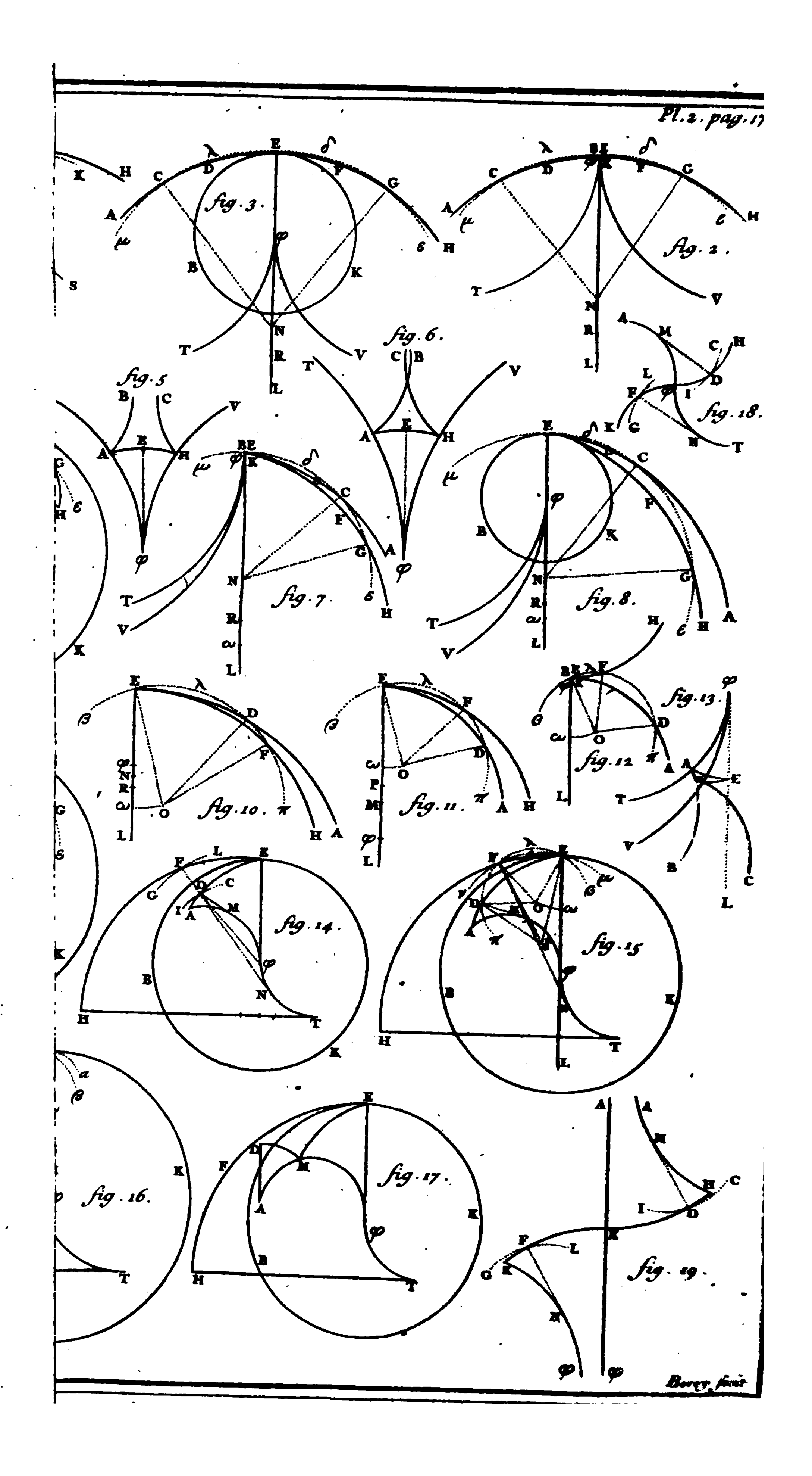
Par M. GEOFFROY l'Aîné.

LE Vitriol est une matiere sur laquelle les Chimistes trouvent abondamment dequoi s'exercer, soit qu'ils ne s'appliquent qu'à examiner en Physiciens l'origine de ce minéral, les principes dont il est composé, les changemens qu'il a souffert avant que de paroître en sel, & les differentes substances en quoi il se convertit, soit qu'élevant plus haut leurs idées, ils le regardent en Philosophes Hermetiques, comme la base & le premier principe des matieres métalliques qu'ils esperent purifier jusques au point d'en pouvoir former des métaux parfaits : soit enfin qu'ils le considerent en Medecins comme une des principales *colonnes* de la Pharmacie chimique & comme une source presque inépuisable de remedes tres efficaces pour un grand nombre de maladies.

Une infinité de gens ont travaillé sur le Vitriol dans ces differentes vûës. Je ne m'arresterai point à détailler ici toutes les opérations qu'ils ont données sur ce minéral, je rapporterai seulement quelques observations que j'ai faites en travaillant sur ce sel, qui peuvent servir à en faire connoître la nature & les proprietés.

On voit dans les boutiques trois sortes de Vitriol ; le bleu, le vert & le blanc.

Tous sont composés d'un sel acide, tel qu'il se trouve dans l'Alun & dans le Soufre, à cela prés que dans l'Alun cet acide est mêlé avec une terre absorbante, ou une ef-



Pl. 2. pag. 17
fig. 3.
fig. 2.
fig. 6.
fig. 5
fig. 18.
fig. 7.
fig. 8.
fig. 13.
fig. 12
fig. 10.
fig. 11.
fig. 14.
fig. 15
fig. 16.
fig. 17.
fig. 19.

pece de chaux, que dans le Soufre il est uni avec des parties grasses & bitumineuses, & que dans les Vitriols il est joint avec des parties métalliques.

Dans le Vitriol bleu ce sel acide est joint avec le cuivre, dans le vert il est joint avec le Fer, & dans le blanc qu'on nomme autrement *Couperose blanche*, il est joint, ou avec la Pierre calaminaire ou avec quelque terre ferrugineuse mêlée de plomb ou d'étain.

Je ne parle aujourd'hui que du Vitriol vert ou du Vitriol dont le sel acide est joint avec du Fer.

Il faut d'abord remarquer que le Vitriol vert, qu'on nomme ordinairement *Couperose verte*, & qui se tire de Liege ou d'Angleterre, sont de certaines Marcassites sulphureuses qui dans l'analise chimique donnent toutes du soufre brulant. Elles en sont quelques fois si chargées qu'on est obligé de l'en séparer par la distillation ou la calcination, avant que d'en pouvoir faire le Vitriol. Ensuite on les expose à l'air, ou on les laisse pendant un assez long-temps, afin qu'elles fermentent en quelque maniere, aprés quoi elles s'ouvrent, elles fleurissent, & se réduisent en poussiere saline vitriolique. La pluie qui survient lave de temps en temps cette poussiere, en dissout les sels & coule ensuite dans des cisternes où on la reserve pour la cuire en Vitriol.

Il faut sçavoir de plus que si l'on évaporoit ces lessives telles qu'elles sont, on n'en retireroit pas une grande quantité de Vitriol, mais une liqueur verdâtre ou brune, presque aussi acide que l'Eau forte, dont il n'y auroit qu'une tres petite portion qui prit la forme de sel, & dont le reste ne pourroit acquerir que la consistance du beure ou de l'huile figée. Pour avoir donc une plus grande quantité de Vitriol, on fait boüillir dans cette liqueur tirée des Citernes beaucoup de morceaux de Fer qui donnent aussitôt une effervescence considerable. Lorsque ce Fer est dissout, on fait évaporer la dissolution jusqu'à un certain point, & on la laisse cristalliser. Il se forme une grande

quantité de cristaux verdâtres, & il reste une liqueur rougeâtre, épaisse & onctueuse qu'on nomme *l'Eau mere* de Vitriol.

Cette liqueur ne cristallise jamais, elle ne se congele pas même au froid, mais à la chaleur du feu elle s'épaissit considerablemenr jusqu'à se dessecher en une masse jaunâtre grasse au toucher, d'un goût extremement stiptique, sans acidité ni corrosion quand on a eu bien soin d'en séparer le Vitriol par la cristallisation. Cette masse jaunâtre est grasse, & se resout aisément en liqueur à la moindre humidité de l'air.

Tous les sels fossiles laissent une semblable liqueur aprés leur cristallisation. Mais ce qui est de plus remarquable, c'est que ces sels, comme l'Alun, le Salpêtre, le Sel Marin & le Vitriol, quelques depurés qu'ils soient déja, donnent dans toutes leurs cristallisations réiterées quelque portion de cette Eau mere ou liqueur saline onctueuse, & déposent en même temps quelque peu de terre fort subtile & fort fine.

Ces liqueurs onctueuses en apparence ont un fort grand rapport avec les liqueurs lixivielles, ou les dissolutions des sels alkalis, telles par exemple que l'Huile de Tartre, faites par défaillance. On a toûjours crû jusques ici que ces liqueurs estoient produites par les sels alkalis de la terre, qui s'étant trouvés en plus grande quantité qu'il n'en falloit pour souler les acides, restoient en forme de liqueur onctueuse; mais j'ai reconnu le contraire par mes observations; car si cela estoit, un sel une fois cristallisé & bien depuré de sa graisse ou de ses sels alkalis devroit se cristalliser dans la suite, sans donner la moindre goutte d'Eau mere. Or il en arrive tout autrement, car tous ces sels donnent à chaque cristallisation quelque peu d'*Eau mere*, tantôt en plus grande & tantôt en plus petite quantité, suivant les differentes circonstances de l'operation: & je crois que si on avoit assez de constance, à force de cristallisations, on réduiroit ces sels minéraux en ces sortes d'*Eaux*

meres, comme je l'ai fait sur le Vitriol.

Car j'ai observé que ce minéral dépose à toutes les dissolutions & digestions qu'on en fait, un peu de terre fort fine, que je regarde comme la base ou le premier principe du Fer, & qu'il donne ensuite à chaque cristallisation un peu d'*Eau mere:* je l'ai même converti tout entier & assez promptement en cette liqueur, comme on le verra par la suite.

Je vais rapporter les differentes manieres dont j'ai tiré ces *Eaux meres* de Vitriol, ou plûtôt par lesquelles j'ai converti le Vitriol en *Eaux meres* ou en liqueurs grasses & stiptiques.

1°. J'avois fait dissoudre, filtrer & cristalliser environ deux livres de Vitriol vert ou couperose verte. Je fis une seconde dissolution de ces cristaux dans suffisante quantité d'eau, & je laissai le tout en digestion dans un vaisseau de verre ouvert par le haut & dans un lieu moderement chaud, pour quelque autre experience que je prétendois faire sur cette dissolution. Au bout de quelque mois je m'apperçûs que la liqueur avoit pris une couleur rougeâtre plus foncée & un goût bien plus stiptique & moins acide que n'avoit la dissolution de Vitriol recente, & qu'il s'estoit precipité au bas de la liqueur une assez grande quantité de terre jaunâtre. Ayant laissé ce vaisseau dans le même endroit pendant prés de deux ans, je trouvai au bout de ce temps que toute l'humidité s'estoit évaporée & que le Vitriol s'étoit desseché en un pain de fort beaux cristaux verts posés sur un limon fort fin: c'étoit une espece d'argille de couleur cendrée qui occupoit le fond du vaisseau en assez grande quantité. Il parroissoit entre les cristaux des efflorescences en maniere de petits champignons jaunâtres d'une substance grasse ou butireuse molle sous les doigts & s'y fondant en quelque maniere, qui exposée à l'humidité de l'air pendant quelques jours s'y resolvoit en une liqueur rouge, brune, onctueuse & d'un goût extraordinairement stiptique & sans acidité.

Premiere opération.

Seconde opération.

2°. La seconde opération qui me donna cette liqueur grasse & stiptique fut celle-ci. Je pris du Vitriol vert que je fis dissoudre dans l'eau commune, puis filtrer & cristalliser. J'exposai ensuite ces cristaux au Soleil pendant l'Eté où ils se calcinerent d'eux mêmes à la chaleur du Soleil & se réduisirent en une poudre blanche aussi fine que de la farine : lorsque ce Vitriol me parut bien calciné, je versai dessus suffisante quantité d'eau de pluye pour le dissoudre, je laissai pendant quelques jours digerer au Soleil cette dissolution, puis je la filtrai, & il resta sur le filtre beaucoup de terre jaune comme de l'ocre. Je fis ensuite évaporer l'humidité au Soleil ; une partie du sel se cristallisa, & une partie se desséchа en masse saline à la reserve d'un peu de liqueur rougeâtre & grasse au toucher. Je séparai cette liqueur rouge brune, & je laissai de nouveau calciner ce sel au Soleil. Je recommençai à dissoudre cette chaux par l'eau de pluye, je la laissai en digestion au Soleil, puis je la filtrai & évaporai, séparant toûjours la liqueur grasse, ce que je réïterai de la sorte pendant environ trois ans. A chaque fois il me restoit un peu de terre sur le filtre, & de cette eau mere ou liqueur stiptique, à la fin de la cristallisation en bien plus grande quantité que lorsque l'on fait ces dissolutions & purifications du Vitriol sans le laisser calciner au Soleil : enfin une grande partie du Vitriol se réduisit en cette terre jaunâtre & en cette liqueur huileuse & stiptique.

Troisiéme opération.

3°. La troisiéme maniere d'extraire cette huile styptique du Vitriol en fournit une plus grande quantité que les deux precedentes.

Je distillai le Vitriol vert calciné jusqu'à la couleur jaune dans une cornue fellée ou percée de quelques petits trous pour avoir l'esprit volatil sulphureux acide du Vitriol, suivant le procedé de Mr Stahl inseré dans les Journaux de Hall en Saxe.

Dans cette opération, aussitôt que la distillation commence, on sent une odeur de soufre trés-forte qui s'exha-

le des vaisseaux. Il sort des vapeurs subtiles de la cornuë qu'on a soin de recevoir dans un recipient, dont le tiers doit estre rempli d'eau.

L'opération étant finie on sépare le recipient de la cornuë, & l'odeur acide & subtile qui exhale de ces vaisseaux en les délutant est aussi penetrante & toute semblable à celle du soufre brûlant; de sorte qu'on diroit à l'odeur qu'ils seroient pleins de soufre enflammé. L'eau contenuë dans le recipient, outre l'odeur sulphureuse, a une saveur acide toute semblable à l'esprit de soufre.

Je ne m'arresterai point à expliquer la cause de ces effets, cela étant hors de mon sujet, & l'Auteur l'ayant tres bien fait dans l'explication qu'il a donnée de son opinion dans les mêmes Journaux.

Ce qui reste dans la cornuë est un *colcotar* beaucoup plus rarefié que le *colcotar* ordinaire & d'un rouge plus vif.

Ayant laissé ce *colcotar* dans des terrines exposées à l'air, je m'apperçûs au bout de quelque temps qu'il s'humectoit & qu'il se réduisoit en bouillie, j'en fis une lessive & j'en separai par la filtration une liqueur rouge, claire, d'une saveur fort stiptique & acide. Ayant fait évaporer cette liqueur jusques à pellicule, je la laissai cristalliser; j'en retirai de beaux cristaux verts, & il me resta dans la cristallisation une grande quantité d'Eau mere ou de liqueur grasse & stiptique.

Cette liqueur ou Essence stiptique de Vitriol est de couleur rouge brune, fort pesante, douce ou huileuse au toucher, d'une saveur extraordinairement astringente sans acidité ni acrimonie, pourveu que par les cristallisations réiterées, on l'ait separée fort exactement du sel de Vitriol qu'elle pouvoit contenir.

Elle se desseche ou par l'ardeur du Soleil l'Eté, ou au feu en une masse jaune saline qui se résout tres promptement à l'humidité en une espece de beurre, & ensuite en une liqueur rouge: elle a néantmoins quelque peine d'a-

bord à se dissoudre dans l'eau à cause de son onctuosité.

Si on ne sépare pas soigneusement par la cristallisation la partie du Vitriol qui se cristallise d'avec cette liqueur qui ne se cristallise point, on s'apperçoit en la gardant quelque temps qu'elle travaille sur elle même & qu'elle fermente sans cesse quoique foiblement, ce qu'on découvre aux bubes d'air qui s'élevent de temps en temps du sein de la liqueur à sa surface, ce qui n'arrive point lorsqu'elle est parfaitement dépoüillée de la partie du Vitriol qui se cristallise.

Cette liqueur fermente trés considerablement avec l'esprit de Nitre. Elle s'échauffe seulement avec l'huile de Vitriol sans fermentation sensible.

Quand on la méle avec l'huile de Tartre, il se fait en premier lieu un *coagulum* qui se dissout ensuite, en fermentant assez vivement, & lorsque la fermentation est cessée il reste un leger *coagulum* mucilagineux.

J'ai dit que cette essence styptique du Vitriol se desseichoit par une forte chaleur en une masse jaune saline. Cette matiere se réduit en colcotar d'une tres belle couleur rouge en la calcinant au feu, & cette masse rouge se résout tres promptement en liqueur étant exposée à l'air.

La liqueur grasse qu'on retire du Vitriol dans ces trois differentes opérations & dans laquelle on peut convertir tout le Vitriol, est une substance saline, sulphureuse, composée en partie d'un sel acide, en partie d'un sel alcali, & de la substance bitumineuse du Fer unie à ces deux sels.

Nous avons déja dit que le Vitriol vert étoit composé de sel acide vitriolique & de la substance du Fer, qui est lui-même formé d'une terre grossiere & d'un bitume tous deux étroitement unis ensemble.

Quoique le Fer dans le Vitriol y soit dissous par l'acide au point de n'être plus sensible à la veuë, ses molecules cependant y sont assez grosses, & il s'en faut beaucoup qu'il ne soit réduit en parties aussi petites qu'il le pourroit être, la raison en est que les molecules des acides vitrioliques

ques qui constituent le Vitriol sont fort grossieres. Cette grossiereté, & peut-être même aussi la figure des sels vitrioliques, les empêche de pouvoir s'engager bien avant dans les pores du Fer : ils ne s'y attachent donc que trés superficiellement, en sorte qu'ils s'en séparent fort aisément, comme on en peut juger par la saveur acide du Vitriol, qui n'est produite que parce que ces pointes acides quittent le Fer pour picoter la langue ; on s'en apperçoit encore lorsque faisant dissoudre une petite portion de Vitriol dans une grande quantité d'eau, on voit tomber au fond de l'eau le Fer en poudre subtile comme une roüille, & dépoüillé des sels ausquels il étoit uni : ou lors qu'ayant dissout le Vitriol dans une mediocre quantité d'eau on le met en digestion à une douce chaleur, car pour lors une partie des pointes acides, abandonnent les molecules ferrugineuses qu'on voit se précipiter au fond en poudre jaune.

Dans nos trois opérations, il arrive plusieurs choses tout à la fois; Sçavoir, la désunion d'une grande partie des acides du Vitriol d'avec les molecules ferrugineuses, la séparation de la partie bitumineuse du Fer d'avec sa terre la plus grossiere, la rarefaction de cette partie bitumineuse & de la substance saline : Enfin une nouvelle union qui se fait d'une partie de ces sels avec ce bitume, ou huile de Fer rarefié & une autre qui se fait de l'autre partie de ces mêmes sels avec quelques molecules terreuses du Fer pour composer un sel alkali. Voici de quelle maniere je conçois que tout cela se fait.

Lors qu'on expose le Vitriol vert au feu ou au Soleil, & qu'on l'y laisse long-temps en digestion, soit à sec, soit dissout dans quelque liqueur, les particules de feu, ou si l'on veut, le souffre principe, penetre la partie bitumineuse du Fer, la ramollit & la rarefie d'autant plus aisément que le Fer dans le Vitriol est divisé en plus petites parties. Ce même feu rarefie en même temps les sels qui deviennent par là trop foibles pour tenir en dissolution les parties métalliques qu'ils soûtenoient auparavant dans le liquide, on

dans les cristaux. De là il arrive deux choses. 1°. Le changement de couleur dans la dissolution qui devient rouge & dans le Vitriol calciné qui se réduit premierement en poudre blanche, puis jaune par la division des sels & l'épanoüissement des souffres. 2°. La précipitation d'une terre grossiere qu'on voit tomber au fond de la dissolution, ou que l'on sépare du Vitriol calciné par dissolution & filtration.

Il arrive dans ce même temps une autre chose qui est le changement d'une portion du sel acide vitriolique en sel alkali, ce qui provient de ce que quelque portion de la terre que les souffres ont abandonné & qui se trouve assez subtile pour flotter quelque temps dans le liquide, donne une libre entrée dans ses pores à ceux des acides qui ne sont point encore liés avec les souffres, & comme ces acides sont fort rarefiés ils penetrent fort avant dans les pores de ces molecules, les chargent de tous côtés & forment ainsi les pelotons herissés des sels alkalis, comme nous voyons ces sels se former dans nos fourneaux de l'union des acides avec les molecules terreuses.

Tous les acides du Vitriol ne se convertissent point en alkalis parce que dans le même temps que les molecules de terre engaînent ceux-ci, des parties sulphureuses ou resineuses du bitume du Fer embarassent d'autres acides, les enveloppent & les mettent hors d'état de pouvoir penetrer librement dans les autres parties terreuses qui tombent peu-à-peu au fond de la liqueur.

Les nouveaux sels alkalis ne restent point inutiles: ils ne sont pas plutôt formés qu'ils commencent à agir sur les souffres dont ils sont les dissolvans naturels: ils les étendent, les divisent, les détachent des parties terreuses avec lesquelles ils étoient étroitement unis, & augmentent par ce moyen la précipitation de la terre du Fer.

D'ailleurs ceux d'entre les sels acides qui n'ont point esté convertis en alkalis parce qu'ils se trouvoient engagés dans les parties rameuses du souffre quoi qu'affoiblis

par ces especes de liens, ne laissent pas d'agir sur les sels nouvellement produits, foiblement à la verité, mais assez néantmoins pour occasionner la petite effervescence qu'on apperçoit dans cette liqueur lors qu'on en ramasse une quantité un peu considerable.

Quoi qu'il paroisse que cette liqueur ne dépose point ou du moins trés peu de terre métallique, il ne faut pas croire néantmoins qu'elle n'en contienne plus. Elle en contient encore beaucoup; mais ayant été, aussi-bien que les autres principes, rarefiée trés considerablement, elle est en état de flotter dans ce liquide, entre-meslée avec les souffres & les sels, & c'est du mélange de cette terre, des souffres & des sels que dépend la stipticité de cette liqueur.

J'attribue ces changemens des principes du Vitriol aux parties du feu qui penetrent ce sel dans les digestions, dans les calcinations & dans les distillations; on n'en pourra pas disconvenir si on considere que lorsqu'on expose du Vitriol en cristaux au Soleil, il s'y réduit en poudre blanche, non-seulement par la dissipation des parties d'eau qui tenoient les parties salines liées l'une à l'autre dans un certain ordre, mais encore parce qu'à la place des parties d'eau, il s'y introduit des parties de feu; la preuve en est la volatilité de cette poudre, qui pour peu qu'on la remue étant nouvellement calcinée répand une odeur de Vitriol dans le lieu où on l'agite qui se fait aisément sentir par tout. Une autre preuve encore plus convaincante est que si on jette dans de l'eau froide ce Vitriol nouvellement calciné à la seule chaleur du Soleil, il échauffe l'eau trés considerablement, ce qui ne peut provenir que des parties de feu restées dans cette poudre, puisque le Vitriol, si subtilement pulverisé qu'il puisse estre, jetté dans l'eau en augmente la froideur, bien loin de l'échauffer.

On ne peut point douter non-plus que dans la distillation du Vitriol par la cornuë percée de quelques petits trous ou de quelques fentes, les parties de feu ne s'y insinuënt, & que ce ne soit à elles qu'on doive rapporter

cette subtilité & cette volatilité des particules acides du Vitriol, qui égale celle de ce même acide dans le souffre mineral lorsqu'on le brûle; avec cette difference que sa rarefaction est lumineuse dans le souffre, & qu'elle ne l'est pas dans la distillation de l'esprit volatile acide du Vitriol.

Qu'il y ait une portion de cette liqueur qui soit alkaline on le juge de ce que mêlée avec l'esprit de Nitre, elle fermente trés vivement avec ébullition, petillement & chaleur, de la même maniere que font les sels alkalis.

Cette même liqueur fermente aussi avec les alkalis, ce qui est une marque qu'elle contient des particules acides. On ne doit point estre surpris d'ailleurs de voir dans une même liqueur les acides & les alkalis confondus & néantmoins tranquiles, puisque dans toutes les analises des plantes & des animaux, nous trouvons des liqueurs qui donnent tout-à-la fois des marques d'acide & d'alkali, & qui contiennent réellement l'un & l'autre ensemble, sans qu'ils agissent l'un sur l'autre, sur tout lorsqu'il y a des parties huileuses ou bitumineuses qui y sont mêlées.

Les Chimistes qui recherchent avec tant d'empressement l'exaltation des souffres des métaux, ont dans cette occasion celuy du Mars aussi exalté qu'il est possible, sans estre néantmoins tout-à-fait dépoüillé de sa terre métalique, ni denué par consequent des vertus qu'on attribuë ordinairement au Fer. Car on pourroit tellement séparer cette matiere sulphureuse de la terre du Fer qu'on la reduiroit à une huile subtile & penetrante, telle à peu-prés que l'huile de Terebentine, comme Mr. Homberg l'a fait; mais pour lors le Fer est decomposé, & la substance huileuse qu'on en sépare n'a plus rien des proprietés du Fer dont elle faisoit partie.

Je ne m'arresterai point à examiner ici si ce souffre est le vray souffre qu'ils imaginent dans le Mars, qu'ils croyent être d'une nature solaire, & propre à teindre les métaux en or. J'ai déja dit ma pensée sur ces fameux souffres métaliques dans les memoires precedens. Je dirai seulement

que cette liqueur ne differe point essentiellement d'un grand nombre de préparations que les Chimistes ont fait du Vitriol, du Fer & de la Pierre Hæmatite, & dont ils nous ont si fort vanté les grandes proprietés sous les noms de *Souffres fixes & Anodins du Vitriol ou du Mars*, d'*Arcanes* & de *Magisteres de Vitriol*, de *teintures* & d'*huiles de Vitriol*, de *Mars* ou de *Pierre Hæmatite*, qui n'ont toutes pour base que le Fer trés subtilisé & tres attenué.

Cette *Eau mere* de Vitriol est un trés bon stiptique dont je me suis servi avec succés, tant appliquée exterieurement dans les hemorragies des playes exterieures, que prise interieurement dans les pertes de sang. Cette liqueur stiptique est moins corrosive que l'Eau de Rabel & beaucoup plus astringente, elle n'excite aucune nausée prise interieurement; elle arréte les flux de ventre, les pertes de sang & les fleurs blanches; elle convient dans les crachemens de sang, dans les ulceres de poumon, des reins ou de la vessie, ou je la prefere aux goutes antiphtisiques des Anglois. Elle a cela de commun avec les autres preparations du Mars qu'elle provoque les regles supprimées des femmes.

Il faut avoüer que cette liqueur tient toute sa vertu du Fer qu'on regarde tout à la fois comme un trés grand aperitif, comme un puissant astringent, & j'ajoûterai de plus comme un bon vulneraire; car cette liqueur n'est proprement que le Fer contenu dans le Vitriol, fort rarefié, separé de la partie acide & surabondante du Vitriol avec laquelle il n'étoit que foiblement uni, & joint beaucoup plus intimement avec l'autre portion de ce sel sous la forme de sel alkali, & resout dans un peu d'eau.

La stipticité de cette liqueur aussi bien que celle du Vitriol dépend principalement du Fer qui y est dissous, car le sel vitriolique separé du Fer n'est point du tout stiptique, comme on le peut reconnoître en goutant le sel fixe du colcotar bien dépoüillé de sa terre metalique: &

l'esprit de Vitriol n'est point stiptique, quoiqu'il puisse quelques fois arrêter le sang, ce qu'il fait par sa causticité en brûlant & dessechant le sang les chairs & l'extremité des vaisseaux.

C'est à la stipticité du Fer qu'il faut attribuer les vertus merveilleuses de ce metal & qui parroissent tout-à-fait opposées, comme d'être aperitif & astringent, d'arrêter les pertes de sang des femmes, de provoquer leurs regles supprimées, d'arrêter les devoyemens, d'ouvrir quelques fois le ventre, de lever les obstructions des visceres, de remedier à leur trop grand relâchement, de subtiliser ces liqueurs trop épaisses & trop grossieres, & de diminuer quelques fois leur trop grande fluidité: ce qui paroîtroit un paradoxe ou une fiction, si on n'éprouvoit pas tous les jours ces effets contraires dans la pratique ordinaire de ce remede.

Les Chimistes ont reconnu ces differentes proprietés du Fer, & ils ont crû qu'elles dépendoient de deux principes fort differens: C'est pour cela que dans les differentes préparations de ce métal ils ont cherché à exalter dans les unes sa vertu aperitive & à faire un *Mars aperitif*, & dans les autres à faire un *Mars astringent* en exaltant sa vertu astringente. De là sont venus les chaux, les safrans, les sels, les teintures de Mars aperitives & astringentes; les unes dans la veuë d'ouvrir, les autres dans l'intention de resserrer. Mais ce qui est digne d'attention, c'est que souvent leurs préparations de Mars astringent ne laissent pas de pousser par les urines & les sels, que les préparations du Mars aperitif guerissent souvent des flux de ventre opiniâtres & inveterés: & de plus c'est que toutes préparations de Mars rappellent les regles supprimées des femmes, & arrêtent leur flux immoderé.

Si je cherche quelle peut être dans le Fer ou dans ses préparations la cause de deux effets si contraires, je n'y remarque que la seule astriction ou stipticité à laquelle je les puisse attribuer; & en effet, elle peut fort bien elle seu-

le produire ces differens effets ; c'est ce que l'on concevra aisément si on fait reflexion que ces differens accidens sont produits pour l'ordinaire par une seule & unique cause qui est la foiblesse du ressort des fibres des vaisseaux dans lesquels les liqueurs doivent circuler ou se filtrer, soit qu'elle provienne du relâchement de ces mêmes fibres, soit que les liqueurs étant devenuës plus épaisses & moins fluides, opposent une plus grande resistance à la force de ressort des fibres qui doivent les pousser & les battre ; car comme les sucs du corps ne roulent dans les petits canaux des visceres, qu'autant qu'ils sont poussés par le battement vif des fibres de ces vaisseaux : si leur ressort vient à se relâcher par quelque accident, ou si les liqueurs devenues trop épaisses resistent trop à l'impulsion des fibres des vaisseaux, la liqueur ne coulant que foiblement ou point du tout dans ces conduits, se grumelera & fera des obstructions ou de petites digues dans les extremités des canaux ou dans la glande, ou bien si ces sucs arrêtés ne sont pas de nature à se grumeler & qu'ils restent fluides, ils gonfleront tellement les vaisseaux qu'ils en écarteront les fibres suffisamment pour se glisser entr'elles & s'extravaser par leurs pores, ou même ils les déchireront & se feront ainsi de nouvelles issuës. Il y a bien de l'apparence que c'est de cette maniere qu'arrivent les flux inmoderés de certaines évacuations ordinaires, ou leurs suppressions, aussi bien que les épanchemens de liqueurs qui surviennent contre nature.

Dans ces differens évenemens on concevra fort aisément que le Fer par sa stipticité, resserrant les fibres & raffermissant le tissu des vaisseaux en rétablira le ressort ou l'augmentera ; que le ressort des solides augmenté les liqueurs trop épaisses fortement battuës dans les vaisseaux se diviseront & reprendront leur fluidité naturelle, & qu'ainsi la circulation de ces mêmes sucs aussi bien que leurs filtrations se feront plus librement & plus parfaitement : que par ce moyen les regles supprimées par l'obstruction des vaisseaux reprendront leur cours naturel,

que les pertes de sang causées par l'épanchement du sang au travers des pores des vaisseaux gonflés outre mesure, ou causées par le déchirement de ces mêmes canaux cesseront; que les hydropisies occasionnées par de legeres obstructions dans quelques parties ou par le deffaut de ressort des fibres des parties, gueriront par ce remede; que les devoyemens produits par un simple relâchement des fibres de l'estomac & des intestins s'arrêteront de même & ainsi des autres maladies qui se guerissent par l'usage du Fer.

A la verité il faut que les obstructions ne soient pas insurmontables, c'est-à-dire qu'elles puissent ceder à la force de ressort dont les vaisseaux sont capables, sans quoi le Fer non-seulement sera inutil, mais même nuisible, parce qu'augmentant la circulation des liqueurs il les poussera avec plus de violence vers les digues insurmontables à cet effort, comme il arrive dans les hydropisies inveterées, dans les obstructions squirreuses & dans les affections scorbutiques poussées au dernier degré. La même chose arrivera aussi si la consistance du sang est trop épaisse & trop forte pour être divisé par la trituration ou le battement des fibres, comme dans les fievres hectiques ou dans les affections mélancoliques inveterées & portées à leur dernier degré: car dans toutes ces maladies, les remedes calybés sont trés nuisibles & causes en quelques-unes des hemorragies mortelles, & en d'autres des sueurs & des devoyemens qui emportent le malade.

A l'égard des préparations du Fer que l'on doit choisir, les Medecins sont fort partagés sur cela: les uns preferent l'acier au Fer, les autres le Fer à l'acier, les uns la simple limaille à toutes les autres préparations, d'autres le safran de Mars preparé à la rosée de May, d'autres le safran preparé avec le souffre, le sel & la teinture de Mars par le Tartre.

Dans les occasions ou on veut donner le Mars en substance, je prefere le safran de Mars ouvert par la rosée à

la

la limaille & aux autres ſafrans, par ce que dans cette préparation le Mars eſt plus rarefié & réduit en plus petites parties que la limaille, qu'il ne charge point l'eſtomac comme elle fait trés ſouvent, & que d'ailleurs la ſalive & le ſuc ſtomacal qui eſt un diſſolvant ſalin ſulphureux, tirent plus aiſément la teinture de cette roüille que du Fer en limaille.

Je crois par la même raiſon le Fer preferable à l'acier, parce que dans l'acier les parties du métal ſont beaucoup plus compactes que dans le Fer.

A l'égard des ſafrans je les crois tous fort inferieurs à la roüille preparée par la roſée, parce que dans celle-cy les parties du Fer ſont ſeulement étenduës & diviſées en trés petites parties ſans être alterées, au lieu que dans les autres ſafrans ou bien ils ſont ſoulés d'acides, ou bien ſi ces ſels ont eſté emportés par le feu dans de fortes calcinations, la partie bitumineuſe du Fer qui n'eſt pas la moins utile a été enlevée, ou tellement deſſechée qu'elle eſt, pour ainſi dire, réduite en charbon : ce qui empêche que ces parties métalliques ne puiſſent être aiſément diſſoutes par les levains de l'eſtomac.

Mais de toutes les préparations du Mars je prefere celles qui ſont en liqueur à celles où on le prend en ſubſtance; parce que les parties du Fer réduites en liqueur ſont pour lors plus en état de ſe meſler avec tous les ſucs du corps, de ſe porter promptement dans toutes les parties, d'y répandre leur action & d'y faire leur effet ſans fatiguer d'ailleurs l'eſtomac.

La préparation dont je me ſers le plus ſouvent & avec beaucoup de ſuccés, eſt le vin calybé, ou le vin dans lequel on a fait infuſer de la limaille de Fer.

Ce métal étant un composé d'une terre & d'un bitume étroitement liés enſemble, trouve dans le vin un diſſolvant trés convenable, composé d'un ſel eſſentiel acide ſubtile, & d'une huile trés rarefiée. Pendant que cette huile ſe charge du bitume du Fer, le ſel acide fait la diſſolu-

tion de la terre métallique, & le métal se trouve par ce moyen rarefié autant qu'il le peut être, & réduit en parties assés petites pour être porté jusques dans les canaux du corps les plus deliés & les plus reculés. On en donne environ quatre onces le matin à jeun dans quelque apozeme aperitif & autant l'aprés-dîner; ou bien on l'étend dans beaucoup d'eau, qu'on fait boire au malade en guise d'eau minerale pour la suppression des regles & les maladies d'obstructions. Dans les foiblesses d'estomac & les devoyemens, le malade met une cuillerée de ce vin dans chaque verre de boisson qu'il prend.

Je prefere cette préparation à la teinture de Mars ordinaire faite avec le Tartre, parce que le Tartre étant infiniment plus grossier que le vin, ne divise pas le Fer en parties aussi fines & aussi subtiles.

Dans cette préparation du vin calybé, la partie terreuse du Fer l'emporte encore beaucoup sur sa partie bitumineuse, & comme il y a des occasions où on a autant besoin de la partie bitumineuse du Fer que de sa partie métallique & astringente comme dans les crachemens de sang, les ulceres du poumon &c. Je prefererois dans cette occasion la teinture antiphtisique des Anglois, ou plutôt la teinture de Mars de Zuelfer, qui est faite avec la *Terre foliée du Tartre* & le *Vitriol de Mars* broyés ensemble & digerés dans l'esprit de vin qui prend une trés belle teinture rouge. Cette teinture est chargée de la plus grande partie du bitume du Fer & d'une mediocre portion de la terre métallique la plus subtile, parce que la terrefoliée étant un menstrue salin huileux, ne se charge presque que de la partie bitumineuse du Fer, qu'elle dépose ensuite dans l'esprit de vin, & cet esprit ne se charge luy-même que de la partie sulphureuse la plus rarefiée à la reserve d'une trés petite portion de terre fort fine qui se trouve inseparable de la partie bitumineuse, aussi cette teinture est-elle estimée trés propre à adoucir l'acreté de l'humeur qui entretient les ulceres des pulmons, des reins

& de la vessie, & à déterger & consolider les mêmes ulceres.

Ce n'est pas dans cette seule occasion qu'on a reconnu la vertu balsamique & vulneraire du Fer; il y a longtemps que l'on a dit de luy, *Pungit & ungit, sauciat & sanat.* Il y a eu des Chirurgiens dans ces dernieres guerres qui ont employé avec succés pour la guerison des playes les Pierres vulneraires preparées les unes avec le Tartre & le Mars simplement, les autres avec d'autres drogues balsamiques & vulneraires qu'ils y joignoient.

Pour la Pierre vulneraire simple ils prennent égales parties de limaille de Fer & de Tartre blanc pulverisé, ils en font une pâte molle avec le vin ou l'eau de vie, & on laisse la matiere en digestion au Soleil durant l'Eté, la remuant de temps en temps jusqu'à ce que le tout soit entierement dessseché. On remet la masse en poudre, on la detrempe ensuite avec le vin, la faisant digerer de nouveau & puis dessecher; on réïtere ces operations jusqu'à ce qu'on n'apperçoive plus de grains de limaille, & que le tout se mette en poudre fort fine. Pour lors avec l'eau de vie on en forme des boules qu'on laisse dessecher à l'air & durcir, c'est la Pierre vulneraire simple dont on vante fort les vertus pour la guerison des playes & des ulceres.

On fait tremper quelque temps cette Pierre dans le vin, l'eau de vie ou l'urine, & on lave avec cette dissolution les playes simples, ou bien on en seringue dedans, quelques fois on y répand sur la playe de la Pierre même reduite en poudre pour arrester les hemorragies, & on applique dessus des compresses trempées dans la même dissolution qu'on renouvelle de vingt-quatre en vingt-quatre heures. On fait la même chose pour les ulceres qu'elle desseche & cicatrise trés promptement.

C'estoit de cette composition ou préparation du Mars que *Vuillis* faisoit aussi des eaux minerales artificielles, mettant tremper ces Pierres dans une grande quantité d'eau pour faire boire aux malades en maniere d'eaux mi-

nerales. C'est aussi le *Mars potabilis* de Maëts.

La Pierre vulneraire composée se fait de differentes manieres. On en voit plusieurs Descriptions sous les noms *Lapis medicamentosus, Lapis mirabilis*, & de *Lapis salutis*.

En voici une dont j'ai vû de fort bons effets.

Prenez Limaille de Fer, & Pierre hematite pulverisées de chacun trois onces ; Crême de Tartre six onces ; faites en une pâte avec le vin que vous ferés digerer & secher comme la precedente. Reïterés les digestions & exsiccations jusqu'à ce qu'on n'apperçoive plus de Fer. Alors mettés vôtre pâte seche en poudre fort subtile. Meslez y y exactement du mastic en larmes & du safran bien pulverisés, de chacun une demie once. Faites dissoudre dans le vin une once d'aloës & autant de mirre. Arrosés vos poudres de cette dissolution, & versés par dessus du vin à la hauteur de quatre doigts. Laissés le tout en digestion, remuant de temps en temps; puis évaporés la liqueur jusqu'à siccité. Remettés la pâte en poudre, humectés la avec l'eau de vie, & en formés des boules que vous ferés secher pour garder.

Dans ces Pierres le Tartre divise le Fer & la Pierre hematite qui est elle-même un fer ouvert. La partie sulphureuse du vin rarefie le bitume du Fer & le rend par là plus en état de consolider les playes & de les refermer. Les gommes & resines qu'on y joint ne peuvent encore qu'étendre ce bitume du Fer & augmenter la vertu balsamique de cette Pierre par la leur propre.

DE LA FIGURE DE LA TERRE.

Par M. CASSINI.

NOus n'entreprenons point ici de rapporter les divers sentimens qui ont partagés les Philosophes touchant la Figure de la Terre.

On ne peut gueres s'imaginer de Figure qu'ils ne luy ayent attribuée; car sans parler de ceux qui la crûrent semblable à une colomne, à un tambour, à un cone, ou à un arbre dont la racine sur laquelle elle étoit appuyée, s'étendoit à l'infini; il y en eut quelques-uns qui la jugerent platte, sans y admettre d'autre inégalité que celle qui y est causée par les montagnes.

D'autres craignant que les eaux de la mer ne vinssent à s'écouler si elles n'étoient resserrées par quelques limites luy donnerent la Figure d'une Hemisphere concave.

D'autres enfin considerant que le sommet des tours & des hautes montagnes s'appercevoit de loin, pendant que leur pied étoit caché sous l'horizon; que ceux qui étoient dans des lieux plus élevés voyoient le Soleil se lever plûtôt & se coucher plus tard, que ceux qui étoient dans des lieux plus bas; que l'ombre de la Terre paroissoit avoir dans les Eclipses de la Lune une figure circulaire; & que les personnes qui voyageoient du Septentrion au Midi, voyoient les Etoiles Australes s'élever sur l'horison à mesure que les Etoiles Septentrionales s'abbaissoient, jugerent qu'elle étoit spherique.

Ce sentiment qui étoit fondé sur des raisons solides fut presque generalement reçeû de ceux qui entreprirent avant nous de determiner la grandeur de la Terre par des Operations Geometriques. Ils employerent la mesure d'une petite portion de sa circonference pour en conclure toute son étenduë, en supposant que tous les degrés des Meridiens de la Terre étoient égaux entr'eux & que les lignes perpendiculaires à l'horison qui passent par le Zenith & mesurent les degrés dans le Ciel, étoient dirigées vers un même point qu'ils jugeoient être le centre de la Terre.

Plusieurs grands Geometres de nôtre temps ont abandonné cette hypothese de la sphericité de la Terre. Monsieur Newton dans ses Principes Mathematiques de la Philosophie naturelle, ayant consideré que la force qu'il nomme centrifuge & qui resulte du mouvement journalier de

la Terre devoit élever suivant l'Equateur les parties qui tendent à s'éloigner de l'axe de la Terre, jugea qu'elle devoit être abbaissée vers les Poles, & il trouva selon ses principes que supposant la Terre d'une matiere uniforme aussi dense à sa circonference que vers son centre; le diametre de l'Equateur devoit être au diametre qui passe par les Poles comme 692. à 689.

Monsieur Huygens dans son discours de la cause de la pesanteur, ayant consideré qu'à Cayenne qui n'est éloignée de l'Equateur que de quatre à cinq degrés, un pendule qui bat les secondes y est plus court qu'à Paris d'une ligne & un quart, d'où il suit que si on prend des pendules d'égale longueur, celui de Cayenne fait des vibrations un peu plus lentes que celui de Paris; jugea que la cause de ce Phenomene pouvoit être rapportée au mouvement journalier de la Terre, qui étant plus grand en chaque Pays, selon qu'il approche plus de la ligne Equinoctiale, doit produire un effort proportionné à rejetter les corps du centre & leur ôter par consequent une certaine partie de leur pesanteur. Il ajoûte que cet effort qui resulte du mouvement circulaire de la Terre, doit écarter de la perpendiculaire un plomb suspendu à une corde; & que comme la surface de tout liquide se dispose ensorte que la ligne de suspension lui soit perpendiculaire, parce qu'autrement il pourroit descendre davantage, il suit que la Mer a la figure d'un spheroide, & que la Terre a dû s'y conformer lors qu'elle a été assemblée par l'effet de la pesanteur. Sur ces principes il avance comme un paradoxe que la Terre n'est pas tout-à-fait spherique, mais d'une figure de sphere abbaissée vers les Poles telle que feroit à peu-prés une Ellipse en tournant sur son petit axe, & il conclut que le diametre de l'Equateur excede l'axe de la Terre de $\frac{1}{578}$. au lieu que suivant M. Newton, cet excés n'est que de $\frac{1}{230}$. du diametre de l'Equateur.

Tout au contraire M. Einsenschmid celebre Mathematicien de Strasbourg ayant examiné la grandeur du degré

qui resultoit de plusieurs dimensions faites sous differents paralleles par divers Mathematiciens, trouva que la grandeur du degré de la Terre tirée des mesures de Snellius faites en Hollande étoit plus petite que celle que M. Picard avoit determinée par ses Observations faites en France qui est plus vers le Midi ; que la grandeur du degré qui resulte des mesures de M. Picard faites aux environs de Paris étoit plus petite que celle qui avoit été trouvée par le P. Riccioli à Bologne qui est plus Meridionale que Paris, & que celle-ci étoit encore plus petite que la grandeur du degré qui avoit été autrefois determinée par Eratosthenes entre la ville d'Alexandrie & celle de Syene qui étoit sous le Tropique du Cancer ; Cette inégalité de degrés qui augmentoient de grandeur en s'approchant de la ligne Equinoctiale luy fit juger que la Terre n'étoit point spherique, mais qu'elle avoit la figure d'un spheroïde alongé vers les Poles dont les Meridiens sont representés par des Ellipses & l'Equateur & les paralleles par des cercles.

Il determine sur ce fondement l'inégalité des degrés d'un Meridien de la circonference de la Terre ; mais il avoüe qu'il seroit à souhaiter qu'on fit encore de ces observations prés du Pole & de l'Equateur pour determiner plus exactement & avec plus de certitude la figure & la grandeur de la Terre ; & que la ligne meridienne qu'on devoit tirer par l'Observatoire Royal de côté & d'autre jusques aux confins du Royaume seroit d'une trés grande importance pour decider cette question.

Il rapporte aussi dans son Traité de la Figure de la Terre les sentimens de divers Autheurs qui ont de même que lui jugés que la Terre étoit alongée vers les Poles, & il cite entre autres M. Burnet qui considerant que par la revolution journaliere de la Terre, la masse de l'eau reçoit un plus grand degré de vitesse vers l'Equateur que vers les Poles où elle decrit de plus petits cercles ; les parties de l'eau qui sont les plus agitées font effort pour s'éloigner du

centre de leur mouvement & ne peuvent s'élever à cause de l'air qui les environne de tous côtés & qui leur resiste; de sorte qu'elles sont obligées de s'écouler de part & d'autre pour se mettre en équilibre; car ajoute t-il, les eaux qui trouvent quelque obstacle s'écoulent du côté où elles trouvent un passage, & où leur mouvement est plus libre, de sorte que par la diminution des eaux de la Mer qui sont vers l'Équateur, le globe de l'eau s'est un peu alongé vers les Poles, & la croûte de terre qui s'est formée pardessus a dû prendre la même figure.

Dans cette diversité d'opinions touchant la Figure de la Terre, nous avons crû devoir examiner qu'elle est celle qui resulte des Observations que nous avons faites dans la partie Meridionale de la France, comparées à celles que M. Picard avoit faites dans des lieux plus Septentrionaux.

La mesure de la Terre de M. Picard s'étend depuis le parallele d'Amiens qui est de 49^d 54′ 46″ jusqu'au parallele de Malvoisine qui est de 48^d 31′ 48″ & dans cette intervalle qui est d'environ un degré & un tiers, la grandeur du degré d'un Meridien resulte de 57060 Toises.

Nos mesures commencent à l'Observatoire Royal de Paris qui est sous le parallele de 48^d 50′ 10″ & se terminent à Collioure qui est vers l'extremité Meridionale de la France sous le parallele de 42^d 31′ 13″ Dans cette étenduë qui est de 6^d 18′ 57″ nous avons trouvé la grandeur de chaque degré l'un portant l'autre de 57100 Toises. Ainsi si l'on suppose les Observations de M. Picard & les nôtres exactes dans toutes leur circonstances, il resulte que les degrés qui sont vers le Septentrion sont plus petits que ceux qui sont vers le Midi, & que par consequent la figure d'un Meridien de la Terre doit être telle que les degrés augmentent plus on s'approche de l'Equateur & diminuent au contraire en allant vers les Poles; ce qui est la proprieté d'une Ellipse dont le grand diametre represente l'axe de la Terre, & le petit diametre celui de l'Equateur, comme on le demontrera dans la suite.

Cette

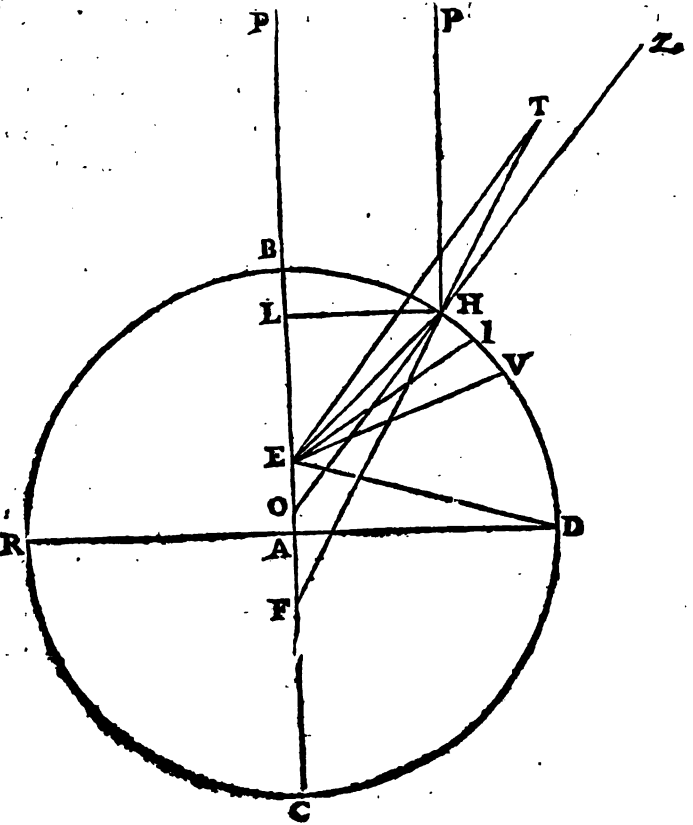
Cette Ellipſe tournant autour de ſon grand axe forme par ſa révolution un ſpheroïde dont les Poles ſont aux extremités du grand axe, & dont l'Equateur & les paralleles ſont repreſentés par des cercles. Cette Figure eſt celle que nous attribuons à la Terre, & nous donnerons ſuivant cette hypotheſe une methode fort ſimple pour diviſer les Ellipſes qui repreſentent les Meridiens de la Terre en degrés & minutes, & déterminer l'inégalité de ces degrés, qui ſont terminés dans le Ciel par des perpendiculaires à l'horiſon, leſquelles paſſent par le Zenith & coupent toutes l'axe de la Terre en des points differents. Soit *BDCR*, une Ellipſe qui repreſente un Meridien de la Terre, dont les Poles *B* & *C*, ſoient à l'extremité du grand axe *BC*, & dont les foyers *E*, & *F*, ſoient pris à diſcretion.

On veut diviſer cette Ellipſe en degrés, c'eſt-à-dire; trouver divers points *H*, *I*, *V*, tels que la diſtance du Pole au Zenith de chacun de ces points ſoit d'un certain nombre de degrés donnés tel que l'on voudra.

Soit mené d'un des foyers de l'Ellipſe *E*, la ligne *ET*, qui faſſe avec l'axe *BC*, un angle *BET* égal à la diſtance donnée du Pole au Zenith. Soit pris avec un compas un intervalle égal à l'axe *BC* & de l'autre foyer *F* comme centre ſoit décrit à cet intervalle un arc de cercle qui coupe en *T* la ligne *ET*. Je dis que la ligne *FT* tirée du point *T* au foyer *F*, coupera l'Ellipſe au point *H* qui eſt tel que la diſtance du Pole au Zenith de ce lieu ſoit du nombre de degrés donnés.

DEMONSTRATION.

Du point *H* ſoit elevée *HZ* perpendiculaire à l'Ellipſe qui paſſe par le Zenith *Z*, & étant prolongée en dedans rencontre l'axe de la Terre en *O*, & diviſe par la proprieté de l'Ellipſe l'angle *EHF* en deux parties égales. Soit auſſi mené du point *H*, *HP* parallele à l'axe *BC* & dirigée au Pole *P* qu'on ſuppoſe à une diſtance infinie. L'an-



gle *PHZ* ou *POZ* mesure la distance du Pole au Zenith d'un habitant qui seroit sur la Terre au point *H*.

Par la construction *FT* est égale à l'axe *BC*; mais *BC* par la proprieté de l'Ellipse est égale à *EH* plus *HF*; retranchant *FH* commun, on aura *EH* égal à *HT*. Les angles *ETH*, *TEH*, seront donc égaux, & par consequent chacun la moitié de l'angle externe *EHF*; mais l'angle *EHO* est aussi égal à la moitié de l'angle *EHF*; les angles *TEH*, *EHO*, seront donc égaux entr'eux, & par consequent les lignes *ET*, *HO*, seront paralleles entre elles, & l'angle *POZ* qui mesure la distance du Pole au Zenith du point *H*, sera égal à l'angle *BET* qui par la

construction a esté fait égal à la distance donnée du Pole au Zenith ; ce qu'il falloit démontrer.

Si l'on suppose presentement la proportion du grand diametre de l'Ellipse *BC* à la distance *EF* entre les foyers telle que l'on voudra ; on pourra déterminer par le calcul tous les points de l'Ellipse comme *H*, qui terminent les degrés, en faisant comme *FT* ou *BC* est à *EF* ; ainsi le sinus de l'angle *PET* distance donnée du Pole au Zenith est au sinus de l'angle *ETF* ou *TEH* dont la valeur sera par consequent connuë. Cet angle *TEH* étant ajoûté à l'angle *PET* distance donnée du Pole au Zenith du point *H*, donne la valeur de l'angle *BEH* que la ligne tirée du foyer au point *H* cherché fait avec l'axe de l'Ellipse.

Maintenant dans le triangle *EHF* dont le côté *EF* est connu, aussi bien que l'angle *EHF* qui est le double de l'angle *TEH*, & l'angle *FEH* supplément de l'angle *BEH* ; on aura la valeur du côté *EH* connu en parties de l'axe *BC*.

On trouvera par la même methode les angles *BEI*, *BEV* &c. & la valeur des lignes *EI*, *EV*, pour la distance du Pole au Zenith de tous les degrés de la circonference de la Terre ; & dans les triangles *HEI*, *IEV*, rectilignes dont les côtés *HE*, *EI*, *EV* sont connus aussi bien que les angles compris entre les côtés *HEI*, *IEV* qui sont la difference entre les angles *BEH*, *BEI*, *BEV* determinés cy-dessus, on connoîtra la valeur des cordes *HI*, *IV* comprises entre chaque degré.

On aura donc la proportion exacte des cordes de chaque degré de la circonference de la Terre dans l'hypothese Elliptique ; Et comme la proportion de ces cordes entr'elles n'est pas sensiblement differente de la proportion qu'ont entr'eux les arcs des Ellipses qu'elles soutendent, on aura en même temps la proportion entre les degrés de la circonference de la Terre à telle distance du Pole que l'on voudra, supposant l'excentricité de la Terre d'une certaine quantité.

Pour une plus grande précision on pourroit calculer la proportion qu'il y a entre les cordes des demi & quarts de degré de la circonference de la Terre, afin que la difference qu'il peut y avoir entre la proportion des arcs & celles des cordes fut moins sensible : mais si l'on considere que l'excés de l'arc d'un degré sur la corde qui le soutend n'est que d'environ quatre pieds, il est aisé de juger que la difference qu'il y a entre la proportion des cordes de chaque degré & celle des arcs des Ellipses qu'elles soutendent est absolument insensible ; joint à cela que les mesures que nous avons employées pour déterminer la grandeur de la Terre ont esté faites suivant les lignes droites & non pas suivant la courbure de la circonference de la Terre.

Ayant appliqué la methode qu'on vient d'expliquer à la Figure de la Terre que nous avons d'abord supposée semblable à celle de l'Orbe de la Lune dans l'hypothese Elliptique & dont la distance entre les foyers est suivant les Astronomes modernes, d'environ la vingt-troisiéme partie du grand diametre ; nous avons trouvé que selon cette hypotese les degrés augmentoient de grandeur en s'éloignant du Pole & s'approchant de l'Equateur conformement à nos Observations, mais que cette augmentation d'un degré à l'autre à la distance du Pole de quarante degrés n'étoit que de deux toises & quatre pieds, ce qui est trop peu pour representer l'inégalité des degrés qui resulte de la comparaison de nos Observations avec celle de M. Picard.

Nous avons donc esté obligés de supposer l'excentricité de la Terre plus grande, & nous avons trouvé qu'en établissant la distance entre les foyers de l'Ellipse qui represente un Meridien de la Terre, double de celle qu'on attribuë à l'Orbe de la Lune ; ensorte que cette distance soit au grand diametre de la Terre comme 8724. à 100000. c'est-à-dire, à peu-prés comme 1. à 11. cette Ellipse represente parfaitement la figure d'un Meridien de la Terre tel qu'il resulte de nos Observations comparées à celles de M. Picard.

On trouve par exemple que le degré compris entre les paralleles de 49. & de 50. degrés étant de 57060. toises, suivant qu'il a esté déterminé dans la mesure de la Terre; celuy qui est entre les paralleles de 50. & de 51. degrés est de 57071. toises & deux pieds, plus grand de 11. toises deux pieds que le précedent; & que la somme de six degrés compris entre les paralleles des lieux dont nous avons déterminé la distance est de 342600. toises, ce qui donne la grandeur de ces degrés l'un portant l'autre de 57100. toises telle que nous l'avons observée.

On trouve aussi que suivant l'hypothese de la Terre Elliptique, la plus petite inégalité d'un degré à l'autre est vers les Poles & vers l'Equateur, où elle n'est que de deux à trois pieds. Cette inégalité dans les degrés augmente ensuite de côté & d'autre jusqu'au parallele de 45. degrés où elle est la plus grande qui soit possible, & où on l'a calculée d'environ 11. toises & demi.

Il suit de-là que les lieux les plus convenables pour connoître s'il y a quelque inégalité dans les degrés d'un Meridien de la Terre sont compris entre les paralleles de 40. & de 50. degrés qui sont précisement ceux que nous avons déterminé par nos Observations. Cette même inégalité dans les degrés devroit s'observer vers le parallele de 45. degrés, quand même on supposeroit la Terre abbaissée vers les Poles; avec la difference que les degrés diminüeroient de grandeur en s'approchant de l'Equateur, ce qui est contraire à nos Observations.

En continuant cette recherche, on trouve la grandeur du degré d'un Meridien prés du Pole de 56785. toises & demi, & celle du degré prés de l'Equateur de 57440. toises, de sorte que du plus grand au plus petit degré de la Terre, il y a une difference de 655. toises.

Prenant la somme de tous les degrés d'un Meridien, on aura sa circonference de 20. 560. 295. toises plus grande seulement de 4295. toises que ne seroit la circon-

ference de la Terre ſuppoſée ſperique, lorſque la grandeur du degré eſt de 57100. toiſes.

A l'égard de l'axe de la Terre, on le trouvera de 6. 557,040. toiſes plus grand que dans l'hypoteſe ſpherique de 13856. toiſes, ou environ ſept de nos lieuës. On aura auſſi la diſtance entre les deux foyers de la Terre de 286,018. toiſes ou 443 lieuës; & dans le triangle rectangle *DAE* dont le côté *AE* moitié de l'intervalle entre les deux foyers eſt connu auſſi bien que l'hypothenuſe *ED*, qui par la proprieté de l'Ellipſe eſt égale à la moitié du grand diametre *BC*, on trouvera *AD* de 3266020. toiſes dont le double *DR* diametre de l'Equateur ſera de 6, 532, 040. plus petit que l'axe *BC* de 25000. toiſes ou douze à treize de nos lieuës.

La difference entre l'axe de la Terre & le diametre de l'Equateur ſera donc la deux cens ſoixante & deuxiéme partie de ce diametre, plus grande de la moitié que celle que M. Huygens a déterminée, & à peu-prés de même que celle de M. Newton, mais en ſens contraire.

Le diametre de l'Equateur étant connu on aura ſa circonference de 20, 521, 006. toiſes, ce qui donne la grandeur des degrés de l'Equateur qui dans cette hypothe ſont égaux entre eux de 57003. toiſes à peu-prés de même que celui du Meridien qui eſt à la diſtance du Pole de 36 degrés.

Prenant la difference entre la circonference d'un Meridien qu'on a trouvé de 20, 560, 295. toiſes & celle de l'Equateur qui eſt de 20,521,006. toiſes, on aura 39289. toiſes ou environ 20. lieuës, dont le circuit de la Terre autour d'un de ces Meridiens excede ſon circuit autour de l'Equinoctial.

On peut ſuivant ces mêmes principes déterminer en toiſes ou lieuës le diametre & la circonference de chaque parallele; car dans le triangle rectangle *ELH*, l'angle *LEH* & l'hypothenuſe *EH* étant connus, on trouvera la valeur du côté *LH* demi-diametre du parallele qui paſſe

par le point H dont la latitude eſt connuë.

La grandeur des Meridiens & des Paralleles de la Terre étant ainſi determinée par rapport à nos Obſervations, on pourra l'employer dans la conſtruction des Globes terreſtres & des Cartes Geographiques.

Pour en faciliter la deſcription, nous avons dreſſé une Table où l'on a marqué en toiſes & en pieds la grandeur de tous les degrés des Meridiens depuis les Poles juſqu'à l'Equateur.

Cette Table ſervira à comparer non-ſeulement les Obſervations qui ont deja eſté faites à divers diſtances du Pole pour déterminer la grandeur de la Terre; mais même celles que l'on pourra faire dans la ſuite dans le même deſſein ſous divers autres paralleles.

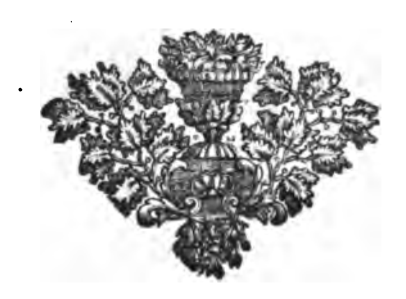


Table des Degrés des Meridiens de la Terre.

Hauteur du Pole.	Dist. du Pole au Zenith.	Degrés d'un Meridien.		Hauteur du Pole.	Dist. du Pole au Zenith.	Degrés d'un Meridien.		Hauteur du Pole.	Dist. du Pole au Zenith.	Degrés d'un Meridien.	
D	D	*Toises*	*Piés*			*Toises*	*Piés*			*Toises*	*Piés*
90	0	56785	3	60	30	56952	5	30	60	57280	1
89	1	56785	5	59	31	56962	5	29	61	57289	5
88	2	56786	4	58	32	56973	1	28	62	57299	2
87	3	56787	5	57	33	56983	3	27	63	57308	4
86	4	56789	3	56	34	56994	0	26	64	57317	5
85	5	56791	3	55	35	57004	5	25	65	57326	3
84	6	56793	5	54	36	57015	4	24	66	57335	1
83	7	56796	3	53	37	57026	3	23	67	57343	2
82	8	56799	4	52	38	57037	4	22	68	57351	2
81	9	56803	1	51	39	57048	5	21	69	57359	0
80	10	56807	0	50	40	57060	0	20	70	57366	2
79	11	56811	2	49	41	57071	2	19	71	57373	2
78	12	56815	5	48	42	57082	4	18	72	57380	1
77	13	56820	5	47	43	57094	0	17	73	57386	4
76	14	56826	1	46	44	57105	3	16	74	57392	5
75	15	56831	4	45	45	57117	0	15	75	57398	3
74	16	56837	5	44	46	57128	2	14	76	57404	0
73	17	56844	1	43	47	57139	4	13	77	57409	0
72	18	56850	5	42	48	57151	1	12	78	57413	4
71	19	56857	5	41	49	57162	2	11	79	57418	0
70	20	56865	0	40	50	57173	4	10	80	57422	0
69	21	56872	4	39	51	57184	5	9	81	57425	3
68	22	56880	3	38	52	57195	5	8	82	57428	4
67	23	56888	4	37	53	57206	5	7	83	57431	3
66	24	56897	1	36	54	57217	5	6	84	57433	5
65	25	56905	5	35	55	57228	3	5	85	57435	5
64	26	56914	5	34	56	57239	1	4	86	57437	3
63	27	56924	0	33	57	57249	4	3	87	57438	4
62	28	56933	4	32	58	57260	0	2	88	57439	3
61	29	56943	0	31	59	57270	1	1	89	57440	0
60	30			30	60			0	90		

EXPERIENCES

EXPERIENCES ET REFLEXIONS

Sur la prodigieuse ductilité de diverses Matieres.

Par M. DE RÉAUMUR.

L'Art comme la nature a des merveilles que souvent nous n'appercevons pas, parce qu'elles sont continuellement sous nos yeux; contens de satisfaire nos besoins ou nôtre luxe, nous ne nous avisons guere d'aller chercher à quelles ingenieuses pratiques nous sommes redevables des choses dont nous faisons un usage ordinaire. L'Art du Tireur d'or, que nous avons décrit depuis peu dans nos Assemblées particulieres, le prouve assez. Ceux qui se parent des fils qu'ils preparent d'une maniere si surprenante, sont rarement ceux qui remarquent ce que ces fils d'or ont de veritablement admirable. Quelques Philosophes les ont examiné attentivement; ils en ont tiré d'excellentes preuves de la prodigieuse divisibilité de la matiere, auxquelles ils eussent encore pû donner plus de force s'ils eussent été plus instruits de tout ce que sçait faire l'Art du Tireur d'or: ils ont aussi cherché à rendre raison de cette grande ductilité des métaux, mais c'est un des plus grands secrets de la nature. La cause de la ductilité tient à ce que la Physique a de plus obscur, je veux dire, à la cause de la dureté, & a outre cela ses difficultés particulieres. Nous ne sommes pas plus en état que ces Philosophes d'expliquer cette proprieté des corps, mais nous sommes plus en état de faire voir jusques ou l'Art en sçait profiter. Nous avons eû occasion de faire diverses Experiences sur cette matiere, nous allons les rapporter; nous examinerons les effets de la ductilité de corps fort differens. On ne sera peut-être pas fâché de trouver réüni dans un même point de veûë ce qu'il y a de plus singulier dans un sujet sur le-

quel l'art & la nature semblent nous fournir à l'envi des choses remarquables.

En general les corps ductiles sont ceux qui étant frappés, pressés ou tirés, s'étendent sans se rompre, dans un sens, à peu-prés de ce qu'ils diminüent dans un autre; tels sont les métaux qui sous les coups de marteau acquierent en longueur & en largeur ce qu'ils perdent en épaisseur, ou qui étant tirés par une filiere, deviennent plus longs à mesure que leur grosseur diminuë. Nous avons encore une autre espece de corps, qui quoiqu'ils ne soient pas maléables comme les métaux, peuvent néantmoins être appellés ductiles; les colles, les gommes, les resines, & tous les corps qui ayant été ramollis par l'eau, par le feu ou par quelqu'autre dissolvant, se tirent en fils, nous fourniront des exemples de cette sorte de ductilité. Les corps ductiles peuvent donc se diviser en deux classes, dont la premiere contient les corps ductiles que nous nommerons *durs*, & qui sont maléables, ce sont ceux dont nous parlerons d'abord; la deuxiéme classe est composée des corps ductiles *mous*, qu'on peut étendre en les tirant, quoiqu'ils ne soient pas maléables, & ce sont ceux que nous examinerons ensuite.

La maniere la plus commune d'étendre les corps ductiles durs, c'est de les étendre en les frappant à coups de marteau; avec de pareils coups bien menagés, la plûpart des ouvriers en or, en argent, en cuivre, en étain donnent les figures qu'il leur plaist à des masses informes. Quoique ces sortes d'ouvrages meritent plus d'attention qu'on ne leur en donne communément, nôtre dessein n'est pas de nous y arrêter; à present nous ne voulons considerer les corps ductiles que par rapport à la grande étenduë qu'ils peuvent acquerir.

Il n'y a guere que les Batteurs d'or qui, avec le secours seul du marteau, rendent des lames de métal extremement minces. Ils nous préparent ces feüilles que nous employons dans la plûpart de nos dorures; on sçait qu'ils les tirent

d'un lingot assés gros, dont ils diminüent l'épaisseur à un tel point, que les feüilles qui en sont formées cedent au plus leger souffle du vent. Pour sçavoir par une voye plus sure que par le recit des ouvriers, auquel Rohault s'en est rapporté ; pour sçavoir, dis-je, jusques où cet art sçait actuellement étendre l'or, j'ai pris une certaine quantité de feüilles des plus minces, telles que le sont celles qu'on met dans les livrets ordinaires ; j'ai avec soin mesuré leur grandeur, & je les ai pesées dans des balances trés fines ; j'ai vû qu'un grain d'or battu, or qu'est-ce qu'un grain d'or ! avoit une étenduë de 36. pouces quarrés & demi, & 24. lignes quarrées, c'est-à-dire, qu'un once d'or qui étant sous la forme d'un cube n'auroit que 5. lignes & $\frac{1}{5}$ de ligne au plus, soit en largeur, soit en longueur, soit en hauteur, & qui ne couvriroit qu'une surface d'environ 27. lignes quarrées ; que cet once d'or, lors qu'elle a été étenduë par les Batteurs d'or, couvre une surface de plus de 146. pieds quarrés & demi ; étenduë prés de la moitié plus grande que celle qu'on sçavoit donner à l'or en feüille il y a 90. ans. On regardoit avec surprise du temps du Pere Mersenne, que d'une once d'or on pût former 1600. feüilles qui toutes ensemble ne couvroient pourtant qu'une surface de 105. pieds quarrés. Il seroit long d'expliquer ici ce qui a le plus contribué à perfectionner cet art ; nous ne voulons pas même nous arrêter à faire remarquer l'adresse des hommes qui a été chercher dans les intestins des bœufs ces feüilles d'un parchemin delié sans lesquelles on ne sçauroit reduire l'or en feüilles si minces.

Aprés tout, quelque considerable que soit l'étenduë de la surface de l'or en feüille, elle n'aura plus rien de merveilleux lorsque nous la comparerons avec celle que le même métal acquiert chez les Tireurs d'or. Il y a à la verité telle feüille d'or battu qui dans certains endroits n'a pas $\frac{1}{30000}$ de ligne d'épaisseur, mais $\frac{1}{30000}$ de ligne est une épaisseur assés grande par rapport à l'épaisseur de l'or qui couvre les lames d'argent dorées qui sont filées sur la soye,

Pour mieux connoître combien l'or est alors étendu, & combien il est prodigieusement mince, il est necessaire d'avoir du moins une idée grossiere du procedé des Tireurs d'or. Ce fil que nous nommons communément du fil d'or, & qui comme personne ne l'ignore, n'est que du fil d'argent doré, est tiré d'une grosse barre d'argent : on prend cette barre du poids d'environ 45. marcs; en l'arondissant on en forme un cilindre ou rouleau qui a 15. lignes de diamettre & un peu moins de 22. pouces de hauteur; on dore ce lingot avec les feüilles que préparent les Batteurs, on en employe pourtant à cet usage de plus épaisses que celles qui sont destinées à nos dorures ordinaires, & on en met souvent plusieurs les unes sur les autres ; aprés tout, quoique la couche d'or qui couvre ce lingot soit considerablement plus épaisse que celle de nos autres dorures, elle est encore assés mince ; il est aisé d'en juger par le volume d'or qu'on y fait entrer. Pour dorer ces 45. marcs d'argent on n'employe jamais plus de 6. onces d'or, c'en est assez pour faire du surdoré, mais on n'y fait pas entrer deux onces, & souvent n'y en fait t-on pas entrer beaucoup plus d'une lorsqu'on veut du fil aussi legerement doré que l'est le plus commun fil d'or de Lyon, c'est-à-dire, que la couche d'or qui enveloppe ce lingot n'a jamais d'épaisseur plus de la 15me. partie d'une ligne, que souvent elle n'en a que la 30me. ou la 45me. partie, & enfin qu'elle n'en a quelquefois que la 90me. partie.

Cependant combien cette couche d'or déja mince doit-elle le devenir d'avantage ! Combien de fois, pour ainsi dire, doit-elle estre divisée ! On allonge le lingot qu'elle couvre jusques à sa finesse égale, ou surpasse celle des cheveux. On le fait passer successivement par des trous plus deliés les uns que les autres, ou ce qui est la même chose par des filieres. A mesure qu'il passe par un trou son diamettre diminuë, il gagne en longueur ce qu'il perd en grosseur, il augmente par consequent en surface, & l'or qui couvre ce lingot d'argent ne cesse point de le dorer,

quelque prodigieusement qu'on l'étende, il suit toûjours l'argent, il ne le laisse point à découvert. Cependant combien de divisions a t-il souffert, lorsque le lingot reduit en fil à un diamettre environ 9000. fois plus petit que celui qu'il avoit en lingot. Mais pour nous faire une idée plus sensible de la prodigieuse ductilité de l'or, voyons la longueur à laquelle arrive le lingot tiré à sa derniere finesse.

J'ai pesé avec soin un demi gros de fil du plus delié, & j'ai mesuré avec le même soin la longueur de ce demi gros de fil, je l'ai trouvée de 202. pieds; par consequent l'once de fil avoit 3232. de pieds de longueur, & le marc ou 8. onces en avoient 23856. nôtre lingot qui pesoit 45. marcs & qui n'avoit d'abord que 22. pouces de long, étoit donc parvenu entre les mains des Tireurs d'or à une longueur de 1163520. pieds, ou réduisant les pieds en toises & prenant la lieuë de 2000. toises, sa longueur de 22. pouces avoit été changée dans une longueur de 96. lieuës, & 196. toises, étenduë qui surpasse beaucoup celle que le Pere Mersenne & Furetiere ont donné à l'allongement du lingot: celui-ci, dit aprés le premier, qu'une demi once de fil s'étend à 100. toises & plus, ce plus est considerable; à 100. toises pour la demi once, ce ne seroit que 1200. pieds pour l'once, & nous venons de la trouver de 3232. pieds, Rohault a trouvé aussi l'allongement beaucoup plus petit que nous.

Ce lingot tout long qu'il est, lorsqu'on la réduit en fil si delié n'en reste pas-là, il a encore à s'allonger. La plus grande partie du fil d'or se file sur la soye, & avant de l'y filer on l'applattit, on le fait passer entre des rouës d'acier extremement polies; les rouës en l'applatissant l'allonge de plus d'un 7me. voilà donc la longueur de nôtre lingot encore augmentée de plus d'un septiéme, c'est-à-dire, que le voila parvenu à une longueur de 111. lieuës, aussi est-il alors réduit en lames bien étroites & bien minces: la largeur de ces lames n'est que d'environ $\frac{1}{8}$ de ligne, d'où il suit que leur épaisseur n'a que $\frac{1}{256}$ de ligne. Le calcul

en est aisé à faire ; le poids d'un pied cube d'or & le poids d'un pied cube d'argent étant connus par des experiences assés exactes, nous supposons ici que le pied cube d'or pese 21220. onces, & que le pied cube d'argent en pese 11523. nous ne nous arrêterons point à montrer le chemin qu'on doit suivre pour connoître que l'épaisseur de ces lames d'argent n'est que d'un 256me. de ligne : on aimera peut-être mieux considerer combien est mince la feüille d'or qui couvre des lames d'argent déja fort minces, il y a dequoi bien étonner l'imagination, si l'on se souvient de la petite quantité d'or qu'on a appliquée sur le lingot d'argent ; supposons qu'on en ait mis deux onces, nous avons dit qu'on en employoit souvent moins ; si l'on se donne la peine de calculer qu'elle est la surface que couvrent ces deux onces d'or, on trouvera qu'elle est de 2380. pieds quarrés, ou qu'une once enveloppe 1190. pieds quarrés, & tout ce que les Batteurs d'or sçavent faire, c'est de l'étendre à 146. pieds quarrés & quelques lignes quarrées.

Mais l'or si prodigieusement étendu combien est-il mince ! le calcul precedent servira encore à montrer que son épaisseur n'a pas $\frac{1}{175000}$ de ligne ; il faudroit afin que l'épaisseur de l'or qui couvre l'argent fût d'un $\frac{1}{175000}$, que l'or fût par tout également épais, c'est cependant une supposition qu'on auroit tort de faire ; quelque soin qu'on se donne en battant les feüilles d'or, il est impossible de les battre également, on distingue d'une maniere sensible par leur plus & leur moins d'opacité qu'elles sont au moins une fois plus épaisses dans certains endroits que dans d'autres ; ces feüilles lorsqu'elles dorent le lingot le dorent donc inégalement, & de façon qu'il y a des endroits où l'or est une fois plus mince : or si l'on cherche l'épaisseur de l'or dans ces endroits où il est le plus mince, on trouvera qu'elle n'est égale qu'à la 262500. partie d'une ligne. Qu'est-ce que la 262500me. partie d'une ligne ! c'est une petitesse si énorme, que l'imagination ne sçauroit se la representer ; aidons la néantmoins à s'en faire quelque idée, en disant que

cette épaisseur de l'or est une aussi petite partie de la longueur d'une ligne, qu'une ligne est une petite partie de 1822. pieds 11. pouces, ou de prés de 304. toises : or qu'est-ce que la longueur d'une ligne par rapport à celle de 308. toises !

Ce n'est pourtant pas encore-là le terme jusques ou peut être poussée la ductilité de l'or ; au lieu de deux onces on n'auroit pû n'en employer qu'une, l'or qui auroit couvert les lames d'argent n'auroit donc eut alors d'épaisseur dans certains endroits que la 525000me. partie d'une ligne : enfin les lames d'argent toutes minces qu'elles sont peuvent rester dorées & devenir la moitié plus minces, il n'y a qu'à les presser d'avantage entre les roues en les applatissant doucement, de façon que le frotement ôte peu à des couches déja si deliées, & ces lames certainement restent dorées quoi qu'on leur donne une fois plus de largeur que nous ne l'avons dit cy-dessus, c'est-à-dire : quoiqu'on leur donne $\frac{1}{4}$ de ligne, l'épaisseur de l'or qui les couvre est donc reduite alors à n'avoir pas la millioniéme partie d'une ligne où elle est une aussi petite partie d'une ligne, qu'une ligne est une petite partie de 1200. toises : l'imagination ne peut guere s'accommoder de cette affreuse petitesse, elle ne peut guere comprendre que l'art puisse diviser une ligne dans des parties aussi petites, qu'une ligne est petite par rapport à une étenduë de plus d'une demie lieuë.

Peut-être aussi seroit-on disposé à croire que l'or qui couvre les lames d'argent a beaucoup plus d'épaisseur que le calcul ne luy en donne, & cela parce que l'or pourroit être divisé en petits grains écartés les uns des autres, quoique pourtant assés proches pour donner leur couleur à l'argent ; en un mot il seroit assés naturel de croire que l'or qui couvre les lames ne forme pas une feüille continuë, mais l'experience demontre le contraire. Si l'on met dissoudre dans de l'eau forte des fils dorés traits ou des lames dorées, quelques petits que soient ces fils, & quelques min-

ces que ſoient ces lames, l'eau forte ayant diſſous l'argent, les fils & les lames dorées ſe changent en de petits tuyaux creux, parce que l'eau forte n'agit point ſur l'or; d'où on voit évidemment que l'or qui couvre l'argent forme un corps continu. L'art eſt donc parvenu à ſçavoir diviſer un morceau d'or de l'épaiſſeur d'une ligne en un million de feüilles differentes.

L'art n'eſt pas à beaucoup prés allé ſi loin en travaillant les corps ductiles mous; dans ce genre il n'y a guere que le verre qu'on ſçache étendre conſiderablement. Qu'on ne ſoit pas ſurpris au reſte de ce que nous donnons le premier rang parmi les ductiles mous au plus caſſant, & pour ainſi dire au plus roide de tous les corps; on ſçait que lorſque la chaleur du feu l'a bien penetré, que l'ouvrier le peut figurer comme une cire molle; mais ce qu'il y a de plus ſingulier & ce qui regarde directement nôtre ſujet, c'eſt qu'on le tire en filets d'une grande fineſſe & extremement longs; les fileuſes ordinaires ne forment pas auſſi aiſément leurs fils de chanvre ou de lin, que les fileurs de verre forment des fils de cette caſſante matiere.

On connoît ces aigretes que l'on place pour l'ordinaire ſur les bonets des enfans, & que l'on employe à divers autres ornemens; on ſçait que ces ſortes d'aigretes ne ſont que des houpes formées d'une infinité de fils de verre, & quoiqu'on le ſçache, on a peine à reconnoître le verre dans ces fils, qui plus deliés que les cheveux, ſe plient comme eux au gré du vent. A un ouvrage ſi ſingulier, il ne manque pour être fort cher & fort eſtimé que d'être plus difficile à faire, mais rien n'eſt plus ſimple que la maniere de l'executer, il occupe en même temps deux ouvriers, & ne demande preſque aucune adreſſe ni de l'un ni l'autre.

Le premier tient un des bouts d'un morceau de verre ou d'émail ſur la flame d'une lammpe; lorſque la chaleur a ramolli ce morceau de verre, un ſecond ouvrier applique contre le verre en fuſion le bout d'un crochet qui eſt auſſi de verre, il retire auſſitoſt ce crochet qui entraîne

avec

avec soi un brin de verre qui n'est point separé du reste de la masse ramollie : l'ouvrier engage ensuite ce crochet sur la circonference d'une rouë d'environ deux pieds & demi de diamettre, elle est posée verticalement, & elle est la principale partie d'un roüet semblable aux roüets ordinaires ; le crochet étant arrêté sur la circonference de cette rouë, il ne reste plus au second ouvrier qu'à la faire tourner ; à mesure qu'elle tourne elle tire à soi des parties du verre fondu, elle les oblige à s'éloigner du reste de la masse : ces parties toûjours adherantes à celles qui les ont entraînées & à celles qu'elles entraînent ensuite elles mesmes, forment un fil qui vient entourer la circonference de la rouë ; chaque tour de rouë s'enveloppe d'un nouveau tour de fil ; & enfin aprés un certain nombre de revolutions, la circonference de la rouë est couverte par un écheveau de fil de verre. La masse qui étoit en fusion sur la lampe diminuë insensiblement, comme si elle étoit un peloton, elle se devide pour ainsi dire & passe sur la rouë, les parties qui sont eloignées de la lampe se refroidissent, elles deviennent plus adhérantes à celles qu'elles touchent, & ainsi par degrés, les parties les plus proches du feu sont les moins liées entr'elles, d'où il est clair que celles-ci doivent toûjours ceder à l'effort que font les autres pour les tirer vers la rouë.

Au reste il ne faut pas croire que l'ouvrier soit obligé de faire tourner la rouë lentement de crainte que le fil ne se rompe, il lui donne un mouvement aussi rapide qu'il veut, ou plûtôt aussi rapide qu'il peut ; plus la rouë tourne vîte, plus on expedie d'ouvrage en un certain temps, & le fil ne s'en casse pas pour cela plus souvent.

Ces fils formés d'une maniere si simple ne sont pas partout d'une égale grosseur, leur contour est un oval fort applati, je veux dire qu'ils ont au moins deux ou trois fois plus de largeur qu'ils n'ont d'épaisseur. Il y en a d'une grande finesse, & qui autant qu'en peut juger la vûë simple, n'ont guere plus d'épaisseur qu'un fil de soye de vers ;

aussi ces fils si fins sont-ils flexibles à un point étonnant. Si on entrelasse les deux bouts d'un de ces fils de verre comme on entrelasse les bouts d'un brin de fil lorsqu'on veut le noüer, & qu'ensuite on tire les deux bouts, avant que ce fil se casse, on le plie à tel point que l'espace vuide renfermé au milieu du nœud, n'a pas une demi-ligne ni souvent même $\frac{1}{4}$ de ligne de diametre, comme je l'ai éprouvé un grand nombre de fois.

Quelque roide que nous paroisse le verre en masse, il n'est donc pas essentiellement aussi cassant & aussi peu flexible que nous nous l'imaginons; si nous avions l'art d'en tirer des fils beaucoup plus deliés, ils seroient aussi beaucoup plus flexibles, d'où il semble qu'on peut conclure quelque hardie que soit cette consequence, que si nous sçavions faire des fils de verre aussi deliés que sont les fils dont les araignées enveloppent leurs œufs, que nous pourrions faire des fils de verre propres à entrer dans les tissus, & que si le verre n'est pas maleable, qu'il n'est pas vrai de dire, si on peut se servir de ce terme, qu'il ne soit pas textible. J'ai tenté diverses manieres pour faire des fils de verre incomparablement plus deliés que ne le sont ceux que l'art travaille communément; mais il ne m'a pas été possible de parvenir à en faire de fort longs: il est difficile de ne pas donner un trop grand degré de fusion à une matiere déja fort mince, telle que celle dont il faudroit se servir, & il est presque aussi difficile de tirer avec assés peu de force & d'une maniere égale des fils si fins; l'expedient qui m'a le mieux réüssi a été l'expedient suivant. J'ai pris un brin de fil de verre de 7. à 8. pouces de longueur, je l'ai suspendu en l'air par un de ses bouts, & jai chargé son autre bout d'un petit morceau de cire qui ne pesoit peut-être pas la 10me. partie d'un grain, ce petit poids suffisoit pour tirer embas le fil de ce verre. Prés de ce fil suspendu j'approchois une petite bougie, dès lors que la bougie en étoit proche à un certain point, je voyois le petit poids décendre par secousses: comme il tiroit le verre aussitôt qu'il étoit en fusion,

il le contraignoit à s'allonger : par ce moyen j'ai souvent donné plus de 9. ou 10. pouces d'étenduë à une portion de fil qui n'avoit peut-être pas 2. ou 3. lignes de longueur; mais rarement ai-je pû aller plus loin, le plus leger soufle de vent qui agitoit la flamme de la bougie suffisoit pour l'approcher trop prés du fil, elle le mettoit trop en fusion, alors il se cassoit. Il ne m'a pas même été aisé de faire assés de fils de la maniere precedente pour de leur assemblage en composer un brin un peu gros. Cette experience m'a du moins appris qu'avec le verre on peut former des fils plus deliés que ceux des Vers à soye; ceux que je tirois de la sorte me paroissoient presque aussi fins que des fils de soye d'Arraignée; j'aurois bien voulu voir à quel point ils étoient flexibles, ils me le paroissoient prodigieusement, mais ils étoient trop fins, trop courts, & j'en avois trop peu pour les manier commodément.

Ce qui est de certain, c'est que la matiere même dont les Araignées & les Vers à soye forment leurs fils est cassante lorsqu'elle est en masse, comme le sont les gommes seches; c'est ce que j'ai experimenté en laissant secher de cette matiere, & il est sûr, outre cela, que quand les fils qui en sont tirés seroient moins flexibles qu'ils ne le sont, qu'on pourroit encore en faire des tissus; d'où il semble qu'il ne nous manque que l'art de sçavoir allonger le verre pour le pouvoir faire entrer dans des étoffes.

Au reste si par leur finesse les fils de verre avoient acquis la flexibilité necessaire pour être tissus, ils seroient naturellement assés forts. pour essayer leur force j'ai suspendu differens poids aux fils de verre les plus deliés que les ouvriers sçavent former, & j'ai trouvé qu'un seul fil pouvoit soûtenir jusques à 15. gros sans se rompre, ou prés de 2. onces; à la verité ces fils avoient trois ou quatre fois plus de largeur qu'un fil de soye de Vers, mais ils ne paroissent pas plus épais; d'où il suit que quand ils seroient aussi deliés que des fils de soye de Vers, qu'ils seroient considerablement plus forts, puis qu'un fil de soye des plus forts

ne peut soûtenir sans se rompre que deux gros & demi: leur force n'est donc par rapport à celle des fils de verre les plus deliés que comme un à six, rapport plus petit que celui de leurs solidités; aussi si l'on choisit les plus fins d'entre ces fils, & qu'en ayant formé un gros paquet, on divise ce paquet en differentes parties que l'on entrelasse les unes entre les autres, à peu-prés de la même maniere que ceux qui portent de longs cheveux en forment des tresses; si, dis-je, on forme de pareilles tresses de fil de verre, on trouvera qu'elles ont beaucoup de force; divers fils pourtant se casseront pendant qu'on les entrelassera; aprés tout il n'y a pas grande apparence que l'on tire des avantages considerables des fils de verre.

Les gommes, les resines, la cire sont aussi des corps ductiles mous; mais la cire qui est de toutes ces especes de corps celui sur lesquels les arts s'exercent le plus, n'est guere travaillée comme ductile; il est vrai que les Ciriers font passer leurs bougies par des filieres, mais ce n'est point pour les allonger, c'est pour les arrondir & pour les polir.

Si nous sommes peu habiles à travailler les corps ductiles mous, la nature nous a en quelque sorte dédommagé de ce que nous ignorons de ce côté-là; elle a instruit une infinité d'animaux à les étendre d'une maniere merveilleuse, & nous n'avons qu'à mettre en œuvre les fils qu'ils nous ont préparés: on entend de reste que c'est des fils de Vers à soye dont je veux parler; ils ne sont formés que d'une espece de matiere visceuse prodigieusement étenduë, qui sortant du corps de l'insecte, prend de la consistance à peu-prés comme les fils de verre deviennent durs en s'éloignant de la lampe, quoique pourtant par une cause differente, comme nous le dirons bientôt. Ce n'est pourtant pas à la soye des Vers que nous voulons nous arrêter pour faire voir jusques où la nature sçait étendre les corps ductiles mous, les animaux dont nous retirons le plus d'utilité ne sont pas ceux où elle a rassemblé le plus de merveilles; il semble même qu'elle ait pris plus de soin à former ceux qui nous sont

les plus incommodes, & pour lesquels nous avons le plus d'aversion. Les Araignées, par exemple, ces vilains insectes, qui apparemment ne fileront jamais que pour nous incommoder, comme nous le fîmes voir en examinant ce qu'on pouvoit retirer de leur soye; les Araignées, dis-je, sont incomparablement plus propres que les Vers à soye, pour faire voir jusques où la nature sçait allonger une liqueur gluante. Dans le discours que nous venons de citer, nous ne parlâmes qu'en passant de l'extrême finesse de leurs fils, pour ne pas trop nous écarter de nôtre objet principal: nous allons à present les examiner d'un peu plus prés, & considerer la belle mécanique que la nature employe pour les former.

Memoire de 1710. pag. 386.

L'illustre Malpighi dans son anatomie des Vers à soye, nous a décrit les parties d'où leur soye se tire; nous allons bien trouver un autre appareil dans le corps des Araignées. Près du derriere de l'Araignée il y a six mamelons, * le bout de chaque mamelon est la filiere par où sortent les fils de soye; mais quelles filieres! Dans un espace plus petit que la tête de la plus petite épingle, il y a assez de trous differens pour donner sortie à une quantité surprenante de fils separés; on distingue ces trous par leurs effets. Si ayant choisi une grosse Araignée de jardin prête à faire ses œufs, on applique le doigt sur une partie d'un de ses mamelons, en retirant le doigt on entraîne une quantité étonnante de fils separés. * J'ai voulu examiner leur nombre en me servant d'un bon miscroscope, souvent j'en comptois plus de 70. ou 80. mais je voyois qu'il y en avoit incomparablement davantage que je ne pouvois compter, quoique les fils que j'avois tiré n'eussent pour base qu'une petite partie du mamelon; enfin quand je dirai qu'il n'y a pas de bout de mamelon qui ne puisse fournir mille fils, je dirai un nombre assés étonnant, mais qui me paroît trop petit pour exprimer le nombre de ces fils; on le pensera comme moi si l'on veut se donner la peine d'examiner avec un excellent microscope

* *Fig. 4.*

* *Fig. 4. Ka, MN.*

le bout d'un mamelon d'une Araignée de maison. Dans ce vilain insecte on verra une partie d'une structure fort jolie; le bout de ce mamelon est divisé en une infinité de petites convexités plus petites, mais disposées à peu-prés de la même maniere que le sont les convexités des cornées des yeux de Papillons ou de Mouches : chaque convexité sert ici sans doute pour un fil different, ou plûtôt il y a apparence que chaque petits creux qui est entre les convexités est percé par un trou qui donne passage à un fil, les petites élevations empêchent apparemment que les fils ne se joignent à leur sortie; ces petites convexités ne sont pas si sensibles sur le bout des mamelons des Araignées de jardin; mais on y apperçoit une forêt de petits poils qui servent apparemment aux mesmes usages que les convexités precedentes; je veux dire, qu'ils separent de même les fils les uns des autres. Quoiqu'il en soit, il paroît certain que de chaque mamelon d'Araignée il peut sortir des fils par plus de mille endroits differens; de sorte que l'Araignée ayant six mamelons, elle a des trous pour donner passage à six mille fils. La nature n'a pas borné son travail à percer ces trous d'une petitesse immense; les fils sont déja formés lorsqu'ils arrivent au mamelon, ils ont chacun leur petit canal ou leur petite guaîne particuliere, on les trouve formés & separés les uns des autres assés loin de l'origine des mamelons; mais pour mieux comprendre toute cette admirable mécanique, il nous faut remonter jusques à la source de la liqueur dont les Araignées les composent.

Dans des insectes si petits & si mous, ces parties delicates ne seroient pas aisées à distinguer sans un peu d'attention : il est necessaire de faire boüillir l'animal, ou de le faire secher, ou de le laisser quelques heures dans l'esprit de vin. Aprés cette petite préparation, les parties les plus essentielles restent en place & sont sensibles sans le secours du microscope. Prés de l'origine du ventre * on trouve deux petits corps d'une matiere molle, ce sont-là les pre-

* Fig. 2. D D.

mieres sources de la soye. Ces deux corps ont assez la figure & la transparance d'une larme de verre ; aussi pour nous exprimer commodement les nommerons nous les larmes *. La pointe de chaque larme * va en serpentant, & en faisant une infinité de replis du côté des mamelons. De la base de la larme part une autre branche beaucoup plus grosse * que celle qui sort de sa pointe ; elle se recoude un plus grand nombre de fois, & fait de plus grands plis ; elle forme ensuite divers lacis, & prend comme l'autre sa route vers le derriere de l'Araignée.

* *Fig. 5.*
* *R.*
* *S.*

J'ai quelques-fois deployé de cette derniere branche jusques à 9. ou 10. pouces de long, & je n'en deployois qu'une partie. Les larmes & les branches qu'elles jettent, contiennent la matiere propre à former la soye, mais une matiere encore trop molle, & qui dans une Araignée qu'on n'a point fait secher, ne se tire pas en filets fort longs. Le corps de la larme est une espece de reservoir, & les deux branches sont deux canaux qui en partent. Lorsqu'on ne fait pas trop cuire l'Araignée, les branches sont visiblement enveloppées d'une membrane qui empêche de voir la transparence de la liqueur. Cette membrane mince s'enleve si on frote le canal même doucement. Un peu plus prés du derriere il y a deux autres larmes plus petites, celles-cy ne jettent qu'une branche, elle part de leur pointe ; de sorte que de chaque côté de l'Araignée, il y a deux larmes qui par trois canaux sensibles portent la liqueur, & ces canaux la portent aux vrais reservoirs, d'où la liqueur sort propre à faire la soye.

De chaque côté de l'Araignée * il y a trois corps que l'on doit regarder comme les derniers reservoirs où la liqueur s'assemble ; nous les nommerons les grands reservoirs *. Ils sont beaucoup plus gros que les larmes ; les trois, qui sont d'un même côté, sont arrangés de façon les uns auprés des autres, qu'ils ne semblent former qu'un seul corps. La figure de chacun en particulier est differente, ils ont pourtant cela de commun qu'ils sont recoudés

* *Fig. 2. en EE.*
* *Fig. 6.*

six à sept fois ; que dans toute leur étenduë leur grosseur est à peu-prés égale ; une de leurs extremités est pourtant plus grosse que l'autre. La plus grosse * est la plus proche de la tête de l'insecte, & la plus petite la plus proche de l'anus *. Les trois extremités deliées de ces reservoirs se terminent en pointe, & sont appliquées les unes prés des autres, comme le sont les trois doigts du milieu de la main. C'est des trois pointes de ces reservoirs que partent les fils, ou que part la plus grande partie des fils qui sortent de trois mamelons : chaque reservoir est destiné à fournir un mamelon ; c'est ce qu'on découvre avec un peu de patience, non-seulement on voit toûjours la pointe de chacun de ces corps terminée par un fil, mais si on menage les parties voisines, on trouve quantité de fils distincts qui partent de l'extremité de ces corps, & on suit les fils jusques aux mamelons.

* VVV.

* TTT.

Enfin à l'origine des mamelons on distingue divers tuyaux charnus, il y en a apparemment autant que de mamelons. Si on enleve doucement la membrane ou la legere pellicule qui paroît couvrir ces tuyaux, on trouve qu'interieurement ils sont remplis de fils, tous separés les uns des autres, & qui par consequent sous une enveloppe commune avoient chacun une enveloppe particuliere, ou qui étoient comme des coûteaux dans une guaîne.

Il est vrai qu'en suivant la route de ces fils, on en trouve quantité qui viennent de plus loin que de la pointe des grands reservoirs. Les uns paroissent venir du milieu, les autres d'un peu plus bas, les autres d'un peu plus haut; de sorte que je crois que cette immense quantité de fils qui se rassemble prés des mamelons de l'Araignée ne tire pas toute son origine des pointes de reservoirs. Il me paroît plus problable qu'il y en a qui sortent de tous leurs coudés, ou peut-être de differens endroits de ces corps ; ce qui est de certain, c'est que ces corps paroissent avoir une enveloppe commune, & que l'on rencontre beaucoup de fils qui suivent leur sinuosités.

Mais

Mais comment la liqueur s'assemble-t-elle dans les larmes! Comment des larmes passe-t-elle dans les grands reservoirs! Elle a apparemment des routes que nos yeux ne peuvent appercevoir. Le celebre Malpighi, tout clair voyant qu'il étoit, quand il nous a donné l'anatomie du Vers à soye, s'est contenté de décrire le vaisseau où s'assemble la liqueur d'où les vers tirent la soye. Il ne nous a expliqué ni la route par laquelle cette liqueur y entre, ni même exactement parlant, la route par laquelle elle en sort. Que pouvons-nous faire dans un insecte plus petit que le Vers à soye, & où la nature a employé 6. ou 7000. fois plus de parties. Contentons-nous de faire quelques reflexions sur la prodigieuse ductilité de la matiere dont leurs fils sont composés, & sur la prodigieuse finesse des trous par où ils passent, & des tuyaux où ils se moulent. Nous avons dit, & nous n'avons pas craint de trop dire, que du bout de chaque mamelon il en peut sortir plus de 1000. fils. Ce bout de mamelon n'a pourtant pas plus de diamettre qu'une petite épingle, & les trous sont necessairement separés les uns des autres, par des intervalles qui doivent être beaucoup plus grands que les trous mêmes. Mais nous ne considerons encore que les plus grosses Araignées; si nous examinons les Araignées naissantes produites par celles-ci, nous verrons qu'elles ne sont pas plûtôt sorties de la coque de leur œuf qu'elles filent. A la verité leurs fils ne sçauroient guere être apperçûs, mais on voit fort bien les toiles qu'elles en forment; souvent elles sont aussi épaisses que celles des Araignées de maison; & cela, parce que 4. à 5. cens petites Araignées concourent ensemble à ce même ouvrage. Quelle est alors la petitesse des trous de leurs filieres! C'est où l'imagination ne peut aller: à peine pourra-t-elle se representer la petitesse de chacun de leurs mamelons. Ces Araignées entieres sont peut-être moins grosses que ne l'est un mamelon de celle qui leur a donné naissance; il est aisé de le voir. Chaque grosse Araignée fait 4. à 500. œufs; ces œufs sont enveloppés d'une coque, & dés-lors

que les petites Araignées ont rompu cette coque, elles commençent à filer. Combien sont donc deliés chacun des fils qui sortent de leurs mamelons! Il seroit inutile de faire voir que la nature sçait encore pousser beaucoup plus loin la ductilité de cette matiere. Nous pourions pourtant le montrer. Certaines Araignées sont si petites à leur naissance, qu'on ne sçauroit les distinguer sans le secours du microscope; elles sont alors rouges, & comme elles sont jointes une infinité ensemble, elles ne paroissent à la vûë simple que comme diverses traînées de points rouges; cependant sous ces Araignées presque imperceptibles, il se forme des toiles; elles filent donc! Mais quel est la tenuité des fils qui sortent de chacun des trous de leurs mamelons! un cheveux doit être plus gros comparé avec ces fils, que le lingot le plus gros n'est gros par rapport au fil d'argent trait. Enfin ces fils qui se soûtiennent cependant, ont moins de diamettre que n'a d'épaisseur la legere couche d'or qui couvre l'argent le plus étendu. Ils sont certainement des ouvrages étonnans; aussi sont-ils des ouvrages du grand Maître.

La matiere dont sont formés les fils de soye, est comme nous l'avons dit, une matiere visceuse. Les larmes sont les premiers reservoirs où on la trouve assemblée, & ceux où elle a le moins de consistance; elle en a beaucoup d'avantage dans les six grands reservoirs où les canaux des precedens la portent; elle en acquiert en chemin faisant; une partie de l'humidité ou de la liqueur aqueuse qui y étoit mêlée, s'en dissipe pendant sa route, ou en est separée par des parties destinées à cet usage. Enfin cette liqueur en allant aux mamelons par des tuyaux particuliers, se séche encore davantage, elle devient fil. Au sortir de la filiere ces fils sont cependant encore gluants; ceux qui sont sortis de differens trous se colent ensemble à quelque distance de là. Cette matiere n'est parfaitement séche que lorsque le reste de l'humidité s'est évaporée à l'air.

Tout cela se prouve parfaitement si l'on fait sécher

prés du feu, ou si l'on fait boüillir dans l'eau une grosse Araignée. Lorsqu'on ne l'a pas fait cuire pendant long-temps, ou qu'on ne l'a pas beaucoup fait sécher, on trouve que les larmes ont plus de consistance, elles se tirent en fils, & la matiere des grands reservoirs ne peut plus s'y tirer. Le même degré de chaleur qui a suffi pour sécher la premiere matiere ne suffit pas pour sécher la seconde. Enfin si on fait cuire l'Araignée jusques à un certain point, la matiere des larmes ne peut plus se retirer en fils ; elle paroît une espece de colle dure ; d'où il est clair que c'est precisément en séchant, ou parce que l'humidité inutile s'évapore, que la matiere de la soye devient soye.

Une experience assés séduisante m'avoit presque fait croire que ce n'est point par l'évaporation d'une matiere aqueuse que les fils de soye prennent leur consistance. Ayant tiré des fils du derriere d'une Araignée, & les ayant entortillés sur un petit morceau de bois, comme sur une bobine, je plongeai l'Araignée & le morceau de bois dans l'eau ; & faisant tourner le morceau de bois autour de lui-même, je devidai pendant aussi long-temps que je voulus des fils de soye.

Je n'étois pas instruit alors de la mécaniqne par laquelle les Araignées filent. J'ignorois que les fils avant de sortir des filieres avoient déja assés de consistance ; à la verité il leur manque quelque chose, mais ce qui leur manque n'est pas suffisant pour empêcher qu'ils ne se devident ; au reste ils n'achevent point de se sécher dans l'eau. Ce qui le prouve decisivement, c'est que si on met tremper dans l'eau froide les larmes ou les grands reservoirs, ils n'y prennent aucune consistance, & aussi l'eau ne les dissout-t-elle point, ils restent dans l'état où on les y a mis.

Si au contraire on laisse pendant quelque temps une Araignée plongée dans l'esprit de vin, la matiere des larmes & des grands reservoirs prend la même consistance qu'elle eut prise si on eut fait sécher l'Araignée ; mais l'es-

prit de vin ne la diſſout pas non plus que l'eau.

Au reſte la matiere de ces reſervoirs étant ſéche, reſſemble à la ſoye par ſa couleur, mais elle ne lui reſſemble qu'en cela. Elle eſt ſemblable à une gomme ou à une colle tranſparente; elle ſe caſſe ſi on la plie juſques à un certain point ou un certain nombre de fois. C'eſt une matiere qui ne peut comme le verre être flexible que quand elle eſt diviſée en des filets fort deliés; & peut-être que ſi la nature a ſi fort multiplié le nombre des trous des filieres dans les Araignées, que c'eſt parce que la matiere de la ſoye qui ſe forme dans leurs corps, eſt plus caſſante que la matiere de la ſoye des Vers; elle a beſoin d'être diviſée en plus de parties: ſans cela à quoi bon former un grand nombre de fils ſeparés, qui enſuite ſe réüniſſent! un ſeul canal auroit pû faire un fil plus gros.

Il y a apparence que la matiere des reſervoirs expoſée à l'air, ne ſe ſéche jamais parfaitement; je veux dire, que les parties du milieu reſtent un peu humectées; la ſurface exterieure doit ſécher la premiere; cette ſurface étant ſéche ne peut plus être diſſoute par l'eau, elle n'en peut plus être penetrée; elle doit donc empêcher l'humidité qui eſt au milieu de la maſſe de ſortir, comme elle empêche l'humidité exterieure d'entrer; & c'eſt peut-être encore là une des raiſons pour leſquelles la nature a rendus les fils d'Araignées ſi deliés. Pour être forts, il eſt neceſſaire qu'ils ſoient ſecs, & ils n'auroient pas pû ſécher aſſés s'ils euſſent été moins deliés.

Enfin il n'eſt pas ſurprenant que l'humidité s'étant une fois évaporée de la matiere de la ſoye, qu'elle n'y puiſſe plus rentrer pour la diſſoudre; les intervalles qui ſont entre les parties de cette matiere deviennent trop petites. La Phiſique nous fournit mille exemples ſemblables.

* Ce diſcour fut lû dans une Aſſemblée publique.

Il ſeroit temps d'expliquer d'où naiſt la prodigieuſe ductilité de cette matiere, de tâcher d'en faire connoître la nature, mais il eſt plûtôt temps de ceſſer de lire, * ce ſeroit mal reconnoître l'attention qu'on a bien voulu me

donner, que de faire acheter le recit de quelques faits, par le recit de raisonnemens toûjours incertains.

EXPLICATION DE LA PLANCHE.

FIgure premiere, est une des especes d'Araignées qui filent de la soye vûë par-dessus.

Figure II. La même Araignée vûë en dessous, *A A* marquent l'endroit où le ventre se joint à la poitrine.

En *B* sont les mamelons & l'anus.

D D montrent l'endroit où sont placés les premiers reservoirs que nous avons appellés Larmes.

E E montrent de même l'endroit où sont les derniers reservoirs.

Figure III. est une partie du ventre d'une Araignée representée plus grande que nature.

F est l'anus.

G G G G sont les quatre grands mamelons seuls visibles quand l'Araignée les couche comme ils sont ici; ce qu'elle fait le plus souvent quand on la tient.

Figure IV. est encore une partie du ventre d'une Araignée representée plus grande que nature, où l'on voit tous les mamelons disposés comme ils le sont, lorsqu'on presse le ventre de l'insecte.

H H sont les deux mamelons les plus éloignés de l'anus. Un paquet de fils *a* sort d'une partie d'un de ces mamelons.

I I sont deux grands mamelons à peu-prés égaux aux précedens.

K K sont deux mamelons plus petits, *L* est une partie charnuë qui recouvre le derriere de l'Araignée, elle la releve pour laisser sortir les excremens.

O M P sont trois mamelons representés plus grands que nature; differentes especes d'Araignées les ont faits differemment.

O est un des mamelons *H.*

M est un des mamelons *I*; on voit que d'une petite

partie de celui-ci il sort un nombre prodigieux de fils separés *N*.

P est un des mamelons du milieu *K*; les uns & les autres ont quantité de poils, mais on les auroit rendus trop confus si on eut mis tous ceux que le microscope y fait voir.

Figure V. R Q S est un des reservoirs que nous avons appellés larmes; la partie *Q* est la plus proche de *A A* dans la Figure 2me. *R* est partie de la larme qui se termine en pointe, *S* est celle qui fait un lacis avant d'arriver aux grands reservoirs.

Figure VI. sont trois des grands reservoirs placés les uns auprés des autres, un peu moins proche pourtant qu'ils ne le sont naturellement. On a eu en vuë de montrer qu'ils sont trois, dans l'animal ils ne semblent au premier coup d'œil faire qu'un même corps. *V V V* sont leurs bouts les plus proches de la tête de l'insecte.

T T T sont leurs bouts les plus deliés & les plus proches de l'anus.

Figure VII. est un de ces reservoirs vû separement.

PROPRIETE'S DES TRAPEZES.

Par M. DE LA HIRE.

23. Aoust 1713.

ENtre toutes les figures de quatre côtés, il n'y en a point de plus irreguliere que le Trapeze, car ses côtés n'ont aucun rapport entr'eux, ni ses angles non plus. Aussi nous ne trouvons dans les Anciens aucun Theoreme sur cette figure, & ils n'en ont donné seulement que le nom pour la distinguer des autres. Cependant on en a trouvé depuis quelque temps quelques proprietés fort singulieres; en voici une qu'on dit avoir été découverte par M. de Roberval.

Si l'on divise chaque côté d'un Trapeze en deux également, & qu'on mene des lignes par les points de division,

fig. 3.e

fig. 2.e

fig 1.re

fig. 4.e

fig. 5.e

fig. 7.e

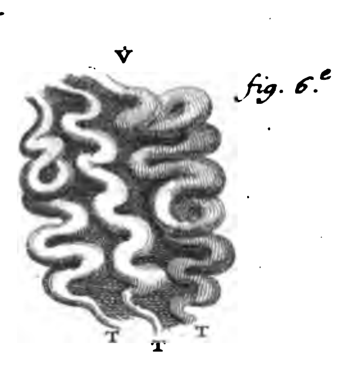


fig. 6.e

P. Simonneau filius delin et Sculp.

elles formeront un parallelogramme, & cela est aussi vrai de toute figure de quatre côtés quelques en soient les angles.

La démonstration en est si simple & si facile, qu'elle ne meriteroit pas d'être rapportée ici, cependant comme il y a encore quelques remarques à y faire, je les donnerai à la fin de ce memoire.

Voici d'autres proprietés de cette figure, lesquelles j'ai trouvées depuis peu.

Soit dans la premiere figure le Trapeze *ABED* dont deux de ses côtés *AD*, *BE* se rencontrent en *F*. Ayant divisé *AB* en deux également en *O* soit tiré *FO*; & par les points *D* & *E* ayant mené les lignes *Db*, *Ea* chacune parallele à *AB* & terminées en *b* & *a* aux deux lignes *BE*, *AD*. Il est évident que *Db* & *Ea* seront chacune coupée en deux également par *FO* en *d* & en *h*.

Maintenant si par les points *h* & *d* on mene *hL* parallele à *AD*, & *dM* parallele à *EB*.

1°. Je dis qu'elles se rencontreront en *K* sur *DE*, & de plus que le point *K* coupera en deux également *DE*.

DEMONSTRATION.

Dans le triangle *EDa* le côté *Ea* est coupé en deux également en *h*, & *hK* est parallele à *Da*; donc *DE* sera coupée en deux également en *K* par *hK*.

De même dans le triangle *DEb* le côté *Db* est coupé en deux également en *d*, donc *dM* qui est parallele à *EB* coupera aussi *DE* en deux également en *K*; donc le point *K* est la rencontre commune de *hL* & de *dM* sur *DE*: ce qu'il falloit démontrer.

2°. Mais si par les points *A* & *h* on tire la ligne *Ah* qui rencontre *DE* en *T*, & ensuite la ligne *DL* qui rencontre *AT* en *H*, je dis que *AH* est égale à *HT*.

DÉMONSTRATION.

Si par le point *L* on mene *LN* parallele à *DE*, & par

le point *K* la ligne *KS* parallele à *AB*, on formera les deux triangles *LAN*, *KSD* qui seront semblables & égaux au triangle *EhK* à cause de leurs côtés paralleles, & des côtés égaux *LN*, *KD*, *EK*; donc *NA* sera égale à *Kh* à qui elle est parallele: donc ayant tiré la ligne *KN*, il se formera le parallelogramme *KNAh* & *KN* sera égale & parallele à *A h*. Mais il se forme aussi un autre parallelogramme *KDNL* à cause des paralleles *KD*, *NL* & *DN*, *KL*, & dans ce dernier les deux diagonales *DL*, *KN* s'entrecoupent en deux également au point *R*, & comme *KN* est coupée en deux également en *R* par *DL*, aussi *AT* parallele à *KN* le sera par la même *DL* en *H*: ce qu'il falloit demontrer.

Je dis encore que la ligne *LE* est parallele à *AT* ou à *KN*; car puisque *DE* est coupée en deux également en *K* & *DL* en *R* par *KRN*, aussi *EL* sera parallele à *KN*.

Ce que je viens de démontrer du côté de *D* pour *KL* se trouvera de même du côté de *E* pour *KM*; car puisque *dKM* est parallele à *EB*, si par les points *d* & *B* on tire la ligne *dB* qui rencontre *DE* en *t*, & la ligne *EM* qui rencontre *Bt* en *I*, je dis que *BI* est égale à *It*.

DÉMONSTRATION.

Car si par le point *M* on mene *MP* parallele à *DE* qui rencontre *EB* en *P*, il est évident qu'on formera le triangle *MBP* égal & semblable, & semblablement posé au triangle *DdK* puisque leurs côtés sont paralleles, & que l'un *MP* est égal à *KE* égal à *DK*. Il se formera donc le parallelogramme *KEPM*; mais *dK* & *BP* sont paralleles & égales; c'est pourquoi la diagonale *EM* coupera l'autre diagonale *KP* en deux egalement en *V*. Mais comme il se forme aussi l'autre parallelogramme *dKPB*; donc *dB* est parallele à *KP*, & par consequent *Bt* parallele à *PK* sera coupée en deux également en *I* par la même diagonale *EM*.

On démontrera aussi comme on a fait pour *LE* que la ligne

ligne *MD* sera parallele à *Bt* ou à *KP*.

3°. Je dis de plus que les deux lignes *Ah*, *Bd* se rencontrent en un même point *T* sur *DE*, ou ce qui est la même chose que les deux points *Tt* ne sont qu'un même point.

Ayant tiré *EQ* parallele à *DA*, laquelle rencontre *AB* en *X*; on aura *AL* égale à *LX*; car *DE* est coupée en deux également en *K*, mais *AT* étant prolongée jusqu'à *EQ* en *Q*, on a *EQ* égale à *EX*, puisque *AL* est égale à *LX*, & que *AQ* est parallele à *LE*. Donc *DA* .. *EQ* ou *EX* :: *DT* .. *TE*. Mais aussi *DA* .. *EX* :: *DG* .. *GE*, Donc *DT* .. *TE* :: *DG* :: *GE*, & composant *DT* plus *TE* ce qui est égal à *DE* .. *TE* :: *DG* plus *GE* .. *GE*; & prenant la moitié des antecedens on aura *KE* :: *TE* :: *KG* .. *GE*, car *KG* est la moitié de *DG* plus *GE*, & divisant *KE* moins *TE*, ce qui est égal à *KT* .. *KE* :: *KG* moins *GE*, ce qui est égal à *KE* .. *KG*. Donc enfin les trois lignes *KT*, *KE*, *KG* sont en proportion continuë.

On fera la même démonstration de l'autre côté en tirant par le point *D* la ligne *YDZ* parallele à *EB*, laquelle rencontre *AB* en *Z*, & l'on aura *MB* égale à *MZ*, car *DE* est coupée en deux également en *K*, & prolongeant *Bt* jusqu'à *DZ* en *Y*; on aura *DY* égale à *DZ*, car *DE* est coupée en deux également en *K*, & *MD* est parallele à *BtY*; donc à cause des triangles semblables formés par les paralleles on aura,

EB .. *DY* ou *DZ* :: *Et* .. *tD*; mais aussi *EB* .. *DZ* :: *GE* .. *GD*; Donc *Et* .. *tD* :: *GE* .. *GD*, & composant, on aura,

Et plus *tD*, ce qui est égal à *DE* .. *Et* :: *GE* plus *GD* .. *GE*, & prenant la moitié des antecedens on a,

KE .. *Et* :: *KG* qui est égale à la moitié de *GE* plus *GD* .. *GE*, & divisant on a *KE* moins *Et*, ce qui est égal à *Kt* .. *KE* :: *KG* moins *GE*, ce qui est égal à *KE* .. *KG*.

Donc enfin les trois lignes *Kt*, *KE*, *KG* sont en proportion continuë comme les trois lignes *KT*, *KE*, *KG*;

mais comme les deux *KG*, *KE* sont les mêmes, il faut aussi necessairement que *KT* & *Kt* soient la même, ce qui est évident; & par consequent les points *Tt* ne sont qu'un même point sur *DE* où se rencontrent *Ah* & *Bd*: ce qu'il falloit démontrer.

On démontrera la même chose pour les côtés *AD*, *AB* & *BE* que pour *DE*, car les ayant divisés en deux également, & y ayant trouvé des points comme le point *T* sur *DE*, on aura aussi trois lignes en proportion continuë sur chacun; comme *KT*, *KE*, *KG* sur *DE* en commençant aux points comme *K*, ou sur *AB* comme au point *O*, où les trois lignes *Og*, *OB*, *OG* sont en proportion continuë.

4°. Je dis maintenant que si l'on tire des lignes comme *Tg* par les divisions *T* & *g* des deux côtés opposés *DE*, *AB*, elles concourront au même point *F* de rencontre des deux autres côtés *AD*, *BE*.

Cette seconde Figure a été separée de la premiere pour éviter la confusion des lignes.

DÉMONSTRATION.

FIG. II. Ayant mené la ligne *FT* qui rencontre *Db* en *n* & *AB* en *m*, & comme nous avons vû que *dB* passe en *T*, il se formera deux triangles semblables *Tdn*, *TBm* & de même deux autres *TDd*, *TGB* & d'autres encore à cause des paralleles *Db*, *AB*, d'où l'on tire,

dn .. *Bm* :: *Dd* .. *GB* ou bien alternant *dn* .. *Dd*, ou *db* :: *Bm* .. *GB* ; mais aussi *dn* .. *db* :: *Om* .. *OB*. Donc *Bm* .. *GB* :: *Om* .. *OB*, & renversant en alternant *Om* .. *Bm* :: *OB* .. *GB*, & composant,

Om .. *Om* plus *Bm* ce qui est égal à *OB* :: *OB* .. *OB* plus *GB* ce qui est égal à *OG*; donc les trois lignes *Om*, *OB*, *OG* sont en proportion continuë. Mais aussi on avoit les trois lignes *Og*, *OB*, *OG* en proportion continuë; donc le point *m* est le même que le point *g*, & par consequent

la ligne *Tg* passe en *F*; ce qu'il falloit démontrer.

Ce sera la même démonstration pour les deux autres côtés *AD*, *BE*; car s'ils sont divisés chacun en deux également en *l* & en *i*, & ayant trouvé les points *o* & *p* ensorte que *lo*, *lD*, *lF* & *ip*, *iE*, *iF* soient aussi en proportion continuë, la ligne *op* passera par le point *G*.

5°. Je dis encore que le point *f* étant la rencontre des lignes *Tg*, *po*, si l'on divise *Tg* en deux également en *y*, on aura *yf*, *yT*, *yF* en proportion continuë, & de même de la ligne *po*.

De plus je dis que si l'on mene dans le Trapeze les deux diagonales *AE*, *DB*, elles se rencontreront au point *f* où les deux lignes *Tg*, *po* se rencontrent, & si l'on prolonge ces deux diagonales jusqu'à la ligne *FG* comme *AE* en *q*, & qu'on divise *AE* en deux également en *v*, on aura aussi *vf*, *vE*, *vq* en proportion continuë. Mais si *DB* se trouvoit parallele à *FG*, dans ce cas le point *f* diviseroit *DB* en deux également, & les trois lignes qui devroient être en proportion continuë se trouveroient être égales entr'elles & à *fD* ou à *FB*.

Enfin, je dis que si l'on mene les lignes *oT*, *gp*, elles se rencontreront sur la ligne *AE* au point *q*, & si on les divise chacune en deux également, elles donneront encore trois lignes en proportion continuë, dont celles du milieu seront déterminées par les rencontres des lignes *FB*, *GD*.

Il seroit trop long de démontrer chacun de ces cas en particulier, & il ne sera pas difficile en se servant de la même methode que j'ai employé ci-devant pour les parties *Og*, *OB*, *OG* de la ligne *AG*: mais tous ces cas differents peuvent aussi se démontrer sans beaucoup de peine, en y appliquant les propositions élementaires qui sont dans le premier livre de mon Traité des Sections Coniques, *in folio*, imprimé en 1685. car si l'on a trois parties d'une ligne, lesquelles soient en proportion continuë, & qu'on ajoûte à cette ligne la partie du milieu pour n'en composer qu'une seule ligne, comme dans la premiere Figure de ce Me-

paralleles entr'elles; & de même *FG* & *EH* seront paralleles à *BD*, & par consequent paralleles entr'elles; donc la Figure *EFGH* est un parallelogramme.

J'ajoûte à cette proposition que le parallelogramme *EFGH* est égal à la moitié du Trapeze; car par la proprieté du triangle que je viens de démontrer, le parallelogramme *EFIK* est la moitié du triangle *ADC*; donc, &c.

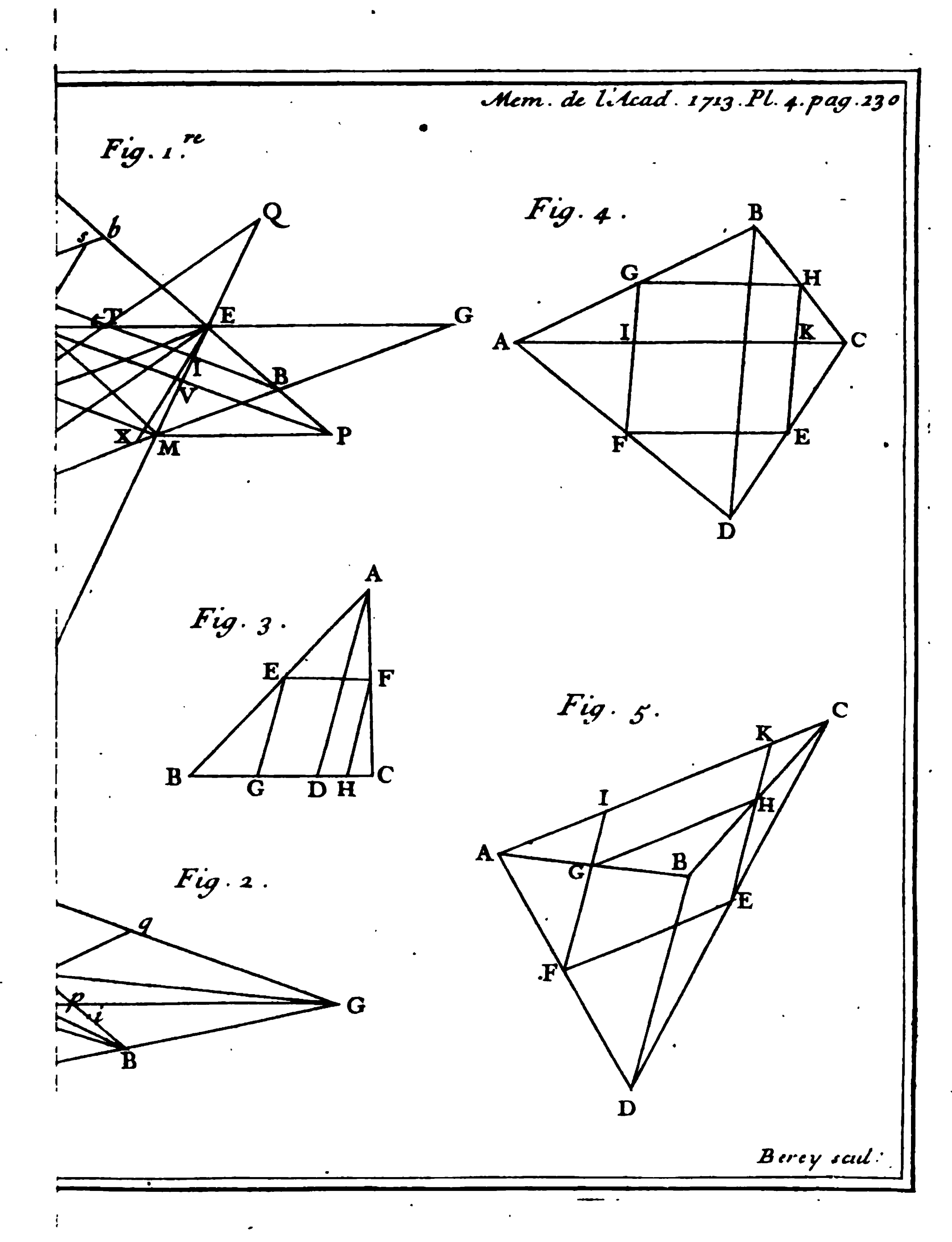
FIG. V. J'ajoûte encore que si au lieu d'un Trapeze on pose un quadrilatere tel qu'on voudra *ABCD*, mais qui ait un angle rentrant *ABC*, on y formera aussi un parallelogramme par la même methode que la précedente, mais ce parallelogramme *EFGH* sera égal à la moitié du quadrilatere *ABCD* plus la moitié du triangle *ABC* excedent & formé dans l'angle rentrant *ABC*; car si l'on prolonge les côtés *FG*, *EH* du parallelogramme jusqu'à *AC* en *I* & en *K*, on aura par ce qui a été démontré du triangle, le parallelogramme *EFIK* égal à la moitié du triangle *ADC*, & si de ce triangle on retranche le triangle *ABC*, il restera le quadrilatere proposé *ABCD*; & si de sa moitié qui est le parallelogramme *EFIK* on en retranche la moitié du triangle *ABC* qui est le parallelogramme *HGIK*, il restera le parallelogramme *EFGH* égal à la moitié du quadrilatere *ABCD* joint à la moitié du triangle *ABC*: ce qu'il falloit démontrer.

NOUVELLE DECOUVERTE DES FLEURS
& des Graines d'une Plante rangée par les Botanistes sous le genre du Lichen.

Par M. MARCHANT.

26. Avril 1713.

LA plûpart de ceux qui ont travaillé sur l'histoire des Plantes, ont fait mention de celle qui fait le sujet de ce Memoire; les uns l'ont décrite & en ont donné la figure; les autres ont publié ses vertus, & il y a peu de pharmacopées où cette Plante ne soit employée dans des com-


Mem. de l'Acad. 1713. Pl. 4. pag. 230
Fig. 1.re
Q
b
s
T
E
G
I
V
B
X
M
P
Fig. 4.
B
G
H
A
I
K
C
F
E
D
Fig. 3.
A
E
F
B
G
D
H
C
Fig. 5.
C
K
I
H
A
G
B
E
F
D
Fig. 2.
q
G
R
i
B
Berey sculp.

positions galeniques, ou dans des remedes topiques; mais comme entre les Botanistes soit anciens soit modernes qui ont donné des définitions des caracteres generiques des Plantes, on n'en voit point qui ait veritablement connu les Fleurs ni les Graines de cette Plante, on rapportera ici la découverte de ces parties cy-devant inconnuës.

Quelques-uns de ces Auteurs font consister le caractere generique du Lichen en des Plantes imparfaites, dont les feüilles s'étendent sur la surface de la terre ou sur le tronc des arbres, & ils divisent ces herbes en Plantes steriles & en Plantes portant des semences. D'autres establissent le genre du Lichen en Plantes qui ne portent point de tiges, & en Plantes qui portent des tiges.

Enfin le plus moderne de ces Auteurs, *Inst. R. herb.* definit le Lichen un genre de Plante qui ne portent point de Fleurs, mais dont le fruit ressemble en quelque façon à un bassin rempli de fole farine ou trés menuë semence, qui étant vûë au microscope paroît à peu-prés ronde.

Aprés avoir rapporté le sentiment de ces Historiens sur la nature du Lichen; pour éviter toute équivoque, nous déclarons que nostre observation est faite sur la Plante nommée dans le Pinax de Gasp. Bauh. *Lichen petræus stellatus*, & que nostre dessein n'est pas de décider si les trois premieres especes de ce genre de Plantes, rapportées dans ce même Auteur, ne sont que des varietez de cette Plante, ainsi qu'il semble que J. Bauhin l'a crû, puisqu'il ne donne que la description & la figure du Lichen étoilé pour ces trois especes, & qu'il reproche à plusieurs Auteurs celebres de n'avoir décrit que le même Lichen, quoi-qu'ils exposent trois figures differentes. Nous ne parlerons point aussi de ce que cette Plante a de commun avec les autres especes de Lichen; mais nous tâcherons de faire connoître ce qu'elle a de particulier, & qui fait l'objet de cette dissertation.

Chaque tige de cette Plante (*Fig. 1.*) de grandeur naturelle: (*Fig. 2.*) la même vûë à la loupe, ainsi que toutes les

suivantes, porte à son extremité une étoile ou rozette d'un demi-pouce de diametre, posée horizontalement, pour l'ordinaire composée de neuf rayons, qui avec la tige forment en quelque maniere la charpente d'un parasol, & dont l'extremité de chaque rayon est terminée en pointe obtuse un peu recourbée en embas & sillonnée en dessous. Le dessous de chacun de ces rayons (*Fig. 3.*) depuis leur origine jusques vers le milieu de leur longueur est garni de plusieurs membranes *A* un peu confusement rangées entre des lignes paralleles; ces membranes sont fort minces, transparentes, de couleur verd blanchâtre, & godronnées par les bords. D'entre ces membranes sortent huit à dix boutons *B* aussi verd blanchâtres membraneux, rayez & à plusieurs pans terminez en pointe; & qui alors par leur figure ont un peu de rapport aux vessies de l'Alkekenge des Indes; mais ils sont moins ronds.

Chaque bouton étant ouvert *C* forme un calice en gobelet renversé, étroit par sa base, plus large & dentelé par le bord; & de sa cavité il sort un pedicule qui porte une fleur *D* de la figure d'une coupe ou tasse antique en maniere de godet de couleur citron tirant sur l'orangé, legerement dentelée en ondes par le bord, qui se renverse en dehors, & cette coupe qui a tout au plus une demie ligne de diametre est ordinairement inclinée en embas.

Au même temps que cette fleur s'épanoüit, on y découvre au dedans une touffe de filets soyeux trés fins *E* de couleur jaune doré fort serrez entr'eux, & qui ensemble representent assés bien une houpe de soye dont les brins seroient chifonez & repliez, lesquels s'alongeant peu à peu & s'épanoüissant visiblement, laissent échapper une infinité de trés petites particules jaunes à peu prés rondes *F*, qu'on apperçoit actuellement sortir par boufées d'entre les filets soyeux de cette houpe, & se répandre dans l'air, ainsi que feroient les étincelles d'un tison enflammé qu'on frapperoit coup sur coup, lesquelles particules par leur extrême finesse s'évanoüissent aux yeux & se perdent dans l'air. Ces fleurs ne

ne s'épanoüiſſent que ſucceſſivement; & ayant eſté viſibles pendant deux ou trois jours, elles deviennent de couleur rouſſe & ſe deſſechent entierement.

Il eſt aſſés vraiſemblable que les petites particules jaunes, dont on vient de parler, ſont les graines de cette Plante, puiſqu'on voit naître des millions de jeunes Plantes de la même eſpece aux environs des anciennes; ce qui arrive non-ſeulement ſur la ſurface de la terre, mais auſſi contre des murs graveleux, dans des cours, entre les joints ou fentes du pavé, & même juſques ſur des toits voiſins expoſez au Nord, & principalement pendant l'Automne ou autres temps frais, ce qui nous fait appeller ces ſemences graines errantes ou vagabondes, à cauſe qu'elles ſe diſperſent dans l'air où elles ſont inviſibles.

On a ſouvent remarqué que dans des cours nouvellement pavées à chaux & à ciment on voit tout à coup paroître quantité de cette Plante quoi-qu'on n'y en eut point obſervé ci-devant, ce qui pourroit faire conjecturer que la chaux par ſes principes ne contribuë pas peu à faire germer ces graines.

Par ce qui vient d'être rapporté, il eſt certain que la ſtructure de la fleur & de la graine du Lichen étoilé n'a point été connuë des Botaniſtes, puiſqu'on ne trouve rien de ſemblable dans tous les caracteres generiques qu'ils nous ont donnés des Plantes, joint à ce qu'ils diſent que le Lichen ne porte point de fleurs; or il étoit de quelque importance en Botanique de connoître parfaitement le caractere generique d'une Plante, ſur-tout lorſqu'elle eſt en uſage en Medecine, & c'eſt ce que nous croyons avoir découvert par cette obſervation, qui donne lieu de croire que toutes les petites Plantes qui naiſſent ſur les troncs des Arbres, ſur les toits & ſur des bâtimens, quoi-que fort élevés, ainſi qu'on y remarque pluſieurs eſpeces de mouſſe, de Lichen, de moiſiſſures ou mucoſitez & autres végétations, ſont vraiſemblablement autant de Plantes qui ne s'y produiſent auſſi que par des graines vagabondes, entre leſquelles par la ſuite

on découvrira peut-être une infinité de differens genres de Plantes par rapport à la ſtructure de leurs fleurs ou de leurs graines, lorſqu'elles auront été bien examinées, ce qui prouve parfaitement l'immenſe fecondité de la nature & l'étenduë de la Botanique.

Il reſulte de nôtre obſervation en faveur du Lichen étoilé, qu'on découvre dans une des plus petites fleurs un mouvement continuel de pluſieurs parties, ce que je ne ſçai point qu'on ait remarqué, même dans les plus grandes fleurs.

Il eſt vrai que les Plantes appellées *Senſitives*, reſſerent leurs feüilles quand on les touche, comme ſont auſſi les Etamines de la fleur de l'Opuntia, qui étant frappées lorſque le Soleil donne deſſus, ſe contractent; mais ces parties de Plantes n'ont un mouvement viſible que lorſqu'elles ſont touchées, au lieu qu'on découvre trés viſiblement dans la fleur de nôtre Plante, que ſes filets ſoyeux ſe développent & s'alongent ainſi que feroient un peloton de vermiſſeaux expoſés à la chaleur du Soleil, & que les ſemences de cette même Plante ſe répandent continuellement comme des atomes dans l'air, ce qui fait la merveilleuſe mécanique de cette fleur.

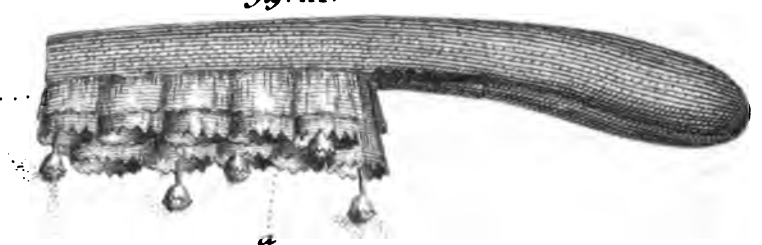
Le caractere generique de cette Plante étant donc de porter une fleur en coupe ou taſſe antique remplie d'une houpe compoſée de filets ſoyeux d'où ſortent par bouffées quantité de trés menuës ſemences, & ainſi la ſtructure de cette fleur ne convenant point au caractere du Lichen cidevant rapporté & extrait des plus celebres Botaniſtes modernes, nous établirons pour cette Plante un nouveau genre, que nous appellerons *Marchantia*, du nom de feu M. Marchant mon pere, qui le premier eut l'honneur d'occuper une place de Botaniſte dans cette Academie, lorſque le Roy en 1666. créa cette Compagnie.

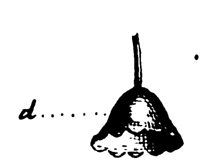
Nous avertiſſons ceux qui voudront ſe donner le plaiſir de voir la fleur de la *Marchantia ſtellata*, de la chercher aprés un temps d'orage ou de pluye chaude, car

Marchantia Stellata.

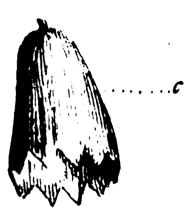
Lichen petræus Stellatus Casp. Bauh. Pin. 362.











P. Simonneau filius delin et Sculp.

quoi-que cette Plante fleurisse presque pendant tout l'Été, toutefois ses fleurs ne s'épanoüissent bien que dans un temps chaud & humide, & l'on a remarqué que le mois d'Aoust est souvent le plus convenable pour observer ce phénomene dont la découverte a si long-temps été cachée aux Botanistes, puisque M. Tournefort même qui a défini le caractere generique du Lichen, ainsi qu'il a été dit, n'a fait nulle mention de cette Plante dans aucun de ses ouvrages; ce qui a augmenté l'envie que j'avois toûjours eu de m'assurer parfaitement de la structure de cette fleur, que j'avouë n'avoir pû découvrir qu'aprés une suite d'observations faites pendant plusieurs années, à cause de la difficulté qu'il y a de trouver le moment où cette fleur s'épanoüit, de son peu de durée, & de l'extrême délicatesse des parties qui la composent.

Quant à ce qui regarde les vertus de cette Plante, nous dirons qu'on l'employe dans le sirop de Chicorée, si excellent contre les maladies du foye & de la ratte, dont il dégage puissamment les obstructions, & qu'on le donne contre la jauniсse & pour ramollir les duretées du ventre. On se sert aussi avec succès de la décoction simple de la Marchantia stellata ou de son eau distillée dans les maladies de la peau, ainsi que plusieurs Auteurs le confirment.

SUR L'HYDROPISIE APPELLÉE TYMPANITE.

Par M. LITTRE.

L'Air que nous respirons, si necessaire à nôtre conservation, nous cause souvent des maladies & quelquefois la mort. Nous avons déja vû dans mon dernier Memoire comment il produit une espece d'enflure nommée *Emphyseme;* nous allons voir dans celui-ci, qu'il est la veritable 19. Juillet 1713.

cause d'une autre espece d'enflure qui est beaucoup plus à craindre.

L'espece d'enflure, dont je veux parler, est nommée par les Auteurs *Hydropisie Tympanite*, & cela, parce que dans cette maladie le ventre extremement enflé & tendu, lorsqu'on le frappe, raisonne à peu-prés comme un tambour.

Les Auteurs, qui ont traité de l'Hydropisie Tympanite, ne conviennent entre eux ni de la cause qui la produit, ni du lieu où cette cause a son veritable siege. Les uns prétendent que cette maladie est l'effet d'une convulsion ; d'autres veulent que l'air seul la produit ; & d'autres assûrent que de l'air & de l'eau en sont ensemble la cause.

Les premiers croyent que dans l'Hydropisie Tympanite les muscles du ventre sont en convulsion, & que ces muscles étant en convulsion soulevent & tendent les tegumens du ventre. Opinion tout-à-fait insoûtenable, puisque les muscles du ventre suivant leurs attaches & leurs dispositions naturelles ne peuvent absolument en se contractant que resserrer & abbaisser le ventre.

Pour les Auteurs qui regardent l'air comme la cause totale, ou comme la cause partiale de l'Hydropisie Tympanite, ils different entr'eux lorsqu'il s'agit de déterminer l'endroit que cet air occupe. Les uns le placent uniquement dans la capacité du ventre ; & les autres le logent partie dans la poitrine, partie dans le mesentere & partie dans l'épiploon. Quant à ceux qui prennent l'eau pour cause partiale de cette maladie, ils veulent unanimement qu'elle soit contenuë dans la capacité du ventre.

J'ai eu occasion de faire un grand nombre d'observations sur des hommes morts d'Hydropisie Tympanite. Je m'en vais rapporter celles qui me paroissent les plus considerables; les premieres feront voir qu'on a peu connu la cause de cette maladie, & les dernieres nous en donneront une parfaite connoissance.

PREMIERE OBSERVATION.

Le ventre de ces ſortes d'Hydropiques eſt auſſi dur, auſſi tendu & auſſi ſonore, ou rend les mêmes ſons aprés ſa ponction que devant.

SECONDE OBSERVATION.

Pour découvrir, ſi dans l'Hydropiſie Tympanite il y avoit de l'air renfermé dans la capacité du ventre, j'ai porté un Troiquarts juſques dans cette capacité en pluſieurs corps qui étoient morts de cette maladie. Ayant retiré le poinçon du Troiquarts & laiſſé ſa canule, j'ai preſenté une bougie allumée à ſon embouchure pendant qu'on preſſoit le ventre tout autour, & la flamme n'en a été nullement agitée. Cette obſervation renverſe entierement l'opinion de ceux qui prétendent que la cauſe de l'Hydropiſie Tympanite eſt de l'air contenu dans la capacité du ventre.

TROISIEME OBSERVATION.

Lorſque les Hydropiſies étoient recentes, je n'ai trouvé que quelque humidité dans la capacité du ventre de ces Hydropiques, & qu'environ trois chopines d'eau dans les inveterées, quantité peu conſiderable par rapport à la vaſte cavité du ventre & à la groſſeur exceſſive où il parvient dans ces maladies. On ne doit donc regarder cette quantité d'eau que comme une choſe accidentelle à la maladie, & non comme une choſe eſſentielle.

QUATRIEME OBSERVATION.

J'ai examiné avec ſoin le peritoine, l'épiploon & le meſentere dans ces ſortes d'Hydropiques, & je n'ai point apperçû d'air dans aucune de ces parties : ce n'eſt donc point encore là qu'il faut chercher la cauſe de l'Hydropiſie Tympanite.

CINQUIÉME OBSERVATION.

J'ai toûjours trouvé dans les cadavres des Tympanites l'estomac & les intestins fort gros & fort tendus, & sur-tout les gros intestins. J'ai souvent vû le cæcum & le colon gros comme la cuisse d'un homme; je n'ai jamais remarqué de grosseur extraordinaire dans les autres parties qui sont contenuës dans la même capacité. C'est donc uniquement l'enflure de l'estomac, & principalement des gros intestins des Tympanites, qui produit l'enflure extraordinaire de leur ventre.

SIXIÉME OBSERVATION.

Les membranes, qui composent l'estomac & les intestins des Tympanites, sont toûjours fort minces; leur tissu cependant est encore assés resserré pour ne pas laisser échapper à travers leurs pores l'air qu'elles renferment, & assés ferme pour resister aux efforts que ce même air fait pour s'échapper en déchirant ces membranes. L'estomac & les intestins, quoique fort gros, sont fort legers, aussi contiennent-t-ils beaucoup d'air; le reste, qu'on y trouve, est peu de chose, & pour l'ordinaire glaireux. De cette observation on peut conclure, que c'est de l'air, & de l'air contenu dans la cavité de l'estomac & dans celle des intestins qui produit l'Hydropisie Tympanite.

Essayons à present d'expliquer comment de l'air enfermé dans la cavité de l'estomac & des intestins peut produire une enflure aussi considerable que celle qu'on observe dans les Hydropisies appellées Tympanites.

Le même canal, qui conduit les alimens, la boisson & la salive dans l'estomac, je veux dire l'æsophage, y porte aussi de l'air avec eux. L'æsophage est toûjours plein d'air, parce qu'il est toûjours ouvert par enhaut & qu'il y communique avec le nés & la bouche, & par consequént avec l'air exterieur; & quoi-que ce canal ne soit vraisemblablement ouvert par embas que lorsque les alimens passent de

sa cavité dans celle de l'estomac, il en passe alors assés dans ce viscere pour qu'il n'en manque point.

L'air reçû dans la cavité de l'estomac peut y avoir trois usages.

Le premier est de contribuer à la digestion des alimens soit par son ressort, soit par des sels & de soufres volatils qu'il contient entre ses parties.

Le deuxiéme est de donner prise aux membranes de l'estomac sur les alimens, lorsqu'ils sont en trés petite quantité, parce que ces membranes par leur contraction ordinaire ne s'approchent pas d'assés près entre elles pour presser, écraser, &c. immediatement ce peu d'alimens, & pour les pousser dans la cavité des intestins aprés qu'ils sont digerés. *Actio enim non datur in distans.* Il faut donc qu'il y ait un autre corps entre les alimens & ces membranes qui en occupe l'intervalle; or ce corps est l'air contenu dans la cavité de l'estomac.

Le troisiéme usage est de soûtenir les parois de l'estomac, & d'empêcher par ce moyen, que par leur poids & par leur contraction elles ne s'approchent entre elles de sorte que la cavité en devienne si petite, qu'elle ne puisse contenir la quantité d'alimens qui est necessaire pour la nourriture du corps.

Il y a lieu de presumer que l'air, qu'on trouve aussi dans les intestins, vient de l'estomac, & qu'il a à peu-prés les mêmes usages dans les intestins que dans l'estomac.

L'estomac & les intestins sont de vrais muscles creux, dont l'air, qui est enfermé dans leur cavité, est l'antagoniste. On peut regarder cet air & les parois de ces visceres comme deux ressorts qui agissent sans cesse l'un contre l'autre. L'action de l'air tend toûjours du dedans en dehors, & l'action principale des parois musculeuses tend toûjours au contraire du dehors en dedans.

Tant que ces deux ressorts se contrebalançent alternativement l'un l'autre, l'estomac & les intestins se contractent & se relâchent alternativement, & leur cavité ne devient

ni trop grande ni trop petite. Dans cet état ces viſceres peuvent accomplir les fonctions auſquelles ils ſont deſtinés. Mais ſi le reſſort des parois du canal l'emporte abſolument ſur celui de l'air qui y eſt contenu, il reſſerrera ce canal, en chaſſera l'air par la bouche ou par le fondement & empêchera le cours des matieres qui y doivent couler. Si au contraire le reſſort de l'air l'emporte abſolument ſur celui des parois du même canal, il les dilatera & augmentera la cavité ; cependant les matieres n'y couleront pas facilement, parce qu'elles ne ſeront preſque point pouſſées par les parois quoique muſculeuſes à cauſe de leur relâchement.

Or pendant le cours des grandes & longues maladies, auſquelles ſuccede ordinairement l'Hydropiſie Tympanite, le ſang ſe gâte & perd ce qu'il a de fin & de ſubtil, & il s'amaſſe dans la cavité de l'eſtomac & des inteſtins des ſucs, qui venant à s'y aigrir par leur ſéjour, y excitent des fermentations extraordinaires.

D'où il ſuit, que le reſſort des parois de ces viſceres, qui dépend d'une abondance d'eſprits & d'eſprits bien conditionnés, doit être foible & énervé ; & que le reſſort de l'air au contraire, dont la force conſiſte dans ſa grande rarefaction, doit être fort & vigoureux ; car d'un côté cet air doit être fort échauffé à l'occaſion des fermentations extraordinaires qui ſe font dans le canal ; & de l'autre ſon antagoniſte eſt preſque ſans reſiſtance. L'air doit donc l'emporter de beaucoup ſur les parois de l'eſtomac & des inteſtins, ſe rarefier extraordinairement, dilater à proportion le canal, étendre à meſure les tegumens du ventre, qui pour lors ſont auſſi minces & lâches, & produire enfin une enflure qu'on appelle Hydropiſie Tympanite.

On pourra objecter, que le reſſort de l'air exterieur devroit contrebalançer celui de l'air interieur, s'oppoſer à la dilatation extraordinaire de l'eſtomac & des inteſtins, auſſi bien qu'à celle des tegumens du ventre, & par conſequent empêcher la production de l'Hydropiſie Tympanite. A quoi je réponds, que l'air exterieur eſt condenſé, & que l'inte-

rieur

rieur est rarefié par la chaleur des visceres où il est contenu, & qu'un air rarefié a incomparablement plus de force qu'un air qui ne l'est point.

Les observations & les réflexions précedentes étant supposées, il n'est pas bien difficile de rendre raison des accidens qui accompagnent l'Hydropisie Tympanite, & dont voici les principaux.

Dans l'Hydropisie Tympanite les malades jettent peu & difficilement des vents par la bouche, & encore moins & plus difficilement par le fondement. Ils jettent peu & difficilement des vents par la bouche, parce que la dilatation excessive des membranes de l'estomac, aussi bien que des tegumens du ventre & même du diaphragme met ces parties hors d'état de se contracter assés pour chasser par la bouche l'air qui est enfermé dans la cavité de ce viscere, & qui étant d'ailleurs trés rarefié, resiste beaucoup à leur effort. Outre cela le diaphragme peut s'opposer à la sortie de cet air, principalement lorsqu'il se contracte, parce qu'alors il serre la partie inferieure de l'æsophage qui le traverse pour se rendre à l'estomac.

Les Tympanites rendent encore moins & plus difficilement des vents par le fondement, parce qu'outre que les organes qui les doivent chasser par cette voye sont trés foibles, il y a un muscle situé à l'extremité de l'intestin *rectum* qui la ferme constamment & qu'il faut forcer pour que cette issuë soit libre.

On ne sent point de fluctuation en frappant le ventre des Tympanites, de même qu'on en sent une en frappant celui des Ascitiques : la raison en est aisée. Le ventre des Ascitiques est une espece de vase qui contient de l'eau ; mais qui n'en est pas entierement rempli ; au lieu que l'estomac & les intestins des Tympanties sont comme un vase tout à fait plein d'air. En agitant un vase, que l'eau ne remplit qu'en partie, on oblige cette eau à aller choquer les parois du vase en plusieurs endroits & à y faire une impression sensible ; mais l'air incomparablement plus rare, & qui ou-

tre cela remplit tout le vase où il est contenu, ne sçauroit exciter une fluctuation dans l'estomac ni dans les intestins comme l'eau fait dans le ventre des Ascitiques.

Il est facile de comprendre pourquoi dans l'Hydropisie Tympanite le ventre frappé rend un son à peu-prés semblable à celui d'un tambour; les parois de l'estomac & celles des intestins sont devenuës extremement minces, & elles sont fort tenduës par l'air qu'elles renferment. Ces visceres sont donc semblables alors à une espece de tambour, ou plûtôt à ces vessies de porc que les enfans remplissent d'air. Or ces vessies frappées rendent un son, l'estomac & les intestins frappés doivent donc en rendre un aussi.

Dans l'Hydropisie Tympanite les malades ne ressentent point de douleur dans le ventre comme ceux qui ont une colique venteuse; c'est que dans l'Hydropisie Tympanite les membranes de l'estomac & des intestins sont étenduës au point que le cours des esprits y doit être intercepté; de sorte que les impressions des objets sur ces membranes ne peuvent être transmises jusqu'au cerveau pour que l'ame s'en apperçoive. Il n'en est pas de même dans la colique venteuse où les membranes de l'estomac & des intestins sont incomparablement moins étenduës; par consequent le cours des esprits y peut être encore assés libre pour que les impressions des objets soient portées jusqu'au cerveau & qu'elles y excitent le sentiment de douleur.

De ce que l'air enfermé dans la cavité de l'estomac & des intestins est la cause de l'Hydropisie Tympanite, il est clair que pour la guerir on ne doit point avoir recours à l'opération de la paracentese; car par la ponction on pourroit percer les intestins; d'où il pourroit resulter un épanchement dans la capacité du ventre, de matieres soit nourricieres, soit excrementeuses ou bien de l'air, qui sont contenus dans leur cavité. Or les matieres épanchées dans cette capacité y séjournant se corromproient & ne manqueroient pas de causer la gangraine & par consequent la mort du malade; & quand il n'y auroit que l'air, qui s'échappât

dans la même capacité, ne pourroit-il pas s'y en accumuler assés pour comprimer les parties, principalement l'intestin percé, empêcher leurs fonctions & consequemment causer aussi la mort dans la suite.

Enfin l'Hydropisie Tympanite est pour l'ordinaire mortelle, parce que cette maladie consistant dans une dilatation demesurée des membranes de l'estomac & des intestins, ces visceres ont perdu la plus grande partie de leur ressort. Ils ne peuvent donc se contracter que fort foiblement, ni par consequent exercer leurs fonctions que fort imparfaitement, d'autant que c'est par leur contraction qu'ils les accomplissent. Or ces fonctions sont absolument necessaires à la vie.

REMARQUES SUR UN PARADOXE DES EFFECTIONS GEOMETRIQUES.

Par M. ROLLE.

LA Regle que j'ai donnée dans les Memoires de 1711. pag. 88. & 89. n'est pas exempte de paradoxe. Il suit de cette regle qu'une portion de Courbe aussi petite qu'on voudra & par tout cave vers son axe generateur, se peut couper ou être touchée par autant de Courbes qu'on voudra & en autant de points qu'on voudra : de maniere que toutes ces Courbes soient caves vers ce même axe dans l'étenduë qui renferme tous ces points ; & que toutes leurs appliquées soient de celles qui vont toûjours en augmentant ou toûjours en diminuant dans une suite non interrompuë, le long de cette étenduë. En cela, il n'y a rien qui révolte la raison, mais quand on compare les Lunules qui se forment des rencontres de toutes ces Courbes, aux portions de ces mêmes Courbes, qui sont comprises entre le premier & le dernier point de rencontre, on ne laisse pas de trouver une espece de paradoxe dans un chan-

12. Juillet 1713.

gement de cavitez relatives qui arrive à ces Lunules.

Pour mieux marquer en quoi consiste ce paradoxe, & pour en donner les premiers éclaircissemens, j'ai fait deux sortes de Remarques. Les unes ne regardent que des Courbes du premier genre, & les autres sont prises des Courbes de tout genre. On les peut voir ces Remarques dans le Memoire de 1711. pag. 92. *& suivantes*. Mais l'on y peut voir aussi qu'elles demandent des explications, & c'est pour ce premier besoin que j'ai fait d'autres Remarques que l'on va voir ici. Ensuite viendront les preuves.

Sur les Courbes du premier Genre.

REMARQUE I. Lorsque les racines d'une égalité du 4e. degré sont toutes réelles & positives, elle est toûjours un cas de celle qui est icy en *A*.

$$A \ldots x^4 - ax^3 + bxx - cx + d = 0.$$

Et si dans le dessein de la construire, on prend pour le premier lieu $xx = hy$; on a d'abord pour le second lieu ou une Ellipse ou une hyperbole :

Quand on ne fait la substitution que dans les deux premiers termes de *A*, on a le lieu à l'Ellipse marqué *B*.

$$B \ldots hhyy - ahyx + bxx - cx + d = 0.$$

Et quand on substituë dans les trois premiers termes, on a le lieu à l'hyperbole marqué *C*.

$$C \ldots hhyy - ahyx + bhy - cx + d = 0$$

En construisant l'Ellipse de *B*, l'hyperbole de *C* & la parabole de $xx = hy$, sur un même axe & une même origine les trois Courbes se rencontreront en autant de points qu'il y aura de differentes racines dans *A*. Mais si ces racines sont toutes réelles, toutes positives ou toutes negatives, & si avec cela elles sont toutes inégales entr'elles; alors, on verra que les trois Courbes seront caves vers l'axe des *y* dans l'intervale des quatre points d'intersection. C'est ce qu'il faut expliquer pour préparer & conduire à l'intelligence du paradoxe en question.

Eclairciſſemens & Preuves:

Si l'on prend $1, 2, 3, 4$, & ſi l'on en fait les racines d'une égalité du 4e. degré, cette égalité ſera comme on le voit en *D*.

$$D.\ x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0,$$

Et comparant cette égalité *D* à l'égalité *A*, on aura

$$a = 10.\ b = 35.\ c = 50\ \&\ d = 24.$$

Subſtituant ces valeurs dans *B* & dans *C*, on aura les lieux particuliers *E*, *G*,

$$E \ldots yy - 10yx + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

$$G \ldots yy - 10yx + 35y - 50x + 24 = 0.$$

En cela je prend $h = 1$ pour déterminer $xx = hy$, alors on aura $xx = y$.

Conſtruiſant le lieu $xx = y$ avec le lieu *E* ſur un même axe & une même origine, la parabole coupera l'Ellipſe en quatre points dans le ſens marqué par Fig. 1. où l'on peut voir que cette parabole entre dans cette Ellipſe au point *A:* Qu'elle en ſort au point *B:* Qu'elle y rentre au point *D*, & qu'elle en ſort de nouveau au point *E* pour continuer ſon chemin vers *L:*

Conſtruiſant auſſi le lieu $xx = y$ avec le lieu *G* ſur un même axe & une même origine, on verra que l'hyperbole coupe la parabole en quatre points comme en Fig. 2. Que cette hyperbole entre dans l'eſpace parabolique au point *A:* Quelle en ſort pour la premiere fois au point *B:* Que ſa ſeconde immerſion ſe fait au point *D:* Que ſa ſeconde ſortie ſe fait en *E*, & qu'elle continuë ſon chemin vers *A*.

Comme ces Courbes ont été fort examinées & ſont auſſi fort connuës, on verra d'abord que les quatre interſections forment trois Lunules : Que la premiere eſt terminée par le point *A* & par le point *B*; la ſeconde par les points *B* & *D*, & la troiſiéme par *D* & par *E*.

On verra auſſi que dans la Fig. 2. par exemple, la parabole eſt plus cave que l'hyperbole dans la premiere Lunule : Qu'elle eſt moins cave que l'hyperbole dans la ſeconde

Lunule, & qu'elle se trouve plus cave que l'hyperbole dans la troisiéme Lunule. Et comparant la parabole à l'Ellipse dans Fig. 1. on verra une semblable suite alternative du plus & du moins cave. En cela il ne paroît point de difficulté. Car menant un droite par les deux points qui terminent une Lunule, il paroît évident que le segment de Courbe le plus cave est celuy qui s'éloigne le plus de cette droite. Mais les portions entieres de la parabole, de l'Ellipse & de l'hyperbole comprises entre le point *A* & le point *E* sont par-tout caves vers l'axe des *y*. Et comme ces portions renferment les Lunules où le cave reçoit le plus & le moins, il est bon de s'assûrer de la cavité de ces mêmes portions vers cet axe.

Pour cela, il me paroît qu'il faut donner icy une partie du calcul qui sert à la generation des trois Courbes.

Axe	Parabole	Hyperbole	Ellipse
$y=0$. donne	$x=0$	$x-\frac{12}{25}$	x. imaginaire.
$y=1$	$x=1$	$x=1$	$x=1$.
$y=4$	$x=2$	$x=2$	$x=2$.
$y=9$	$x=3$	$x=3$	$x=3$.
$y=16$	$x=4$	$x=4$	$x=4$.
$y=100$	$x=10$	$x=12\frac{154}{275}$	x. imaginaire.

Ainsi l'on voit que l'intervalle où les Courbes se rencontrent est terminé d'un côté par $x=1$ & de l'autre par $x=4$. Et comme l'on a des regles fort précises pour s'assûrer que dans cet intervalle il n'y a aucun *Maximum*, on peut déja voir que les appliquées vont en augmentant & dans une suite non interompuë le long de cet intervalle.

On sçait aussi que dans les Courbes du premier genre, il n'y a jamais de points d'inflexion ni aucun de ceux qu'on appelle de rebroussement & recourbement, ainsi l'on pourra s'assûrer de la cavité des portions totales *AE*, vers l'axe des *y* par le moyen de la petite regle qui prescrit de prendre des abscisses en progression aritmethique & de les

comparer à leurs appliquées. Nous avons ici $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$, qui sont quatre abscisses de l'axe des x & qui sont aussi en progression aritmethique. Si l'on prend les trois premieres $x=1$. $x=2$. $x=3$. on a vû que leurs appliquées sont $y=1$. $y=4$. & $y=9$. On voit aussi que la somme des extrêmes $1+9$ surpasse 8 double de la moyenne, ainsi l'on peut conclure suivant la regle que la portion *AE* de chaque Courbe est convexe vers l'axe des x & que par consequent elle est cave vers l'axe des y.

En prenant les trois dernieres $y=2$. $x=3$. $x=4$. leurs appliquées seront $y=4$. $y=9$. $y=16$ dont la somme des extrêmes surpasse le double de la moyenne. Donc selon la regle, la Courbe est convexe vers l'axe des x & cave vers l'axe des y.

D'où il suit par la même regle que les trois Courbes sont caves vers l'axe des y; depuis $x=1$. jusqu'à $x=4$, c'est-à-dire, dans toute l'étenduë de l'intervalle dans lequel se font les quatre intersections de ces Courbes Fig. 1. & 2. On a vû aussi que les appliquées vont toûjours en augmentant le long de cet intervalle, & que leur suite n'est point rompuë.

Mais l'on a encore pû voir par les portiuncules qui forment les Lunules que chacune des trois courbes est tantôt plus cave & tantôt moins cave que les deux autres Courbes dans ce même intervalle, & rappellant ici la premiere idée que j'ai donnée du paradoxe dont il s'agit, on voit en quel sens deux Courbes qui se couperoient en mille en un point avec les trois conditions ci dessus marquées, formeroient mille Lunules où chacune de ces Courbes seroit alternativement plus & moins cave que l'autre Courbe dans l'intervalle qui renferme tous ces points, quoique chacune de ces Courbes prise à part soit par tout cave vers l'axe generateur commun à l'une & à l'autre; quoique leurs appliquées soient de celles qui vont toûjours en augmentant; quoique ces appliquées soient d'une suite continuë. Ainsi cette espece d'uniformité du cave dans les portions

entieres, & le changement du cave dans les Lunules contribuent de quelque chose à fixer l'idée du paradoxe & serviroient en quelque maniere à l'expliquer, mais avant que d'en venir-là, il est bon de marquer d'autres faits.

Que les trois Courbes se coupent ici sans se toucher, cela est si facile à voir par les tangentes, qu'il seroit inutile de s'y arrêter.

En poussant le calcul un peu davantage que je ne l'ay fait ici, on verroit comment le côté de l'Ellipse marqué $tVNI$, Fig. 1. se trouve entre l'axe des y & le côté de la parabole qui est coupé par cette Ellipse, & l'on verroit aussi la détermination de son grand diametre de r vers S par les formules de la transposition des axes. On peut trouver par les mêmes formules le sommet de l'hyperbole Fig. 2. & celui de son opposée, & il est d'ailleurs facile de voir comment cette hyperbole coupe l'axe des y au point C, pour s'approcher de son asymptote λM. &c. Je laisse de semblables recherches ; parce qu'il m'a paru qu'elles seroient inutiles au dessein de ce Memoire, aprés le détail que l'on vient de voir ici.

En prenant les trois Courbes deux à deux, on peut faire trois constructions pour éviter la confusion des segmens curvilignes dans les Lunules, mais j'ai crû qu'il suffisoit d'en donner deux, pour marquer les cavités relatives de ces segmens, & que cela designe assés celles qui se forment en construisant l'hyperbole & l'Ellipse sur un même axe & une même origine.

REMARQUE III. De tout ce que je viens de dire, & de la theorie des Effections Geometriques, on peut voir que si l'on construit sur un même axe & une même origine le lieu $xx = y$ avec les lieux E, G, leurs trois Courbes se couperont en quatre points ; qu'elles seront caves vers l'axe des y dans l'intervale de ces points, & que leurs appliquées augmenteront toûjours sans interruption le long de cet intervale.

En combinant les lieux $xx = y$, E, G, on aura autant d'autres

d'autres Ellipses & d'autres hyperboles qu'on voudra qui étant construites sur l'origine *O* & sur l'axe des *y* couperont les precedentes & la parabole aussi, dans les quatre points *A*, *B*, *D*, *E*, & chacune y coupera aussi toutes les autres : de maniere que toutes ces Courbes se trouveront caves vers l'axe des *y* dans l'intervale de tous ces points. Quelques-unes des combinaisons ne donneront que des lignes droites; mais il y en a peu de cette sorte, & il est facile de les reconnoître. Il est facile aussi d'éviter celles qui ne donnent que des lieux imaginaires.

Cette infinité de Courbes resulte de $h = 1$. & des quatre racines *1*, *2*, *3*, *4*, ainsi, un changement si grand ou si petit qu'on voudra dans la valeur de *h* ou dans les racines, donnera une autre infinité de Courbes ; de maniere qu'en prenant successivement tous les nombres pour *h* sans changer les racines, on concevra une infinité d'infinités de Courbes du premier genre qui s'entrecouperont aux mêmes points *A*, *B*, *D*, *E*, & seront toutes caves vers l'axe des *y*.

Si l'on fait du changement aux racines, il est évident que les Courbes se rencontreront en d'autres points. Delà d'autres exemples, d'ailleurs semblables aux precedents, & dont la multiplicité me paroît inexprimable. Entre tous ces exemples les plus simples seroient ceux que donneroient les quatre racines *0*. *1*, *2*, *3*. Mais alors le sommet de la parabole seroit un des points de rencontre.

Comme l'on peut prendre une portion de parabole aussi petite qu'on voudra & prendre aussi quatre appliquées de cette portion pour les introduire dans une égalité du 4e. degré, on peut par consequent trouver autant de Courbes du premier genre que l'on voudra, qui couperont cette portion en quatre points; & si elle est par-tout cave vers son axe generateur, toutes ces Courbes se trouveront caves vers ce même axe dans l'intervale de tous ces points. Cela me paroît évident aprés ce qui a été dit ici, & d'ailleurs il faut menager l'étenduë qui m'est donnée pour les

Remarques qui regardent les Courbes de tous les genres & qui doivent servir à l'éclaircissement du paradoxe en question.

Sur les Courbes de tout genre.

Entre les Courbes qui sont au delà du premier genre, je n'en vois pas de plus simple que la parabole $x^3 = y$. Elle est commode pour quantité de constructions & convient à mon sujet. Car si l'on prend cette parabole pour le premier lieu d'une égalité dont toutes les racines sont positives, alors toutes ces racines se trouveront dans un de ses rameaux, & les Courbes seront caves d'un même côté dans l'intervale des points de rencontre. Mais en cela il n'y a pas beaucoup d'exemples où l'on puisse faire que le second lieu soit du premier genre. On aura un indice de la difficulté en rappellant ici l'égalité marquée *D*.

$$D.\ x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

Le premier lieu étant $x^3 = y$, on aura le second lieu *F*.

$$F.\ yx - 10y + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

Construisant l'hyperbole que donne ce lieu avec la parabole $x^3 = y$, sur un même axe & une même origine, une des branches de cette parabole sera coupée en 4 points par un rameau de l'hyperbole, & ce rameau avec cette branche se trouveront par-tout caves vers l'axe des y dans l'intervale de ces quatre points. On verra aussi que les appliquées vont en augmentant dans une suite non interrompuë le long de cet intervale.

En prenant $x^3 = fy$ pour le premier lieu de *D*, l'hyperbole du second lieu changera à mesure qu'on changera la valeur de f. De-là une infinité d'hyperboles telles que chacune coupe toutes les autres & coupe aussi la parabole dans les quatre mêmes points aux mêmes conditions que dessus.

Multipliant *D* par $xx + 10x - 75$, & prenant $x^3 = fy$ pour le premier lieu, la varieté de f fournira une autre suite infinie d'yperboles qui couperont une des bran-

ches de la parabole en cinq points, qui seront par tout caves vers l'axe de y, & qui couperont encore cette parabole en un point au-dessus de l'inflexion, pour la racine -15.

Mais si l'on multiplie l'égalité *D* par $xx+10x+65$. Et si l'on prend $x^3=fy$ pour le premier lieu pour avoir un cercle dans le second lieu, alors, il faut faire $f=\sqrt{1799}$, & le cercle ne coupera qu'en quatre points une des branches de la parabole.

Ainsi, dans le dessein qu'un des lieux soit toûjours du premier genre pour la construction d'une égalité quelconque, & pour avoir des points de rencontre autant qu'on en voudra, ce ne seroit que rarement un avantage de prendre les premiers lieux au-delà du second degré. Si l'on prend la voye des indeterminées & des problêmes auxiliaires dont j'ai parlé dans les Memoires de 1708. pag. 359. on trouvera des exemples du paradoxe dont les lieux seront plus simples dans le degré & plus composés dans les coëfficiens, (le nombre des points étant le même) que par la voye ordinaire que j'ai entrepris de perfectionner dans les Memoires de 1711. Mais je suis obligé de suivre ici cette voye ordinaire, & il me paroît qu'il vaut mieux pour ce dessein, de prendre les premiers lieux du premier genre, & c'est aussi ce que j'ai fait pour former deux suites infinies d'exemples qui serviront à l'explication du paradoxe dont il s'agit, comme on la pû voir par les deux Projets inserez dans les Memoires de 1711. pag. 94. Je les repeterai ici, puisqu'il faut les éclaircir, & prouver les veritez qu'ils renferment.

PREMIER PROJET. Si l'on forme une égalité d'autant de racines qu'on voudra, toutes réelles & toutes positives, aussi grandes & aussi petites qu'on voudra; & si l'on prend la parabole $xx=ay$ pour le premier lieu de cette égalité; alors la Courbe du second lieu rencontrera cette parabole en autant de points qu'il y a de differentes racines, & les deux Courbes se trouveront caves vers l'axe des y dans

l'intervalle qui renferme tous ces points. Les appliquées de cet intervalle iront toûjours en augmentant, & leur suite ne sera point rompuë.

SECOND PROJET. L'égalité proposée étant formée comme dans le premier Projet; si l'on prend $xx + yy = ss$ pour le premier lieu, & si l'on donne au rayon s une valeur qui surpasse la plus grande racine de la proposée; alors le cercle rencontrera la Courbe du second lieu en deux fois autant de points qu'on aura mis de differentes racines dans la proposée, toutes les rencontres se feront dans un demi-cercle, & la Courbe du second lieu se trouvera cave le long de l'intervalle où se font ces rencontres, dans le sens que ce demi-cercle est cave vers le diametre qui le termine.

Dans ces deux Projets les Courbes ne se rencontreront que de trois manieres; elles se couperont & auront diverses tangentes dans chaque point que déterminent les racines inégales de la proposée; elles se couperont & auront une même tangente dans chaque point qui est determiné par des racines égales dont la multitude est exprimée par un nombre impair. Elles se toucheront & auront une même tangente dans chaque point que déterminent les racines égales dont la multiplicité est de nombre pair.

Si l'on fait dans le second Projet que le rayon s soit plus petit qu'une des racines; alors cette racine ni toutes celles qui surpassent ne se trouveront pas dans la construction.

Et si l'on fait que le rayon soit égal à une des racines laquelle on voudra; cette racine se trouvera dans la construction; mais les Courbes se toucheront & auront même tangente au point qu'elle détermine; soit que cette racine ait son égale ou non dans la proposée.

Je suppose dans ces deux Projets, qu'en formant le second lieu, on ait soin de pousser les substitutions jusqu'à ce que l'inconnuë de la proposée ne ne se trouve qu'au premier degré dans le second lieu.

On peut démontrer l'un & l'autre Projet en deux

manieres. La premiere ſuppoſe que l'on ait l'image des Courbes, ainſi elle demande que les exemples ſoient pris un à un : la ſeconde maniere détermine tout ce qui eſt neceſſaire de cet image des Courbes pour la démonſtration generale des deux Projets, ſans obliger de tracer ces Courbes, ſi ce n'eſt en deux ou trois exemples pour ſoutenir l'eſprit dans ſes abſtractions. Je ne me propoſe dans ce premier Memoire que la premiere maniere de démontrer, & comme il ne peut pas avoir l'étenduë qui ſeroit neceſſaire en cela pour ces deux Projets, je me ſuis déterminé au ſecond ; parce que les preuves qu'il demande portent avec elles preſque tout ce qui doit ſervir à la démonſtration du premier Projet.

On a encore un avantage dans le ſecond Projet. Car l'on ſçait que la courbure d'un cercle eſt par-tout tres-uniforme. D'où il ſuit que les changemens de courbure qui ſont neceſſaires pour former les Lunules ne peuvent être attribués qu'à la Courbe du ſecond lieu dans chaque Exemple. Ce qui facilite l'explication du paradoxe dans ce Projet.

Les propoſées qui ſe preſentent les premieres ici, ſont des égalitez du ſecond degré, mais elles ſont trop ſimples pour s'y arrêter. Ce qui m'a déterminé à prendre pour mon premier Exemple, une égalité du troiſiéme degré.

PREMIER EXEMPLE.

La Propoſée eſt celle qu'on voit ici en A

$$A \ldots x^3 - 6xx + 11x - 6 = 0,$$

dont les racines ſont 1, 2, 3.

Le premier lieu ſoit $D.\ xx + yy = 10$. alors on aura le ſecond lieu E, dont la courbe eſt celle de Fig. 3.

$$E \ldots x = \frac{6yy - 66}{yy - 21}.$$

Conſtruiſant ce lieu E avec le lieu au cercle marqué D ſur un même axe & une même origine, les Courbes ſe couperont en ſix points, & ſeront caves vers l'axe des y dans

l'intervale de tous ces points. Mais des six appliquées à cet axe, il n'y en a que trois qui vont en augmentant, & les trois autres vont en diminuant.

Pour expliquer & pour démontrer les cavités dans cet Exemple, d'une maniere qui puisse servir à tous les Exemples du second Projet, il faut deux sortes de calcul : l'un regarde les deux Courbes, & l'autre le second lieu seulement.

Il suffira pour le premier calcul de donner ici les valeurs qui suivent.

Abscisses	Appliq. de D	Appliq. de E.
$y = 0$	$x = \pm\sqrt{10}$	$x = 3\frac{1}{3}$
$y = \pm 1$	$x = \pm 3$	$x = 3$.
$y = \pm\sqrt{6}$	$x = \pm 2$	$x = 2$.
$y = \pm 3$	$x = \pm 1$	$x = 1$.
$y = \pm\sqrt{10}$	$x = 0$	$x = \frac{6}{10}$.

Comme le second calcul doit fournir les principales déterminations de la Courbe du second lieu designée par Fig. 3. Et comme il suffit d'avoir celles qui contribuent à la démonstration des cavités pour le paradoxe ; on peut se contenter des valeurs que l'on va voir ici, sçachant que l'axe des y est BOL & que l'origine est au point O.

$y = \pm\sqrt{11}$ donne les points A & I, où la Courbe coupe cet axe.

$y = \sqrt{21}$ donne les points K, & V, & pour chacun on a x infini, c'est à dire, l'asymptote MKH & l'asymptote GVP

$y = \pm 4$ donne $x = -6$ qui marque l'usage de ces deux asymptotes & leur direction, l'un de K vers H & l'autre de V vers P.

$y = \pm\sqrt{22}$ donne $x = 6\,6$. ainsi l'un de ces asymptotes passe encore de K vers M & l'autre de V vers G. On voit par ces dernieres déterminations que chacun est pour deux rameaux infinis.

$x = 6$ donne $y = \pm\sqrt{50}$ pour l'asymptote MG

parallele à BL & commun aux rameaux NR, & λ.

La Courbe n'a aucun *Minimum* & n'a que le seul *Maximum* OF que donne $x = 3\frac{1}{7}$.

La tangente au point F est parallele à l'axe BL, & dans cet Exemple comme dans tous les autres du second Projet, toutes les appliquées font un angle droit avec leur axe generateur.

Le premier Calcul avec le second fournissent une image de la Courbe qui suffira avec des raisons pour prouver que la portion AFI est coupée en six points par le demi-Cercle, & qu'elle est par-tout cave vers l'axe des y dans l'intervalle de ces six points. Pour les Intersections il ne faut pour s'en assûrer que le premier Calcul & quelque connoissance des Tangentes. Mais pour démontrer les Cavitez, je me sers des Propositions suivantes.

PROPOSITION I. Si une portion de Courbe AFI terminée par une droite AI qui fait partie de son axe generateur BL, Fig. 3. si les appliquées à cet axe vont toûjours en diminuant depuis le point O jusqu'au point A, & depuis le même O jusqu'en I; & si une ligne droite placée en tout sens sur cette portion AFI ne peut la couper en plus de deux points: alors, je suppose que cette même portion AFI est par-tout cave vers la droite AI; Que le Circuit AF est par-tout cave vers la droite AO & vers OF, & que le Circuit FI est aussi par-tout vers les droites AI, OF.

Ainsi, je ne donne pour premiere Proposition qu'une hypothese, mais cette hypothese est tres conforme à la notion ordinaire des Cavitez. A cela je pourrois ajoûter que les appliquées de l'axe des x, OF, vont toûjours en augmentant depuis le point F jusqu'au point A, & depuis F jusqu'en I; puisqu'il n'y a ni *Maximum* ni *Minimum* sur cet axe.

PROPOSITION II. Il est impossible qu'une ligne Courbe soit coupée ni touchée par une ligne droite, en plus de points qu'il n'y a de dimensions dans le lieu qui renferme cette Courbe.

Cette Propoſition eſt reçûë par de ſçavants Geometres, & même ils en ont parlé comme d'un Axiome. Ainſi, il n'eſt pas neceſſaire de donner icy le détail des preuves. Je diray ſeulement que l'on peut la démontrer par les formules generales de la Tranſpoſition des Axes. On peut auſſi en donner la Démonſtration par le moyen du lieu indéterminé $rx = ay + mr$ qui exprime toutes les poſitions d'une ligne droite dans le plan d'une Courbe quelconque. Car en le comparant au lieu de cette Courbe pour faire évanoüir x ou y, il eſt évident que le nombre des dimenſions de la réduite ne ſurpaſſera jamais le nombre des dimenſions du lieu de cette même Courbe ; & comme les racines de cette réduite déterminent tous les points où la droite rencontre la Courbe à chaque fois que l'on prend arbitrairement des valeurs connuës pour a, m, r, on voit que le nombre de ces points ne ſurpaſſera jamais le nombre des dimenſions du lieu qui exprime la Courbe, puiſque le nombre de ces racines ne ſurpaſſe jamais le nombre de ces dimenſions.

PROPOSITION III. Il n'eſt pas poſſible qu'une ligne droite coupe la portion *AFI* en plus de deux points. Car la droite ſeroit parallele à l'axe *OE*, ou à l'axe *BL*, Fig. 3. ou ſe confondroit avec l'un des deux, ou bien elle ſeroit oblique à l'un & à l'autre.

Il eſt évident par la generation de la Courbe que l'axe *OE* & toute droite qui luy eſt parallele ne peut couper la portion *AFI* qu'en un point. Il eſt encore clair par la même generation que chaque droite parallele à l'axe *BL* ne peut pas couper cette portion *AFI* en plus de deux points. Mais il faut démontrer qu'elle ne peut pas eſtre coupée en plus de deux points par aucune droite oblique aux axes.

Pour cela, ſuppoſons qu'une droite coupant la portion *AFI*, Fig. 3. coupe auſſi l'axe *BL*, & que ces deux lignes font des angles obliques au point de leur interſection. Alors cette droite coupera l'axe *EO* & l'aſymptote *MG* qui luy eſt parellele : Elle coupera auſſi les deux aſymptotes *MH*, *GP*

GP paralleles à *BL*. Tout cela suit d'Euclide & du dernier Calcul. Donc la même droite coupera un des quatre rameaux asymptotiques $\delta\varphi$, $\delta\lambda$; *NS*, *NR*. Donc une droite oblique à l'axe *BL*, coupant la portion *AFI*, coupera encore la Courbe en un point qui est hors de cette portion. Donc dans la supposition que cette droite coupe cette portion en plus de deux points, elle coupera la Courbe entiere en plus de trois points. Mais le lieu *E* qui exprime cette Courbe n'a que trois dimensions; donc cette Courbe ne peut pas être coupée par une droite en plus de trois points, par Prop. 1.

Donc, il n'est pas possible qu'une droite coupe la portion *AFI* en plus de deux points.

COROLLAIRE. De-là il suit qu'une droite ne peut pas couper en plus de deux points, la demi-portion *AF* ni son égale & semblable *FI*.

PROPOSITION IV. La portion *AFI*, (de la Courbe du second lieu *E*, Fig. 3.) est par-tout cave vers *AI*, qui fait partie de l'axe *BL*.

Car cette portion ne pouvant pas être coupée en plus de deux points par une droite, elle est alors par-tout cave vers *AI*, suivant la Propos. 2.

Or cette portion ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite selon la 3e. Proposition. Donc elle est par-tout Cave vers *AI*. Ce qu'il falloit, &c.

COROLLAIRE. Il suit de cette 4e. Proposition & du Corollaire de la 3e. que chaque demi-portion *AF*, *FI*, prise séparément, est par-tout cave vers *OF* & vers *AI*.

REMARQUES. Pour aider la raison par les sens, j'ay réduit la portion *AFI* de Fig. 3. à celle qui est marquée *MEDBKZRδN* dans la Fig. 4. avec le demi-cercle *GEDBSZRδH* que fournit le premier lieu *D*. Où l'on peut voir que les six intersections de ces deux Courbes se font aux six points *E*, *D*, *B*, *Z*, *Rδ*, & que les racines de la Proposée sont *FE*, *CD*, *AB*, répetées en *VZ*, *RS*, $\lambda\delta$.

On y peut voir aussi que la Courbe entre dans le demi

cercle au point E, qu'elle en sort au point D, qu'elle y rentre au point B. Ainsi de suite alternativement jusqu'au point Λ, où elle en sort pour n'y plus entrer & pour continuer son chemin vers N.

De la Définition du Cercle, de ces entrées, de ces sorties, & de la cavité déja prouvée; on peut conclure que la Courbe du second lieu est moins cave que le Cercle dans la Lunule que terminent les points E, D; qu'elle est plus cave que le Cercle dans la Lunule de D, B; ainsi de suite du moins cave au plus cave jusqu'à la Lunule $R\Lambda$.

Si l'on prend la voye des Dévèloppées pour avoir une idée plus précise des Curvitez de la Courbe dans chaque Lunule & dans chaque point d'intersection, il suffira de faire quelque Calcul pour les rayons de la développée de cette Courbe; puisque le rayon de la développée d'un Cercle est toûjours égal au rayon qui est propre à ce même Cercle.

Comme la Démonstration précedente & ces Remarques s'appliquent aisément à tous les Exemples du second Projet, quand on a l'image de la Courbe du second lieu ; j'insisteray peu sur les deux Exemples suivants, & j'y suis encore obligé, parce que j'approche du terme où je dois finir ce Memoire.

SECOND EXEMPLE.

La Proposée est l'égalité G.

$$G \ldots x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

C'est la même que l'égalité D des premiers Exémples, mais le premier lieu est icy le lieu L. $xx + yy = 16$. Ainsi l'on aura le second lieu T. $x = \frac{y^4 - 67yy + 840}{210 - 10yy}$ dont la Courbe est désignée par la Fig. 5.

Construisant le Cercle que fournit le premier lieu sur l'origine O & sur l'axe DC, il rencontrera en sept points la portion du second lieu marquée AFI. Ce Cercle touchera cette portion au point F sans la couper, & donnera en ce point OF pour la racine 4 de G qui est égale au rayon du

même Cercle. Il coupera en trois points la demi-portion *AF* pour les trois racines $1, 2, 3$ de *G*, & encore en trois points la demi-portion *FI* pour ces mêmes racines.

La Démonstration des Cavitez s'abrege lorsque la Proposée est de dégré pair, & c'en est icy un exemple. Aussi peut-on voir par la generation même de la Courbe, que les quatre racines du Numerateur de *T* donnent les quatre points où l'axe *DC* coupe la Courbe ; c'est à dire, que cet axe la coupe en autant de points qu'il y a de dimensions dans le lieu *T*. Ce qui fournit un abregement. On peut encore voir que les deux racines du dénominateur donnent les deux asymptotes *KH, VP*, &c.

REMARQUE. Si l'on resout analytiquement le Problême des lieux. Et si l'on se détermine à faire évanoüir y; alors, on ne trouvera point de racines égales dans la réduite. Mais en faisant la substitution retrograde, on verra que la résultante de *L* renferme deux racines égales de y par $x = 4$. On trouvera aussi des racines égales de y dans la réduite des lieux & sans substitution retrograde si l'on fait évanoüir x, & que la multitude de ces égales est de nombre pair ; ainsi, l'on pourra se servir de l'Analyse pour expliquer l'attouchement des Courbes au point *F*, quoi-que la Proposée n'ait que des racines inégales. Le semblable arrive dans tous les Exemples du second Projet, lorsque le rayon du Cercle est égal à une des racines de la Proposée.

TROISIEME EXEMPLE.

La Proposée est *B*.

$B \ldots x^5 - 8x^4 + 24x^3 - 34xx + 23x - 6 = 0.$

Le premier lieu est $S. \; xx + yy = 10$. Ainsi le second lieu est celuy qu'on voit en *D*.

$$D \ldots x = \frac{8y^4 - 194yy + 1146}{y^4 - 44yy + 363}.$$

Les quatre racines du Numerateur de *D* donnent les quatre points *M, A, I, N*, où la Courbe coupe l'axe *TH*, Fig. 6.

Les quatre racines du Dénominateur donnent les quatre points *T, K, V, H,* pour les quatre asymptotes perpendiculaires à cette axe *TH.*

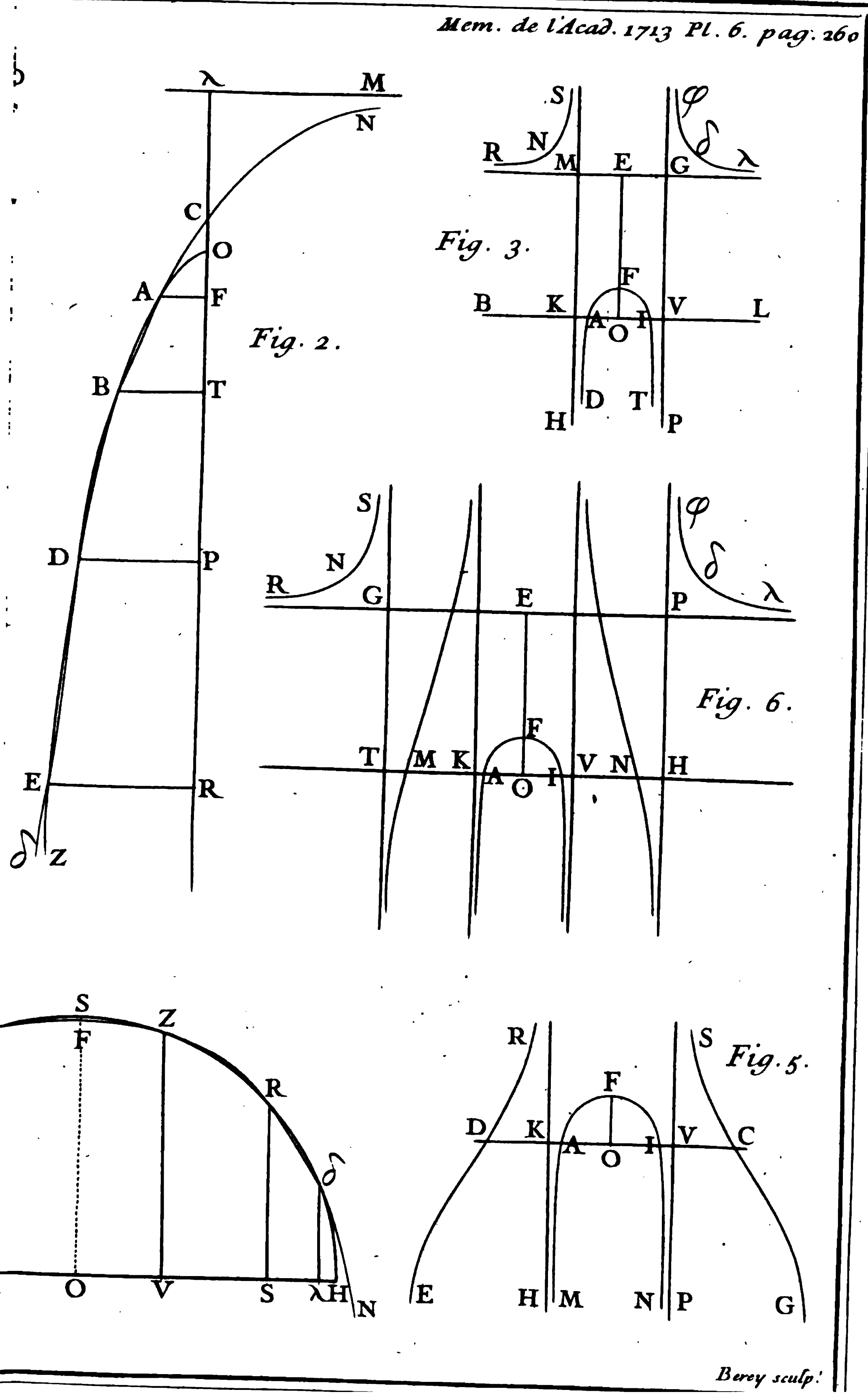
$x = 8$ donne l'asymptote *GP* parallele au même axe.

Ainsi, l'on peut prouver comme dans l'Exemple du 3e. degré, que dans celui-ci la portion *AFI* est par-tout cave vers la droite *AI*; que chaque demi-portion *AF, FI* est par-tout cave aussi, vers cette droite *AI*, & encore vers *OF.*

En construisant le lieu *D* avec le lieu *S* sur un même axe & une même origine, la portion ne rencontrera le Cercle qu'en six points. Cette portion la coupe en deux points, un de chaque côté de *OF,* pour $x = 3$ racine de *B.* Elle le coupe en deux autres points pour la racine $x = 2$.

Mais elle coupe & touche ce Cercle en deux autres points pour $x = 1$ qui est une des trois racines égales de la proposée *B.* Ainsi le Cercle & la portion *AFI* sont d'égale courbure dans ces deux points.

REMARQUE I. Il est clair par l'énoncé des deux Projets que l'on peut avoir aisément autant d'Exemples qu'on voudra pour chacun de ces Projets, & faire aussi que dans chaque Exemple il y ait des points autant qu'on voudra où les deux Courbes se touchent en se coupant. Mais si l'on vouloit les Exemples les plus simples de cette sorte, pour l'un & pour l'autre Projet, on peut se servir d'une Remarque que j'ay donnée dans les Memoires de 1709. page 334. C'est sous l'indice de 1°. de cette Remarque que se trouve la maniere de former ces Exemples : Ce qui suit au même endroit sous l'indice de 2°. ne regarde pas les deux Projets dont il est icy question. Et même l'on y peut voir qu'il y a des Exemples où deux rameaux se touchent sans se couper, quoi-que la Proposée n'ait point de racines égales, & que les racines égales d'une des réduites soient en nombre impair (page 335.) Pour s'assûrer de l'attouchement de ces rameaux il est bon de rappeller la regle qui est dans la page 330. de ces Memoires. Par exemple si


Fig. 2.
λ
M
N
C
O
A
F
B
T
D
P
E
R
δ
Z
Fig. 3.
S
φ
N
δ
R
M
E
G
λ
F
B
K
A
O
I
V
L
H
D
T
P
Fig. 6.
S
φ
N
δ
R
G
E
P
λ
F
T
M
K
A
O
I
V
N
H
Fig. 5.
S
F
Z
R
δ
O
V
S
λ
H
N
R
S
F
D
K
A
O
I
V
C
E
H
M
N
P
G
Berey sculp.

la Proposée est $x^4 - 2a^3x + a^4 = \theta$ & le premier lieu $yxx + a^3 = aax$, alors le second lieu le plus simple est $axx - 2aax + a^3 = 2yyx - ayy$. Construisant ces lieux sur un même axe & une même origine, alors un des rameaux du second lieu touche un des rameaux du premier lieu au point que donnent $x = a$ & $y = \theta$, quoi-que la Proposée n'ait point de racines égales, & que $x = a$ soit une des trois racines égales de la réduite dont l'inconnuë est x.

REMARQUE II. Une portion de Courbe peut se couper ou être touchée par autant d'autres Courbes qu'on voudra ; mais ce n'est pas en cela que consiste le Paradoxe, il ne consiste que dans les cavités sur lesquelles j'ai insisté, & comme il devient plus considerable à mesure que l'on augmente le nombre des points de rencontre, il faut des Exemples plus composés que ceux que l'on a vûs ici pour donner de plus forts indices de ce Paradoxe, & pour préparer à la seconde démonstration. C'est ce qui sera le sujet d'un autre Memoire.

SUR UNE OBSERVATION DE M. ROLLE,

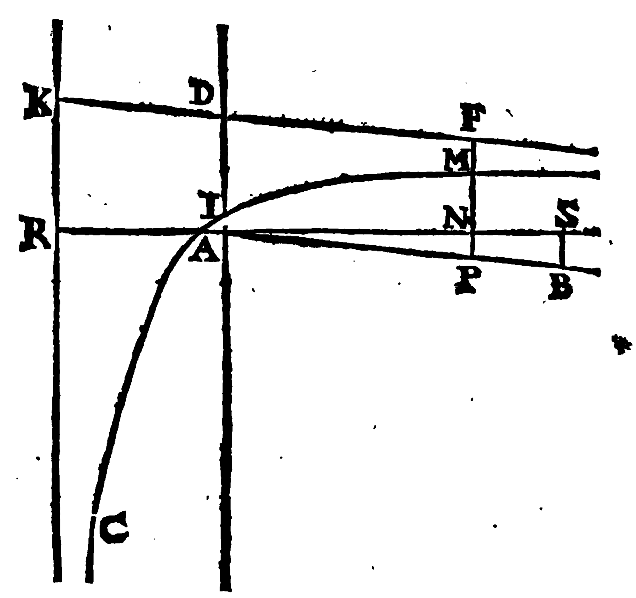
Par rapport aux Constructions Geometriques ; proposée à l'Academie comme un Paradoxe.

Par M. SAURIN.

J'AY examiné le paradoxe que M. Rolle proposa la semaine passée, & l'exemple qu'il apporta pour l'établir. 19. Juillet 1713.
J'ai trouvé l'exemple bon, & le paradoxe vrai. Quand on répand sur les choses un air de mistere, souvent ce qu'il y a de plus commun paroît surprenant ; mais quoique le merveilleux que M. Rolle a jetté sur sa découverte s'évanoüisse en partie, lorsque le paradoxe est bien entendu ; ce qui

reste ne laisse pas d'être encore digne de remarque.

On sçait que deux Sections Coniques peuvent se rencontrer en 4. points, & que ces 4. points peuvent varier à l'infini par la differente position des deux Courbes : mais je ne sçai si l'on avoit encore observé que ces points peuvent se trouver tous quatre d'un même côté par rapport aux axes principaux : c'est ce qu'il y a de singulier dans l'observation de M. Rolle, & ce qu'il démontre par l'exemple proposé, dans lequel en effet une portion de la moitié d'une Hyperbole rencontre en quatre points la moitié d'une Parabole. Le lieu à l'Hyperbole est $xx - 10xy - 50y + 35x + 24 = 0$; & en voici la construction.



Ayant mené les lignes *AD*, *AS* qui font un angle droit, & pris sur *AS* le point *A* pour l'origine des coordonnées; sur la même ligne du côté opposé au point *S*, je prends $AR = 5$, & par le point *R* je mene l'indéfinie *KR* parallele à *DA*. Je mene aussi du point *A* la droite *AB* faisant avec *AS* un angle tel que *AS*. *SB* : : 10 . . 1 : je fais $AD = 3$; je mene par le point *D* la droite indéfinie *KF* parallele à

AB ; & ayant pris sur DA, $DL = 3 - \frac{12}{25}$, je décris par le point L, entre les droites KF, KR, comme Asymptotes, l'Hyperbole CLM, & je dis que cette Hyperbole est le lieu requis.

Car nommant AP, x ; PM, y ; & KD, qui est connuë, e ; l'analogie, $AR\ (5) . KD\ (e) :: AP\ (x) . DF$, donnera $DF = \frac{ex}{5}$. ; & l'on aura KF, ou $KD + DF = e + \frac{ex}{5}$. On a d'ailleurs $FM = FN + NP - PM = \overline{3 + \frac{1}{10}x - y}$; Donc $KF \times FM = \overline{e + \frac{ex}{5}} \times \overline{3 + \frac{1}{10}x - y} = 3e + \frac{3ex}{5} + \frac{1}{10}ex + \frac{1}{10} \times \frac{exx}{5} - ey - \frac{exy}{5} = KD \times DL$ (par la proprieté de l'Hyperbole) $= ex \times \overline{3 - \frac{12}{25}}$; ou multipliant par 5, & divisant par e ; $15 + 3x + \frac{5}{10}x + \frac{1}{10}xx - 5y - xy = 15 - \frac{12}{5}$; & enfin multipliant par 10, & mettant tout d'un côté, $xx - 10xy - 50y + 35x + 24 = \theta$: ce qu'il falloit démontrer.

Cette construction posée ; il est évident, ainsi que M. Rolle l'a montré, que dans l'Equation construite x étant pris $= 1, = 4, = 9, = 16$, donne $y = 1, = 2, = 3, = 4$; que ces quatre points sont de même dans la moitié d'une Parabole qui auroit pour axe la droite AS, pour sommet le point A, & pour parametre l'unité ; & par consequent qu'elle seroit rencontrée dans ces quatre points par la portion de cette moitié d'Hyperbole où se trouvent les mêmes points.

Si la Parabole étant donnée avec les quatre points déja marqués on vouloit trouver le lieu à l'Hyperbole qui passe par ces quatre points, il n'y auroit qu'à prendre l'Equation du lieu cherché en exprimant les quantités qui doivent être constantes par des indéterminées ; elles se détermineroient par la substitution des valeurs données de x & de y dans les quatre points, & il viendroit le même lieu que nous avons construit.

Car la moindre attention fait d'abord connoître que l'Hyperbole que l'on cherche, ne peut avoir d'autre position que celle qu'on voit dans la Figure ; c'est-à-dire, que

le ſommet de cet Hyperbole, ne ſçauroit être au point A qui eſt le ſommet de la Parabole, qu'il en doit être éloigné du côté oppoſé à S, qu'il ne ſçauroit être ſur la ligne AS prolongée, ni au-deſſus ; qu'il ne peut être qu'au deſſous. La ſuppoſant donc dans la poſition qu'elle a dans la Figure ; prenant les droites KF, KR pour ſes Aſymptotes ; & menant la droite AB parallele à l'aſymptote KF; on nommera les conſtantes, mais indéterminées, AR, r; AD, d; DL, c; & le raport de AS à SB, $\frac{1}{n}$; AP, x: & PM y; on aura $KD = \frac{1}{n} r \sqrt{n^2 + 1}$, & $DF = \frac{1}{n} x \sqrt{n^2 + 1}$; $FM = d + \frac{1}{n} x - y$; & $\overline{KD + DF} \times \overline{FM} = \overline{\frac{1}{n} r \sqrt{n^2 + 1} + \frac{1}{n} x \sqrt{n^2 + 1}} \times \overline{d + \frac{1}{n} x - y} = \frac{1}{n} dr \sqrt{n^2 + 1} + \frac{1}{n} dx \sqrt{n^2 + 1} + \frac{rx}{n^2} \sqrt{n^2 + 1} + \frac{xx}{n^2} \sqrt{n^2 + 1} - \frac{1}{n} ry \sqrt{n^2 + 1} - \frac{1}{n} xy \sqrt{n^2 + 1} = KD \times DL = \frac{1}{n} r \sqrt{n^2 + 1} \times c$; ce qui étant diviſé par $\sqrt{n^2 + 1}$, & multiplié par n^2 donne cette Equation, $ndr + ndx + rx + xx - nry - nxy = cnr$; ou $1xx - nxy - nry + ndx + 1rx + ndr - cnr = 0$.

Comme il n'y a dans cette Equation que quatre indéterminées, r, d, c, n; il eſt évident qu'elles ſeront déterminées par les quatre égalités que fournira la ſubſtitution des valeurs de x & de y données dans les quatre points ; d'où naîtra le même lieu que l'on a déja conſtruit.

L'obſervation de M. Rolle peut s'étendre, & il l'étend en effet à tous les lieux plus élevés. Le fondement de toute cette recherche eſt connu ; mais il y a un détail où M. Rolle eſt entré & où nous pourrions entrer ici, s'il ne nous paroiſſoit injuſte de le prévenir, & de ne lui pas laiſſer tout l'honneur de ce qu'il a trouvé.



OBSERVATION

OBSERVATION SUR UNE SUBLIMATION DE MERCURE.

Par M. HOMBERG.

PARMI les matieres minerales, le Mercure eſt une des plus volatiles; qui ſe lie facilement avec toutes ſortes de ſels & ſe ſublime avec eux. Tous ces ſublimés paroiſſent en forme ſeche quand ils ſont hors du feu; mais quelques-unes d'entre eux ſe tiennent long-temps fondus dans une mediocre chaleur, ce qui fait qu'en les ſublimant on a de la peine de les ſeparer entierement de leurs têtes mortes: parce que la voute du matras ſublimatoire, n'étant pas partout aſſés froide pour que le ſublimé s'y puiſſe figer, il recoule continuellement dans le fond du vaiſſeau, qui par là ſe caſſe fort aiſément; & la ſublimation ne s'y fait qu'à demi dans le ſommet ſeulement du matras, ce qui demande une operation fort longue, & encore faut-il la réiterer dans d'autres vaiſſeaux, ſi l'on veut ſeparer de la tête morte tout ce qu'elle peut contenir de ſublimé corroſif. Cet inconvenient m'eſt arrivé depuis peu dans un mêlange de parties égales de ſublimé corroſif & de ſel décrepité, que j'ay voulu ſublimer pluſieurs fois enſemble; j'ay crû y remedier parfaitement en mettant ce mêlange dans une cornuë, pour faire couler le ſublimé dans un recepient par le moyen de la diſtilation, comme je l'avois vû couler le long des parois du matras ſans ſe figer pendant les ſublimations, mais je me ſuis apperçû que la pluſpart du ſublimé ſortoit en vapeurs par les jointures, parce que n'y ayant point d'autres ouvertures, le recepient ſeroit crevé ou la cornuë. J'ay donc éteint le feu & j'ay percé le ballon d'un petit trou prés de ſon fond; j'ay radapté ce ballon, en le plaçant de maniere, que le petit trou ſe trouvoit dans ſa partie ſuperieure, 6. Septem. 1713.

J'ai remis le feu sous la cornuë sans luter les jointures, & ma sublimation a passé dans le ballon sans qu'il se soit perdu la moindre fumée par la jointure ni par le petit trou. Tout le sublimé s'est trouvé dans le fond du ballon, en partie congelé comme du beure d'Antimoine sec, & en partie comme de la Neige, & rien ne s'est sublimé au haut du ballon.

Il y a beaucoup d'apparence que le sublimé est sorti plustôt en fumée par les jointures dans la premiere operation qu'il n'est entré dans le ballon, parce que l'air froid dont le ballon estoit rempli, se rarefiant peu à peu par la chaleur de la cornuë, en est sorti par cette jointure à mesure qu'il s'est échauffé; & a entraîné avec luy le sublimé qui estoit encore en vapeurs; mais ce même air froid contenu dans le ballon, ayant trouvé une issuë par le petit trou au haut du ballon dans la seconde operation, il en est sorti seul, & la vapeur mercurielle est entrée dans le ballon sans aucun obstacle; & comme elle y a trouvé un lieu assés froid pour se condenser promptement, elle ne s'est pas élevée jusques à la hauteur du trou dont j'avois percé le ballon; & par consequent il ne s'y est point fait de sublimation, mais elle s'est déposée au fond du ballon en forme de flocons comme de la Neige, & a rempli plus de la moitié du ballon, ensorte que ces ouvertures n'en ont causé aucune perte.

La raison pourquoi dans cette operation le sublimé est plus fusible, & se tient plus long-temps en liqueur que dans les sublimations du sublimé corrosif ordinaire, & encore moins dans celle du Mercure doux, est apparamment, parce que le Mercure y est plus chargé de sels que ne le sont ces autres sublimés; & comme ce surplus de sel, qui s'éleve dans cette operation, ne trouve pas assés de Mercure pour s'y loger, & pour en être absorbé dans la grande chaleur, il s'y joint en esprit acide, qui l'entretient liquide pendant qu'il est encore chaud: cet esprit acide n'est pas en trop grande quantité dans les premieres de ces operations, ce qui fait qu'il se condense aisément avec le Mercure dans un lieu froid, mais en réiterant sept ou huit fois cette

même operation sur du nouveau sel décrepité, comme j'avois fait ici, il s'en sépare à la fin une si grande quantité d'esprit acide, que le Mercure n'est plus capable de l'absorber mesmes dans le froid; & il paroît alors en huile épaisse, ou comme du beure d'Antimoine fondu.

Toute cette operation s'est achevée en deux heures de temps sur six livres de sublimé, au lieu que par la maniere ordinaire je n'avois pas achevé la sublimation en douze heures sur trois livres de sublimé. La raison en est que dans cette derniere operation le sublimé a pû sortir de la cornuë à mesure qu'il s'est élevé en vapeurs; au lieu que dans l'operation ordinaire, ne trouvant pas de lieu assés froid dans le vaisseau sublimatoire pour se figer, il retombe dans le fond de son vaisseau à mesure qu'il s'éleve, & y circule pendant long-temps.

REFLEXIONS SUR LES OBSERVATIONS DES MARE'ES.

Par M. CASSINI.

LEs Philosophes n'ont point été jusqu'à present d'accord ensemble touchant la Cause & les Effets du Flux & du Reflux de la Mer. 2. Aoust 1713.

Possidonius, au rapport de Strabon, dit que le mouvement de l'Océan imite la révolution des Corps celestes, & qu'il y a dans le Flux de la Mer un mouvement journalier, un mouvement qui suit la révolution des mois Lunaires, & un mouvement annuel.

Que le mouvement diurne est celui que la Mer fait en montant & descendant deux fois le jour; Que celui des mois se remarque par les differentes hauteurs des Marées qui sont grandes vers les Nouvelles Lunes, diminüent jusqu'au premier quartier, & augmentent ensuite jusqu'aux

Pleines Lunes, aprés quoi elles redescendent. Qu'à l'égard du mouvement annuel, il a appris des Habitants de Cadis que vers les Solstices d'Eté les Flux & Reflux de la Mer étoient les plus grands, ce qui lui faisoit conjecturer qu'ils diminüoient jusqu'à l'Equinoxe d'Automne; qu'ils augmentoient ensuite jusqu'au Solstice d'Hyver, aprés quoi ils diminüoient, & ainsi successivement.

Pline prétend que le Soleil & la Lune sont la cause du Fux & du Reflux; il paroît être du même sentiment que Possidonius en ce qui regarde le mouvement journalier du Flux & du Reflux de la Mer, & en celui qu'on observe dans chaque révolution de la Lune; mais il assûre au contraire que les plus grandes Marées arrivent dans les Equinoxes & les plus petites dans les Solstices, & qu'elles sont encore plus grandes dans l'Equinoxe d'Automne que dans celui du Printemps. Il ajoûte que les Marées sont plus petites lorsque la Lune est Septemtrionale & qu'elle s'éloigne de la Terre, que lorsqu'elle est Meridionale & que sa force agit de plus prés, & que dans l'espace de huit années, aprés cent révolutions de la Lune, on observe les mêmes principes du mouvement des Marées & les mêmes augmentations. Il remarque enfin que tous ces changements n'arrivent point précisément dans les temps marqués cy-dessus, mais quelques jours aprés, l'effet des choses qui se passent dans le Ciel ne se faisant pas sentir sur la Terre aussi-tôt qu'on les apperçoit à la vûë.

Divers Philosophes Modernes ont aussi reconnus dans le Flux & le Reflux de la Mer trois sortes de mouvements, l'un qui se fait deux fois tous les jours, l'autre qui suit les Periodes de la Lune, & le troisiéme dont on s'apperçoit tous les ans au temps des Equinoxes & des Solstices.

Ils s'accordent avec Pline en ce qu'ils supposent tous que les Marées sont plus grandes dans les Equinoxes que dans les Solstices, mais ils sont differents entre eux en ce qui concerne la cause de ces Phénomenes.

Galilée prétend que la cause principale du Flux & du

Reflux de la Mer vient du mouvement de la Terre autour de son axe qui se fait en 24. heures, pendant qu'elle est entraînée en même temps par son mouvement annuel qu'elle fait autour du Soleil dans l'espace d'une année. Quoi-que ces deux mouvements se fassent de l'Occident vers l'Orient, chaque point de la surface de la Terre doit avoir des degrés differents de vitesse par rapport à un point fixe pris dans le Ciel. Car par la révolution journaliere de la Terre les parties exposées au Soleil sont emportées d'un sens different à celui dont la Terre est meüe par son mouvement propre, & tout au contraire les parties de la surface de la Terre qui sont dans l'Hemisphere opposé au Soleil sont emportées par la révolution journaliere du même sens dont elles sont entraînées par son mouvement propre, d'où il résulte un mouvement composé dont la vitesse est plus grande que dans le cas précedent & qui varie suivant les differentes directions de ces deux mouvemens. Les parties de la surface de la Terre étant donc meües tantôt plus lentement, tantôt plus vîte dans l'espace de 24. heures, il suit que les eaux contenuës dans la Mer qui ne peuvent pas suivre exactement le mouvement de la surface de la Terre, sont obligées de flüer & de refluer dans l'espace d'un jour, de même que feroit l'eau contenuë dans un vaisseau, qui étant emportée avec un certain degré de vitesse d'un certain côté, reflüeroit du côté opposé & retourneroit ensuite vers l'autre bord lorsque cette vitesse viendroit à se rallentir considerablement. Il conclut de-là qu'il doit y avoir un Flux & un Reflux dans l'espace de 24. heures, mais qu'à cause de l'eau qui tend toûjours à se mettre en équilibre, & de divers accidents qui peuvent survenir, comme des differentes profondeurs de la Mer & de la direction des Côtes de la Mer qui interrompent son mouvement, le Flux peut accelerer de 2. 3. 4. 5. à 6. heures, ce qui fait qu'on observe ordinairement dans la Mediterranée le Flux de la Mer de 6. heures en 6. heures, quoi-qu'en d'autres endroits on puisse le trouver different.

A l'égard du mouvement des Marées qui ſuivent les Periodes des mois Lunaires, il prétend qu'elles ſont produites par l'inégalité du mouvement de la Terre, qui acquiert un plus grand degré de viteſſe lorſque la Lune eſt en conjonction que lorſqu'elle eſt en oppoſition. Il ſuppoſe pour cela que la force émanée du Soleil agit de même à égale diſtance de cet Aſtre & meut avec plus de viteſſe les corps qui ſont plus proches du centre de leur mouvement que ceux qui en ſont plus éloignés, d'où il ſuit que la Lune doit avoir un plus grand degré de viteſſe dans ſa Conjonction, où elle eſt plus prés du Soleil que dans ſon Oppoſition où elle en eſt plus éloignée, ce qui contribuë auſſi à accelerer ou retarder le mouvement de la Terre ; ſemblable à un pendule qui fait des vibrations plus promptes ou plus lentes, ſuivant que l'on place un plomb plus proche ou plus loin du centre de ſon mouvement. Cette inégalité du mouvement de la Terre dans les Conjonctions & Oppoſitions, dont la periode eſt la même que celle de la révolution de la Lune eſt la cauſe, à ce qu'il prétend, des inégalités que l'on obſerve dans les Marées dans le cours d'un mois.

Pour ce qui regarde les inégalités que l'on obſerve dans les Marées dans le cours de l'année ; Galilée juge qu'elles proviennent de la difference qui réſulte de la compoſition du mouvement annuel & du mouvement journalier, ſuivant les differentes ſituations de la Terre ſur l'Ecliptique. Car la révolution journaliere ſe faiſant autour des Poles de l'Equateur & la révolution annuelle autour des Poles de l'Ecliptique, qui en eſt éloigné de $23^{d}\frac{1}{2}$. il ſuit que lorſque la Terre eſt dans les Tropiques, le cercle de déclinaiſon concourt avec le cercle de latitude qu'on appelle Colure, & ces deux révolutions ſe font ſuivant la même direction ; au lieu que lorſque la Terre eſt dans les Equinoxes, les directions de ces deux mouvements ſont inclinées l'une à l'autre de $23^{d}\frac{1}{2}$. d'où il ſuit une compoſition de mouvements differente de celle qui arrive lorſque la Terre eſt dans les Tropiques. Il réſulte ſuivant cet Auteur de la difference

de ces deux mouvements composés des inégalités qui sont la cause de celles que l'on observe dans les Solstices & dans les Equinoxes.

Il conclut de-là que les Periodes des Marées qui sont réglées suivant les jours, les mois & les années ont toutes pour cause premiere & principale le mouvement de la Terre annuel & son mouvement journalier, & que le Soleil & la Lune n'y entrent que par accident.

Descartes qui paroissoit mieux informé que Galilée des Phénomenes que l'on observe dans les Marées sur les Côtes de l'Océan, & qui sçavoit qu'on y observe régulierement le Flux & le Reflux de la Mer deux fois le jour dans l'espace de 24. heures 48. minutes ou environ ; de sorte que la Mer employe assés exactement 6^h & $12'$ à monter, & autant à décendre, attribua les principales causes de ce Phénomene au mouvement de la Lune.

Il jugea que la matiere celeste qui environne la Terre étant müe par le mouvement journalier avec plus de vitesse que la Terre, se trouvoit resserrée entre la Terre & la Lune, ce qui obligeoit la Terre à ceder un peu du côté opposé : Que ses eaux étoient par cet effet comprimées de côté & d'autre suivant la direction de la Lune à la Terre, ce qui les faisoit refluer de côté & d'autre à la distance de 90. degrés où étoit la plus grande hauteur de la Mer. Que la Lune étant arrivée 6^h & $12'$ aprés à la distance de 90^d degrés du lieu où elle étoit auparavant, les eaux qui y avoient été élevées s'y trouvoient comprimées par l'interposition de la Lune & la Mer y étoit par consequent plus basse qu'en aucun autre endroit. Qu'ainsi il devoit y avoir dans un même lieu une vicissitude de haute & de basse Mer dans l'espace de 12^h $24'$ semblable à celle que l'on y observe.

A l'égard des Marées qui dans chaque Lunaison sont les plus hautes dans les Nouvelles & Pleines Lunes, & les plus basses dans les quadratures, il prétend que cela provient de la direction du Tourbillon de la Terre, qui suivant son sis-

têmie eſt Elliptique & a ſon petit axe toûjours dirigé vers le Soleil. Que dans les Conjonctions & Oppoſitions la Lune ſe trouve dans cette direction, & que par conſequent le Flux & le Reflux de la Mer doit être plus grand que dans les Quadratures où la Lune eſt ſituée dans la direction du plus grand Axe de l'Ellipſe.

Il ajoûte enfin que la Lune étant toûjours dans un plan qui eſt prés de l'Ecliptique, & la Terre faiſant ſa revolution journaliere ſuivant le plan de l'Equateur, ces deux plans ſe coupent dans les Equinoxes; au lieu que dans les Solſtices ils ſont fort éloignez les uns des autres, d'où il ſuit que les plus grandes Marées doivent arriver vers le commencement du Printemps & de l'Automne.

Kepler dans ſon Aſtronomie Lunaire (pag. 70.) attribuë la cauſe du Flux & du Reflux de la Mer aux corps du Soleil & de la Lune, qui attirent les eaux de la Mer par une vertu à peu-prés ſemblable à celle de l'Aiman. Il avoüe qu'il eſt difficile d'expliquer par ce moyen comment le Flux de la Mer eſt auſſi grand à minuit lorſque le Soleil & la Lune ſont abſents qu'à midi lorſqu'ils ſont preſents. Il conjecture cependant que le Flux de la nuit peut être produit par la reflexion qui ſe fait contre la Côte de l'Amerique des eaux que la Lune a entraînée avec elle & réciproquement par la reflexion qui ſe fait contre les Côtes de l'Europe & de l'Afrique des eaux que la Lune amene à ſon retour.

M. Newton dans ſes Principes de Mathematiques adopte le ſentiment de Kepler, en attribuant la cauſe des Marées à l'attraction produite par le Soleil & par la Lune. Il trouve ſuivant ſes principes que la Mer doit s'élever deux fois tous les jours tant Solaires que Lunaires, & que la plus grande hauteur de la Marée doit arriver moins de ſix heures aprés le paſſage du Soleil & de la Lune par le Meridien, comme on l'obſerve dans la partie Orientale de la Mer Atlantique & Ethiopique; entre la France & le Cap de Bon-

ne-

ne-Esperance, & sur les Côtes du Chilly & du Perou de la Mer Pacifique où le Flux de la Mer arrive environ sur la troisiéme heure.

Ces deux mouvements que le Soleil & la Lune produisent ne s'apperçoivent point distinctement, mais font un mouvement mixte. Dans les Conjonctions & Oppositions ces deux effets sont joints ensemble & forment le plus grand Flux & Reflux. Dans les Quadratures le Soleil éleve l'eau dans l'endroit où la Lune l'abaisse, & les Flux & Reflux de la Mer qui résultent de cette difference sont les plus petits qui puissent arriver dans le cours d'un mois; & parce que suivant les experiences l'effet de la Lune est plus grand que celui du Soleil, la plus grande hauteur de la Mer doit arriver à la troisiéme heure Lunaire. Il appelle heure Lunaire la 24e. partie du temps que la Lune employe à retourner au Meridien du même lieu.

M. Newton juge aussi que les effets du Soleil & de la Lune sont plus grands dans leurs plus petites distances à la Terre que dans leur plus grande, & cela en raison triplée des diametres apparents. Que par consequent toutes choses égales, le Soleil étant l'Hyver dans son Perigée, les Marées doivent être un peu plus grandes que dans l'Eté; & que la Lune étant dans son Perigée, les Marées doivent être plus grandes que quinze jours avant ou aprés où elle est dans son Apogée.

Il ajoûte que l'effet du Soleil & de la Lune dépend de sa déclinaison ou distance à l'Equateur. Que si ces deux Planetes étoient dans la direction du Pole, elles attireroient toutes les eaux uniformément; de sorte qu'il n'y auroit aucun mouvement reciproque, & qu'ainsi le Soleil & la Lune en s'éloignant de l'Equateur vers les Poles perdent peu à peu leur effort, & causent des Marées plus petites dans les sizygies des Solstices que dans celles des Equinoxes; mais dans les Quadratures des Solstices, les Marées doivent estre plus grandes que dans les Quadratures des Equinoxes, à

cause que l'effet de la Lune qui est alors dans l'Equateur surpasse celui du Soleil.

Les plus grandes Marées arrivent donc dans les sizigies, & les plus petites dans les Quadratures qui sont vers le temps des Equinoxes, & la plus grande Marée d'une sizigie est suivie de la plus petite d'une Quadrature, ce qu'il dit s'accorder à l'experience. Il resulte aussi de la distance du Soleil à la Terre qui est plus petite dans l'Hyver que dans l'Eté, que les plus grandes & les plus petites Marées précedent plus souvent l'Equinoxe du Printemps qu'elles ne le suivent, & suivent plus souvent l'Equinoxe d'Automne qu'elles ne le précedent.

M. Newton trouve ensuite que les effets du Soleil & de la Lune dépendent aussi de la latitude des lieux ; qu'on peut considerer la Mer comme partagée par le Flux de la Mer en deux Hemispheroïdes dont l'un est vers le Nord & l'autre vers le Midi ; que les Marées de ces deux Hemispheroïdes opposés passent successivement par le Meridien de chaque lieu dans l'espace de douze heures ; que les Pays Septemtrionaux participent davantage de la Marée Boreale & les Meridionaux de la Marée Australe, & qu'ainsi hors de l'Equateur les Marées de chaque jour sont alternativement plus grandes & plus petites. La plus grande Marée arrive trois heures aprés le passage de la Lune par le Meridien lorsque cette Planete décline de l'Equinoctial vers le Zenith, & la Lune changeant de déclinaison la Marée sera plus petite.

La plus grande difference entre les Marées d'un même jour doit arriver dans les temps des Solstices, principalement lorsque le Neud ascendant de la Lune est au commencement d'Ariés. Aussi on a trouvé par experience que dans l'Hyver la Marée du matin est plus grande que celle du soir, & dans l'Eté celle du soir plus grande que celle du matin à Plymouth d'environ un pied, & à Bristol de quinze pouces.

Les autres sentiments des Philosophes touchant la cause

& les effets du Flux & du Reflux de la Mer se réduisent presque tous à ceux que je viens de rapporter ; c'est pourquoi l'on a crû devoir examiner quels sont ceux qui s'accordent aux experiences, & quels sont ceux qui leur sont contraires.

A l'égard de ce qui nous est rapporté de Possidonius, il a fort bien distingué les trois mouvements des Marées qui suivent les Periodes des jours, des mois & des années, mais il suppose que les Marées sont plus grandes vers les Solstices que vers les Equinoxes, ce qui n'est pas conforme aux experiences. Il se pourroit faire qu'on eut observé dans le Solstice d'Eté la Marée dans le temps que la Lune étoit fort prés de la Terre, auquel cas la Mer auroit dû s'élever à une grande hauteur, ce qui auroit donné lieu de conjecturer que les plus grandes Marées arrivent toûjours dans les Solstices & les plus petites dans les Equinoxes. En effet, Strabon qui rapporte le sentiment de Possidonius, dit que cet Auteur ayant été à Cadis dans le Temple d'Hercule vers le Solstice d'Eté, n'avoit point remarqué de Marées extraordinaires dans la Pleine Lune, mais que vers la Nouvelle Lune il étoit arrivé dans le Fleuve Bætis ou Quadalquivir un si grand débordement d'eaux, que le rés de chaussée du Fanal d'Hercule & le rempart du Port de Cadis avoient été couverts jusqu'à la hauteur de 10. coudées.

Le sentiment de Pline touchant les Marées des Equinoxes & des Solstices paroît plus conforme aux Observations, puisqu'il asseure que les plus grandes Marées arrivent dans les Equinoxes, & les plus petites dans les Solstices ; mais il avance que les Marées sont encore plus grandes dans l'Equinoxe d'Automne que dans celui du Printemps, ce que nous n'avons pas pû reconnoître par les Observations. Ce qu'il y a de singulier est qu'il a reconnu que les Marées sont plus petites lorsque la Lune s'éloigne de la Terre que lorsqu'elle s'en approche & que sa force agit de plus prés ; ce qui est conforme à nos Observations. Il remarque aussi que dans l'espace de huit années aprés cent revolutions de

la Lune, on y observe les mêmes principes du mouvement des Marées & les mêmes augmentations; ce qui a beaucoup de rapport au mouvement de l'Apogée de la Lune, qui dans l'espace de huit à neuf années revient au même point du Zodiaque aprés 118. revolutions de la Lune, que l'on peut prendre par consequent pour la periode des principales inégalités que l'on observe dans les Marées. Il ajoûte enfin que les effets produits par les mouvements des corps celestes ne se font point sentir sur la Terre aussi-tôt qu'on les apperçoit à la veüë: ce qui s'accorde parfaitement à nos Observations.

A l'égard de Galilée, qui prétend que la cause principale des Phénomenes que l'on observe dans le Flux & le Reflux de la Mer doit être attribuée au mouvement de la Terre, il seroit difficile de concilier son sentiment avec les Observations. Il convient lui-même que suivant ses principes il ne doit y avoir dans l'espace de 24. heures qu'un Flux & un Reflux, & que s'il arrive quelquefois plustôt, cela provient de divers accidents, comme de la profondeur de l'eau, de la direction des Côtes de la Mer, &c. Mais si cela étoit ainsi, comment pourroit-on se persuader que ces causes accidentelles & qui varient en tant de manieres differentes suivant les differens lieux, causassent un effet assés regulier pour faire ensorte qu'au lieu d'un Flux & d'un Reflux dans l'espace de 24. heures il y eut deux Flux & deux Reflux dans ce même intervalle plus 48. minutes! Effet qui est connu de tout le monde, & que nous avons remarqué dans tous les Ports de la France qui sont sur l'Ocean, où nonobstant la diverse profondeur de l'eau & la differente direction des Côtes, la Marée employe assés regulierement 6. heures & environ un quart à monter & autant à décendre.

Outre les Periodes du Flux & du Reflux de la Mer qu'on observe tous les jours, & dont Galilée attribuë la cause au mouvement de la Terre, il trouve que suivant son systême il doit y avoir dans les Marées une periode réglée suivant

la révolution de la Lune à l'égard du Soleil, la Terre ayant, à ce qu'il conjecture, un plus grand degré de vitesse dans les Conjonctions que dans les Oppositions. On peut répondre à cela que ces divers degrés de vitesse qu'il attribuë à la Terre dans les Nouvelles & Pleines Lunes n'ont point été connus jusqu'à present aux Astronomes. Mais quand même cet effet qui n'est peut-être pas assés sensible pour être apperçû par les Observations Astronomiques, le seroit assés pour faire quelque impression sur la Mer comme le conjecture Galilée, il suivroit de-là que les Marées qui arrivent dans les Conjonctions seroient differentes de celles que l'on observe dans les Oppositions, & que celles des Quadratures seroient les plus uniformes : ce qui ne satisfait point aux experiences par lesquelles on a trouvé que les plus grandes Marées arrivent également dans les Conjonctions & Oppositions où elles sont assés uniformes, & que les plus petites s'observent dans les Quadratures où elles sont sujettes à plus d'irregularités. La raison que Galilée rapporte de la periode annuelle des Marées ne paroît pas non plus s'acorder aux experiences, car dans les Solstices le mouvement journalier de la Terre se faisant dans la même direction que le mouvement annuel, il semble qu'alors la composition de ces deux mouvemens devroit causer des Marées plus grandes que dans les Equinoxes où les directions de ces deux mouvemens sont inclinées l'une à l'autre, & cependant on observe tout au contraire que les Marées sont plus grandes dans les Equinoxes que dans les Solstices.

Les différents degrés de vitesse du mouvement annuel de la Terre, lorsqu'elle est dans son Perihelie ou dans son Aphelie, devroient aussi causer suivant ce sentiment une trés grande alteration dans les Marées ; on n'observe pas néanmoins de variations considerables dans les Marées du Solstice d'Hyver ou la Terre se meut avec plus de vitesse au Solstice d'Eté ou elle se meut plus lentement.

Le sentiment de Descartes touchant la cause du Flux &

du Reflux de la Mer paroît plus conforme aux Observations; car il est aisé de concevoir que tous les corps celestes faisant par leur mouvement quelques impressions les uns sur les autres, la Terre est obligée de ceder du côté opposé à la Lune; de sorte que les eaux de la Mer se trouvent comprimées suivant la direction de la Lune à la Terre, & forcées de refluer de côté & d'autre à la distance de 90. degrés où se fait la Haute-Mer.

La raison qu'il apporte de ce que les Marées sont plus grandes dans les sizigies que dans les Quadratures est une suite de son sistême, dans lequel il suppose que le petit Axe du Tourbillon de la Terre, lequel est Elliptique, est toûjours dirigé vers le Soleil; de sorte que la Lune est plus prés de la Terre dans les sizigies que dans les Quadratures. Mais cela ne s'accorde pas toûjours aux Observations Astronomiques; car il est vrai que la Lune étant dans les *sizigies* & en même temps dans son Perigée, est plus prés de la Terre que dans toute autre Phase; mais on ne peut pas conclure de-là que le petit Axe du Tourbillon de la Terre lequel emporte la Lune soit toûjours dirigé vers le Soleil: car il arrive souvent que la Lune est plus prés de la Terre dans les Quadratures que dans les sizigies, & cependant on observe toûjours que dans les Quadratures les Marées sont plus petites que dans les sizigies.

On ne peut donc point attribuer la cause des grandes Marées dans les Nouvelles & Pleines Lunes à la proximité de la Lune à la Terre, & celle des petites Marées dans les Quadratures à son éloignement, & c'est ce qui nous donna lieu de conjecturer que le Soleil aussi-bien que la Lune concourroit à produire la hauteur des Marées, quoique son effet fut moins considerable que celui de la Lune; que dans les sizigies ces deux causes agissant suivant la même direction, les Marées devoient être plus grandes que vers les Quadratures où le Soleil agissoit dans une direction perpendiculaire à celle de la Lune.

Nous avons trouvé que Kepler & ensuite M. Newton

avoient jugé que le Soleil aussi-bien que la Lune contribuoient à la hauteur des Marées, avec la difference qu'au lieu que nous supposons que les Marées sont produites par la pression du Soleil & de la Lune sur la matiere celeste qui environne la Terre, ils ont attribué cet effet aux corps du Soleil & de la Lune qui attirent les eaux de la Mer par une vertu à peu-prés semblable à celle de l'Aimant. Ces deux hypotheses, quoique fort differentes dans leur principes, semblent pouvoir rendre également raison de tous les Phénomenes qu'on observe dans les Marées. Il est vrai que suivant le sistême de la pression, la Mer doit être basse dans les endroits où elle devroit être haute suivant le sistême de l'attraction; mais comme dans les Nouvelles & Pleines Lunes la Haute Mer arrive en divers lieux à differentes heures du jour avant & aprés midi, il n'est pas aisé de discerner à quelle des deux causes on doit attribuer le Flux & le Reflux de la Mer. Il est donc plus à propos avant que d'embrasser aucun sistême de s'assurer d'un grand nombre d'Observations; ce que nous avons fait jusqu'à present & que nous avons eu occasion de continuer par un nouveau Journal d'Observations sur les Marées faites à Brest pendant les années 1712. & 1713.

Ce Journal commence au 13. Juillet de l'année 1712. où le précedent avoit fini, & a été continué jusqu'au dernier Mars de l'année 1713.

Dans cet intervalle, qui est d'environ neuf mois, on a observé les Marées de 18. tant Nouvelles que Pleines Lunes, entre lesquelles il se rencontre celle de l'Equinoxe d'Automne, du Solstice d'Hyver & de l'Equinoxe du Printemps.

La Marée qui est arrivée le plustôt a été observée le 24. Fevrier 1713. à 3^h 6' du matin, la Nouvelle Lune étant marquée ce jour-là dans la connoissance des temps à 10^h 50' du soir. Celle qui est arrivée le plustard a été observée le 13. Decembre à 4^h $27' \frac{1}{2}$. la pleine Lune étant marquée ce jour-là à 1^h 3' du matin. La difference entre ces deux

Obſervations, qui eſt de $1^h\ 24'\frac{1}{2}$, peut ſe corriger en partie, en ſuppoſant de même que dans les Memoires précedants le temps moyen de la Pleine Mer à Breſt à $3^h\ 45'$, & y employant l'équation ordinaire de deux minutes par heure qu'il faut ajoûter au temps moyen, ou l'en retrancher, ſelon qu'il retarde ou anticipe à l'égard du temps de la Nouvelle ou Pleine Lune. Car on trouvera que le 24. Fevrier 1713. jour de la Nouvelle Lune & de la plus grande acceleration de la Marée, la Haute Mer a dû arriver à $3^h\ 7'$ à une minute prés de celle qui a été obſervée, & que le 13. Decembre, jour de la Pleine Lune & du plus grand retardement, la Haute Mer a dû arriver à $4^h\ 14'\frac{1}{2}$ à $12'\frac{1}{2}$ prés de celle qui a été obſervée.

L'Obſervation du 24. Fevrier 1713. eſt celle où l'on a remarqué la plus grande acceleration dans l'eſpace de prés de deux années, & eſt éloignée du temps moyen de la Haute Mer de 39. minutes, qui par l'équation preſcrite ſe réduiſent à une minute, & l'Obſervation du 13. Decembre eſt celle où l'on a trouvé le plus grand retardement dans le même eſpace de temps, & eſt éloignée du temps moyen de 42. minutes, qui par nôtre Equation ſe réduiſent à $12'\frac{1}{2}$, ce qui fait voir la neceſſité qu'il y a d'employer cette Equation, & l'utilité qu'on en peut retirer pour connoître plus ſeurement le temps de la Haute Mer le jour des Nouvelles & Pleines Lunes.

A l'égard du temps de la Haute Mer dans les Quadratures, il eſt ſujet à de grandes inegalités, qu'on corrigera cependant en partie, en ſuppoſant le temps moyen de la Haute Mer à Breſt le jour des Quadratures à $8^h\ 57'$ comme on l'a fait ci-devant, & employant l'Equation ordinaire de deux minutes & demi par heure, au lieu de celle de deux minutes que l'on ſuppoſe dans les Nouvelles & Pleines Lunes.

On a été obligé d'employer dans les Quadratures cette Equation horaire de deux minutes & demi, parce que l'on a obſervé que d'un jour à l'autre les Marées retardent

beaucoup

beaucoup plus vers les Quadratures que vers les Nouvelles & Pleines Lunes dont voici la raison.

Dans les Nouvelles & Pleines Lunes la pression est plus grande que vers les Quadratures, & par consequent l'effort, produit sur les eaux de l'Ocean qui sont en Pleine Mer, employe moins de temps à se communiquer vers les Côtes que dans les Quadratures où la pression de la Lune étant beaucoup plus petite, son effort employe beaucoup plus de temps à se communiquer vers les Côtes, & cause un retardement dans les Marées, ce qui fait un effet semblable aux flots de la Mer qui sont plus grands, & acquierent une plus grande vitesse plus la force qui les agite est grande.

Nous avions déja remarqué que la Mer employe plus de temps à descendre qu'à monter. Cela se confirme par ces nouvelles Observations, & il paroît qu'on peut en attribuer la cause à ce que l'effort qui oblige les eaux à s'élever les pousse avec violence, & par consequent avec beaucoup de vitesse vers les Côtes, d'où elles se retirent ensuite par leur propre poids avec moins de vitesse qu'elles n'étoient montées.

A l'égard des Marées qui arrivent deux fois dans le même jour de douze heures en douze heures, elles doivent changer continuellement de hauteur, puisque dans chaque mois elles sont les plus grandes un ou deux jours aprés les Nouvelles & Pleines Lunes; qu'elles diminuent ensuite continuellement jusqu'à un jour ou deux aprés les Quadratures; qu'elles remontent ensuite, & ainsi successivement; mais outre cette inegalité de hauteur qu'on a remarqué de tout temps; il s'en rencontre encore d'autres: Car on observe souvent, que depuis les Quadratures jusqu'aux Nouvelles & Pleines Lunes, la Marée du soir devant être plus grande que celle du matin, à cause que les Marées d'un jour à l'autre vont en augmentant, elle ne laisse pas de se trouver quelquefois plus petite le matin que le soir de la hauteur de plusieurs pouces; & tout au

contraire en d'autres circonstances depuis les Nouvelles & Pleines Lunes jusqu'aux Quadratures on trouve la Marée du soir plus grande que celle du matin quoiqu'elle eut dû être plus petite, à cause que les Marées d'un jour à l'autre vont en diminuant.

Cette inegalité de hauteur dans les Marées a été, au rapport de M. Newton, observée à Plymouth & à Bristol par Mrs. Collepressius & Sturmius qui ont remarqué que dans l'Hyver la Marée du matin étoit plus grande que celle du soir, & que dans l'Eté celle du matin étoit plus petite que celle du soir.

Ils avoient apparemment fait ces Observations vers les Nouvelles & Pleines Lunes qui arrivent prés des Solstices où l'on observe en effet presque toûjours cette varieté de hauteur dans les Marées qui se succedent les unes aux autres de douze heures en douze heures.

Par exemple, le 19. Juin 1712. jour de la Pleine Lune, la Marée du matin fut observée à Brest de 17. pieds 1. pouce, plus petite d'un pied un pouce que celle du soir qui fut trouvée de 18. pieds 2. pouces.

Le 2. Juillet suivant jour de la Nouvelle Lune, la Marée du matin fut observée de 14. pieds 10. pouces 6 l plus petite de 9. pouces 2 l que celle du soir qui fut trouvée de 15. pieds 7. pouces 8 l.

Tout au contraire le 13. Decembre 1712. jour de la Pleine Lune, la Marée du matin fut observée de 16. pieds 7. pouces, plus grande de 4. pouces 4. lignes que celle du soir, qui fut trouvée de 16. pieds 2. pouces 8 l. Le 29. Decembre suivant, jour de la Nouvelle Lune, la Marée du matin fut observée de 18. pieds 10. pouces, plus grande de 7. pouces que celle du soir qui étoit de 18. pieds 3. pouces.

Il paroît donc par ces Observations de même que par plusieurs autres, qu'il seroit trop long de rapporter que vers les Nouvelles & Pleines Lunes, les Marées de l'Eté sont plus petites le matin que le soir, & les Marées de l'Hyver

plus petites le soir que le matin, dont on peut rendre aisément raison, pourveû que l'on suppose, conformément à nôtre hypothese, que les Marées sont à peu-prés d'égale hauteur dans les lieux de la Terre directement opposés les uns aux autres.

En Eté dans les Nouvelles Lunes, cette Planete passe vers le Midi avec le Soleil par nôtre Meridien avec une déclinaison Septemtrionale, & par consequent son plus grand effort doit se faire sentir dans les Païs Septemtrionaux de nôtre Hemisphere & dans les Païs Meridionaux de l'autre Hemisphere qui nous sont directement opposés. Douze heures ou environ aprés vers le minuit, la Lune passe par le Meridien dans l'Hemisphere opposé avec une déclinaison semblable, & par consequent son plus grand effort doit s'appercevoir dans les Païs Septemtrionaux de l'autre Hemisphere, & dans les Païs Meridionaux de nôtre Hemisphere qui lui sont directement opposés. L'effort ou la pression de la Lune dans les Nouvelles Lunes d'Eté est donc plus grand à Midi dans les Païs Septemtrionaux où nous habitons que dans les Païs Meridionaux; & tout au contraire cette pression est plus grande à minuit dans les Païs Meridionaux que dans les Païs Septemtrionaux; d'où il suit que les hauteurs des Marées étant proportionnées aux differents efforts ou pressions de la Lune, la Marée du soir immediatement aprés midi doit être plus grande dans les Nouvelles Lunes d'Eté, que la Marée qui arrive le matin aprés minuit.

Dans les Pleines Lunes qui arrivent aussi dans la même Saison, la Lune passe à minuit par nôtre Meridien avec une déclinaison Meridionale, & par consequent la Marée du matin qui suit immediatement doit être plus petite que celle d'aprés midi, la Lune passant à midi par le Meridien d'un lieu dont l'opposite est dans la partie Septemtrionale de la Terre où doit arriver la plus grande Marée du soir.

Tout au contraire dans les Nouvelles Lunes d'Hyver cet-

te Planete passe avec le Soleil par le Meridien avec une déclinaison Meridionale, & par consequent la pression qu'elle cause dans les Païs Septemtrionaux, doit être alors moins grande que celle qu'elle produit dans les Païs Meridionaux, & la Marée du soir qui suit immediatement doit être plus petite que celle du matin, la Lune passant à minuit par le Meridien d'un lieu dont l'opposite est dans la partie Septemtrionale de la Terre où doit arriver la plus grande Marée du matin. Dans les Pleines Lunes d'Hyver, la Lune passe à minuit par le Meridien avec une déclinaison Septemtrionale, & par consequent la Marée du matin qui suit immediatement doit être plus grande que celle du soir, la Lune passant à Midi par le Meridien d'un lieu dont l'opposite est dans la partie Meridionale de la Terre où doit arriver la plus grande Marée du soir.

Il paroît donc par ce raisonnement que dans les Nouvelles & Pleines Lunes, les Marées de l'Eté doivent être plus petites le matin que le soir, & que la plus grande Marée doit arriver le soir. Que tout au contraire dans l'Hyver les Marées sont plus petites le soir que le matin, & que la plus grande Marée doit arriver le matin.

On observe seulement que la difference de hauteur entre les Marées du matin & celles du soir est plus grande l'Eté que l'Hyver, ce qui doit arriver en effet, parce que la Marée du soir qui dans l'Eté est plus grande que celle du matin par les raisons que nous venons de rapporter, se trouve encore augmentée de hauteur par l'augmentation qui se fait dans les Marées de douze heures en douze heures depuis un ou deux jours aprés les Quadratures jusqu'à un ou deux jours aprés la Nouvelle ou Pleine Lune ; au lieu que dans l'Hyver la Marée du soir, qui est plus petite que celle du matin, se trouve augmentée de hauteur, à cause que les Marées qui croissent dans les Nouvelles & Pleines Lunes sont plus grandes le soir que le matin, ce qui cause en Hyver une difference moins grande dans la hauteur des Marées du même jour que dans l'Eté.

Il y a donc deux cauſes qui concourrent enſemble à la variation de hauteur que l'on obſerve dans les Marées qui arrivent dans un même jour de douze heures en douze heures ; l'une qui eſt produite par l'augmentation ou diminution continuelle qui arrive entre les Nouvelles & Pleines Lunes & les Quadratures, & l'autre que l'on doit attribuer à la differente hauteur de la Lune ſur l'horizon, ſuivant que ſa déclinaiſon eſt plus Septemtrionale ou Meridionale. Cette derniere cauſe l'emporte ordinairement ſur l'autre, lorſque la Lune eſt dans les ſignes Septemtrionaux ou Meridionaux, mais elle eſt peu ſenſible dans les Nouvelles ou Pleines Lunes de l'Equinoxe où la Lune paſſe par le Meridien avec fort peu de declinaiſon.

Cette augmentation ou diminution dans les Marées de douze en douze heures, que nous venons de remarquer dans les Nouvelles & Pleines Lunes qui arrivent vers les Solſtices, doit s'obſerver auſſi dans les Quadratures qui arrivent vers les Equinoxes.

Dans l'Equinoxe du Printemps, la Lune eſt dans ſon premier Quartier dans les ſignes Septemtrionaux, & paſſe par le Meridien ſur les 6. heures du ſoir, avec une déclinaiſon Septemtrionale, & par conſequent la Marée du ſoir qui ſuit ſon paſſage par le Meridien doit être plus grande que celle du matin. Dans le 3e. Quartier la Lune paſſe par le Meridien ſur les 6. heures du matin avec une déclinaiſon Meridionale, & par conſequent la Marée du matin doit être plus petite que celle du ſoir. Ainſi dans les Quadratures qui arrivent vers l'Equinoxe du Printemps les Marées ſont plus petites le matin que le ſoir, & les plus petites Marées doivent arriver le matin.

Tout au contraire vers l'Equinoxe d'Automne la Lune dans ſon premier Quartier eſt dans les ſignes Meridionaux, & paſſe par le Meridien ſur les 6. heures du ſoir avec une déclinaiſon Meridionale, & par conſequent la Marée du ſoir qui ſuit ſon paſſage par le Meridien doit être plus petite que celle du matin. Dans le 3e. Quartier la Lune

passe par le Meridien sur les 6. heures du matin avec une Déclinaison Septemtrionale, & par consequent la Marée du matin qui suit son passage par le Meridien doit être plus grande que celle du soir.

Ainsi dans les Quadratures qui arrivent vers l'Equinoxe d'Automne, les Marées du matin sont plus grandes que celles du soir, & les plus petites Marées doivent arriver le soir.

Ce raisonnement s'accorde assés bien aux experiences, car le 6. Septembre 1711. jour de la plus petite Marée de l'Equinoxe d'Automne, la Marée du soir fut observée de 10. pieds 3. pouces, plus petite de 7. pouces que la Marée du matin qui fut trouvée de 10. pieds 10. pouces. Le 23. Septembre 1712. jour de la plus petite Marée de l'Equinoxe d'Automne, la Marée du soir fut aussi observée de 10. pieds 8. pouces 4^{l}, plus petite de 9. pouces 8^{l} que la Marée du matin qui fut trouvée de 11. pieds 6. pouces.

Tout au contraire le 16. Mars 1712. jour de la plus petite Marée de l'Equinoxe du Printemps, la Marée du matin fut observée de 10. pieds 10. pouces, plus petite de 3. pouces que celle du soir, & le 20. Mars 1713. jour de la plus petite Marée du dernier Quartier, la Marée du matin fut observée de 11. pieds 7. pouces, plus petite de 9. pouces que celle du soir.

Nous avons remarqué dans les Memoires précedents que les diverses distances de la Lune à la Terre causent une trés grande varieté dans la hauteur de Marées. Cela se confirme par ces dernieres Observations, car le 28. Decembre 1712. jour de la Pleine Lune, la distance de cette Planete à la Terre, étant de 936. parties dont le rayon est 1000, c'est-à-dire, la Lune étant fort prés de son Perigée, on observa le 30. Decembre au matin, jour de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 19. pieds 2. pouces au-dessus du point fixe, & celle de la Basse Mer de 1. pied 9. pouces au-dessous de ce point,

de sorte que la Mer avoit monté ce jour-là de la hauteur de 20. pieds 10. pouces.

Le 11. Janvier suivant, jour de la Pleine Lune, la distance de cette Planete à la Terre étant de 1064. c'est-à-dire, la Lune étant fort prés de son Apogée, on observa le 15. Janvier au matin, jour de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 17. pieds 5. pouces, & celle de la Basse Mer suivante de 1. pied 0. pouce, de sorte que la Mer n'a monté ce jour-là que de la hauteur de 16. pieds 5. pouces, moins de 4. pieds 5. pouces que dans l'Observation précedente où la Lune étoit prés de son Perigée.

Il faut remarquer que dans la Nouvelle Lune Perigée du 28. Decembre 1712. sa déclinaison étoit de 23^{d} $0'$ Meridionale, fort éloignée de l'Equinoctial, & par consequent sa pression sur la Terre devoit être moins grande que lorsque la Lune étant à peu prés à égale distance de la Terre, elle se trouve en même temps plus prés de l'Equateur.

En effet nous trouvons que le 24. Fevrier 1713. jour de la Nouvelle Lune, sa distance à la Terre étant de 953. c'est-à-dire, prés de son Perigée, & sa declinaison de 5^{d} Meridionale prés de l'Equateur, la hauteur de la Pleine Mer fut observée le 26. Fevrier au matin de 21. pieds 2. pouces, qui est la plus Haute Marée que l'on ait observé à Brest dans l'espace de prés de deux années. La Basse Mer suivante fut observée de 1. pied 3. pouces au dessous du point fixe, de sorte que la Mer monta ce jour-là de la hauteur de 22. pieds 5. pouces.

Le 12. Mars suivant, jour de la Pleine Lune, sa distance à la Terre étant de 1032. assés prés de son Apogée & sa déclinaison Meridionale d'un degré, c'est-à-dire, prés de l'Equateur, on observa le 13. Mars suivant, jour de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 18. pieds 2. pouces, & celle de la Basse Mer de 0. pied 0. pouce, de sorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-

là que de 18 pieds 2. pouces, moindre de 4. pieds trois pouces que dans l'Observation précedente où la Lune étoit prés de son Perigée, mais plus grande de 1. pied 9. pouces que dans l'Observation du 11. Janvier 1713. rapportée ci-devant, où la Lune étant prés de son Apogée, sa déclinaison Septemtrionale étoit de 20. degrés.

A l'égard des petites Marées qui suivent les Quadratures, nous trouvons aussi par ces dernieres Observations que leurs hauteurs sont proportionnées aux diverses distances de la Lune à la Terre. Par exemple, le 23. Septembre 1712. jour de la plus petite Marée qui a suivi le 3e. Quartier, la distance de la Lune à la Terre étant de 1063. fort prés de son Apogée, la hauteur de la Pleine Mer fut observée le soir de 10. pieds 8. pouces 8^{l}, & celle de la Basse-Mer de 5. pieds 10. pouces, de sorte que la Mer n'a monté ce jour-là que de la hauteur de 4. pieds 10. pouces 8^{l} Le 7. Octobre suivant, jour de la plus petite Marée qui a suivi le premier Quartier, la distance de la Lune à la Terre étant de 976. prés de son Perigée, la hauteur de la Pleine Mer fut observée le soir de 12. pieds 10. pouces, & celle du matin de 3. pieds 6. pouces, de sorte que l'élevation de la Marée a été ce jour-là de 9. pieds 4. pouces, plus grande de 4. pieds 5. pouces 4^{l} que dans l'Observation précedente où la Lune étoit prés de son Apogée.

La déclinaison Septemtrionale de la Lune étoit le 22. Septembre 1712. jour du dernier Quartier de 24^{d} $\frac{1}{2}$, & par consequent la plus petite Marée suivante devoit être fort basse comme on l'observa en effet, ayant été trouvée le 23. au soir de 10. pieds 8. pouces 8^{l}, plus basse de 2. pieds 0. pouce que le 26. Decembre où la distance de la Lune à la Terre étant de 1036. prés de l'Apogée, & sa déclinaison Meridionale de 5. degrés, la hauteur de la Marée fut trouvée de 12. pieds 8. pouces 8^{l}.

Outre les variations dans la hauteur des Marées qui resultent des diverses distances de la Lune à la Terre & de sa differente déclinaison à l'égard de l'Equinoctial, il doit

y

y en avoir aussi suivant nos hypotheses quelques-unes causées par la differente distance du Soleil à la Terre, & par sa differente déclinaison. Nous avons déja remarqué que les Marées des Nouvelles & Pleines Lunes étoient plus grandes vers les Equinoxes, où le Soleil n'a point de déclinaison, que vers les Solstices où il en a une de $23^{d}\ 29'$ & il y a apparence que le Soleil qui se trouve alors en Conjonction & en Opposition avec la Lune, concourt avec elle aux differentes hauteurs qu'on y observe.

A l'égard de la distance du Soleil à la Terre, comme elle est plus petite vers le Solstice d'Hyver où le Soleil est présentement prés de son Perigée, qu'au Solstice d'Eté où il est prés de son Apogée, les Marées doivent être plus grandes en Hyver qu'en Eté, toutes choses égales, comme on l'observe en effet. Car le 30. Juillet 1711. jour de la Pleine Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 960. & sa declinaison de $25^{d}\ 29'$; le Soleil étant aussi dans son Apogée, on observa le premier Juillet au soir la hauteur de la plus grande Marée de 17. pieds 10. pouces. Le 8. Janvier suivant, jour de la Nouvelle Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 951. & sa déclinaison de $23^{d}\ 0'$ à peu prés de même que le 30. Juin; le Soleil étant alors prés de son Perigée, on observa le 10. Janvier au matin, la hauteur de la plus grande Marée de 19. pieds 10. pouces plus haute de 2. pieds que dans l'Observation percedente, où le Soleil étoit dans son Apogée. Le 19. Juin suivant la distance de la Lune à la Terre étant de 936. & sa déclinaison Meridionale de $24.^{d}\ 50'$, le Soleil étant alors prés de son Apogée, la hauteur de la plus grande Marée fut observé le 21. Juin au soir de 18. pieds 4. pouces plus petite d'un pied six pouces que dans l'Observation précedente. Enfin le 28. Decembre 1712. le Soleil étant dans son Perigée, la distance de la Lune à la Terre étant de 936. & sa déclinaison Méridionale de 23. degrés, la hauteur de la plus grande Marée fut observée le 30. Decembre de 19. pieds

2. pouces, plus grande de 10. pouces que le 19. Juin où le Soleil étoit prés de son Apogée, & la Lune à peu prés à égale distance de la Terre.

Il resulte donc de ces Observations qu'il y a quatre causes qui contribuent aux differentes hauteurs qu'on observe dans les Marées. La premiere dépend des diverses situations de la Lune à l'égard du Soleil, & produit les variations que l'on observe dans la hauteur des Marées, depuis les Nouvelles & Pleines Lunes jusques aux Quadratures. La seconde est produite par les diverses distances de la Lune à la Terre, les Marées étant plus grandes, lorsque la Lune est prés de son Perigée que lorsqu'elle est prés de son Apogée. La troisiéme est produite aussi par les diverses distances du Soleil à la Terre, les Marées étant plus grandes lorsque le Soleil est dans son Apogée que lorsqu'il est dans son Perigée. Enfin la quatriéme dépend de la distance de la Lune à l'Equinoctial, les Marées étant plus petites lorsque la Lune a une grande déclinaison que lorsqu'elle est prés de l'Equateur. Cette derniere cause produit aussi les variations que l'on observe dans les Marées qui arrivent dans un même jour. Ces variations se doivent appercevoir diversement en differents lieux de la Terre. Elles doivent être nulles dans les païs qui sont sous la ligne Equinoctiale; mais elles sont trés sensibles dans les païs Septentrionaux & Meridionaux, suivant que la déclinaison de la Lune est plus ou moins Septentrionale ou Meridionale.

HISTOIRE DU CAFE.

Par M. DE JUSSIEU.

J'AI lû en 1713. une Relation sur le Café qui m'avoit été envoyée par M. Gaudron Maître Apoticaire de Saint-Malo, qui la tenoit de M. Desnoyers Chirurgien François nouvellement arrivé pour lors de Ledia, lieu où cette Plante se cultive, éloigné de quelques journées de la rade de Moka : mais comme depuis ce temps-là j'ai eû occasion de mieux examiner l'Arbre du Caffé par le transport qui en a été fait en 1714. d'Hollande à Paris au Jardin du Roy, j'ai crû devoir supprimer cette Relation qui n'auroit été que fort imparfaite, & qu'il étoit à propos de substituer à sa place le Memoire suivant dont j'ai fait la lecture cette année 1715. 4. Mai. 1715.

DEpuis environ soixante ans que le Café est connu en Europe, tant de gens en ont écrit sans connoître son origine, que si j'entreprenois d'en donner une Histoire sur les Relations qu'ils nous en ont laissé, je ne ferois que confirmer un nombre d'erreurs si grand, qu'un seul Memoire ne seroit pas suffisant pour les rapporter toutes.

Incertain comme eux de la nature de la Plante qui le porte, ou j'adopterois les descriptions qu'ils nous en ont données, ou je laisserois encore le Public dans le doute de sçavoir si elle constituë un genre particulier de Plante, comme Mrs. Rai & Dale l'ont voulu, si c'est un Arbre qui ait beaucoup de rapport avec le Fusain, comme l'ont prétendu ceux qui en ont parlé aprés Rauvolf, Prosper Alpin & les Bauhins, si c'est une Plante rampante & semblable au Liseron comme l'a soupçonné Bernier, ou une Plante legumineuse telle que la petite Féve suivant l'opinion la plus commune.

Mais comme l'autorité des Auteurs qui n'ont pas vû les choses, n'est pas décisive en fait d'Histoire naturelle, & que l'Academie est en possession de n'établir ses progrés que sur un examen scrupuleux de la nature même, sur des faits averés & sur des experiences exactes, nous pouvons regarder comme imparfaites les descriptions du Café qui ont paru jusqu'ici, depuis qu'il nous a été permis d'en faire une d'aprés l'Arbre même que nous possedons aujourd'huy dans le Jardin Royal.

L'Europe a l'obligation de la culture de cet Arbre aux soins des Hollandois, qui de Moka l'ont porté à Batavia, & de Batavia au Jardin d'Amsterdam; & la France en est redevable au zele de M. de Resson Lieutenant General de l'Artillerie & amateur de la Botanique, qui se priva en faveur du Jardin Royal, d'un jeune pied de cet Arbre qu'il avoit fait venir d'Hollande. Mais M. Paneras Bourguemestre Regent de la Ville d'Amsterdam, nous a fourni plus de lieu d'éclaircir cette matiere par le soin qu'il prit l'année derniere d'en faire transporter un autre à Marly, où il fut presenté au Roy, & de-là envoyé à Paris au Jardin de Sa Majesté, dans lequel nous luy avons vû donner successivement des fleurs & des fruits.

Cet Arbre auquel on peut donner le nom de *Jasminum Arabicum, Lauri folio, cujus semen apud nos* Café *dicitur. Jasmin d'Arabie à feüilles de Laurier, & dont la semence nous est connuë sous le nom de Café.* Cet Arbre, dis-je, dans l'état auquel il est actuellement au Jardin Royal, y est de la hauteur de cinq pieds & de la grosseur du pouce. Il donne des branches qui sortent d'espace en espace de toute la longueur de son tronc, toûjours opposées deux à deux, & rangées de maniere qu'une paire croise l'autre. Elles sont souples, arrondies, noüeuses par intervalle, couvertes aussi-bien que le tronc, d'une écorce blanchâtre, fort fine, qui se gerse en se dessechant. Leur bois est un peu dur, & est doucâtre au goust. Les branches inferieurs sont ordinairement simples & s'étendent plus horizonta-

lement que les superieures qui terminent le tronc, lesquelles sont divisées en d'autres plus menuës qui partent des aisselles des feüilles, & gardent le mesme ordre que celles du tronc. Les unes & les autres sont chargées en tout temps de feüilles entieres, sans dentelures ni creneluxes dans leurs contours, aiguës par leurs deux bouts, opposées deux à deux, qui sortent des nœuds des branches, & ressemblent aux feüilles du Laurier ordinaire, avec cette difference qu'elles sont moins seches & moins épaisses, ordinairement plus larges, plus pointuës par leur extrémité qui souvent s'incline de côté, qu'elles sont d'un beau vert gai & luisant en dessus, vert pâle en dessous, & vert jaunâtre dans celles qui sont naissantes, qu'elles sont ondées par les bords, ce qui vient peut-être de la culture, & qu'enfin leur goût n'est point aromatique, & ne tient rien que de l'herbe. Les plus grandes de ses feüilles ont deux pouces environ dans le fort de leurs largeur sur quatre ou cinq pouces de longueur. Leurs queuës sont fort courtes. De l'aisselle de la plusspart des feüilles naissent des fleurs *(1)* jusqu'au nombre de cinq soutenuës chacune par un pedicule court. Elles sont toutes blanches, d'une seule piece à peu prés du volume & de la figure de celles du Jasmin d'Espagne, excepté que le tuyau en est plus court, & que les decoupures en sont plus étroites & sont accompagnées de cinq étamines *(2)* blanches à sommets jaunâtres, au lieu qu'il n'y en a que deux dans nos Jasmins. Ces étamines debordent le tuyau de leurs fleurs & entourrent un stile *(3)* fourchu qui surmonte l'embrion *(4)* ou pistile placé dans le fond d'un calice *(5)* vert à quatre pointes deux grandes & deux petites disposées alternativement. Ces fleurs passent fort vîte & ont une odeur douce, & agreable. L'embrion *(4)* ou jeune fruit qui devient *(6)* à peu prés de la grosseur & de la figure d'un Bigarreau, se termine en umbilic, & est vert clair d'abord, puis rougeâtre, ensuite d'un beau rouge, & enfin rouge obscur dans sa parfaite maturité. Sa chair *(7)* est

Oo iij

glaireuse, d'un goût desagreable qui se change en celuy de nos Pruneaux noirs secs lorsqu'elle est dessechée, & la grosseur de ce fruit se réduit alors en celle d'une baie de Laurier. Cette chair sert d'enveloppe à deux coques (8) minces, ovales, étroitement unies, arrondies (9) sur leurs dos, applaties (10) par l'endroit où elles se joignent; de couleur d'un blanc jaunâtre & qui (11) contiennent chacune une semence calleuse pour ainsi dire, ovale, voutée (12) sur son dos & plate (13) du côté opposé, creusée dans le milieu & dans toute la longueur de ce même côté d'un sillon assés profond. Son goût est tout à fait pareil à celui du Café qu'on nous apporte d'Arabie. Une de ces deux semences venant à avorter, celle qui reste, acquiert ordinairement plus de volume, a ses deux côtés plus convexes, & occupe seule le milieu du fruit.

On appelle *Café en coque*, ce fruit entier & desseché, & *Café mondé*, ses semences dépoüillées de leurs enveloppes propres & communes.

Par cette description faite d'aprés nature, il est aisé de juger que l'Arbre du Café qu'on peut appeller le Cafier, ne peut être rangé sous un genre qui lui convienne mieux que celui des Jasmins, si l'on a égard à la figure de sa fleur, à la structure de son fruit & à la disposition de ses feüilles; ce qui est conforme au sentiment de M. Commelin habile Professeur en Botanique à Amsterdam.

Par la veuë du fruit sur l'Arbre, l'idée que l'on s'étoit formée que ce fruit fut une Féve cruë dans une gousse se trouve fausse, & nous sommes aussi desabusés de l'opinion de Rauvolf, qui nous a voulu persuader que ce qui est marqué dans Avicenne sous le nom de *Bunk*, & dans Rhases sous le nom de *Bunca*, & que la plupart de leurs Interpretes disent être une racine provenant de l'Arabie Heureuse, soit le Café.

Et par la figure que j'en donne ici, on s'appercevra d'abord combien celles des Auteurs qui en ont parlé sont deffectueuses, soit parce que les Fleurs y manquent, soit

parce que les feüilles & les fruits y sont placés peu exactement.

Si aprés cette description il restoit encore le moindre doute que cet Arbre fut veritablement celui qui porte le Café que nous tirons d'Arabie, on pourroit s'en éclaircir pleinement par la conformité qui se trouve à peu-prés entre tout ce que je viens de rapporter, & les Relations de ceux qui sont arrivés tout recemment de Zedia, lieu où il se cultive, éloigné de quelques journées de la rade de Moka.

Ces Relations quoi qu'imparfaites, nous apprenoient que cet Arbre croît dans son Pays natal & même à Batavia jusqu'à la hauteur de quarante pieds, & que le diametre de son tronc n'excede pas quatre à cinq pouces, qu'on le cultive avec soin, qu'on y voit en toutes les saisons des fruits & presque toûjours des fleurs, qu'il fournit deux à trois fois l'année une recolte tres abondante, & que les vieux pieds portent moins de fruits que les jeunes, lesquels commencent à en produire dés la troisiéme & quatriéme année aprés leur germination. Circonstances qui avoient déja été en partie observées dans le même Pays par M. Clyve Anglois, & citées par M. Sloane dans les Transactions Philosophiques d'Angleterre de l'année 1694.

Si la varieté des noms que les Voyageurs donnent à l'Arbre du Café, à son fruit, à sa semence, pouvoit ajoûter quelque chose à la connoissance parfaite que nous voulons en avoir, j'en ferois ici une mention exacte, mais outre que la difference de ces noms & de la maniere de les écrire en rendroit l'énumeration ennuïeuse, c'est que les Auteurs qui les ont rapporté, ni les Interpretes des Arabes ne conviennent point entre eux de leur propre signification, ni de leur veritable étymologie, comme feu M. Galand l'a fait remarquer dans l'Extrait d'un Manuscrit Arabe de la Biblioteque du Roy, traitant de l'origine & du progrés du Café. Qu'il suffise donc de sçavoir que le mot de Café en François ou Coffé en Anglois & en Hollandois, tirent l'un & l'autre leur origine de celui de *Caouhe*, nom que les Turcs

donnent à la boiſſon qu'on prépare avec cette ſemence.

Des obſervations ſur la culture d'une Plante qui par ſon uſage eſt devenu auſſi neceſſaire, ſeroient plus intereſſantes pour nous la rendre commune en ce Pays, ſi le peu de temps qu'il y a que nous la poſſedons pouvoit nous en avoir fourni un aſſés grand nombre. Je puis néanmoins établir celles-ci pour certaines; que ſi la ſemence du Café n'eſt pas miſe en terre toute recente, comme pluſieurs autres ſemences de Plantes, on ne doit pas eſperer de la voir germer. Les ſemences qu'en a recueillies M. Commelin ſur les pieds cultivés dans le Jardin d'Amſterdam, & jettées preſque auſſi-tôt en terre, ont produit d'autres Arbres: celles tirées des fruits mêmes que ce ſçavant Profeſſeur m'a envoyé, ont eu peu de ſuccés au Jardin Royal, quoique plantées auſſi-tôt qu'elles ont eſté reçûës, au lieu que celles de l'Arbre cultivé depuis une année au Jardin Royal pour avoir *eſté miſes* en terre auſſi-tôt aprés avoir été ceüillies, ont preſque toutes levé ſix ſemaines aprés.

Ce fait juſtifie les Habitans du Pays où ſe cultive le Café, de la malice qu'on leurs a imputée de tremper dans l'eau boüillante ou de faire ſécher au feu tout celui qu'ils debitent aux Eſtrangers, dans la crainte que venant à élever comme eux cette Plante, ils ne perdiſſent un revenu des plus conſiderables.

La Germination de ces ſemences n'a rien que de commun.

A l'égard du lieu où nous avons reconnu que cette Plante pouvoit ſe conſerver, comme il doit avoir du rapport avec le Pays dans lequel elle naît naturellement, & où l'on ne reſſent point d'Hyver, nous avons été juſqu'ici obligés de ſuppléer au défaut de la temperature du climat par une ſerre à la maniere de celles d'Hollande, ſous laquelle on fait un feu moderé pour y entretenir une chaleur douce, & nous avons obſervé que pour prevenir la ſécheresse de cette Plante, il lui falloit de temps en temps un arroſement proportionné.

Soit

Soit que ces précautions en rendent la culture difficile, soit que les Turcs naturellement paresseux ayent negligé le soin de la multiplier dans les autres Pays sujets à leur domination, nous n'avons pas encore appris qu'aucune contrée que celle du Royaume d'Yemen en Arabie, ait la satisfaction de la voir croître chez elle abondamment; ce qui paroît être la cause qu'avant le seiziéme siecle son usage nous étoit presqu'inconnu.

Je laisse aux Historiens le soin de rapporter au vrai ce qui y a donné occasion, & d'examiner si l'on en doit la premiere experience à la curiosité du Superieur d'un Monastere d'Arabie, qui voulant tirer ses Moines du sommeil qui les tenoit assoupis dans la nuit aux Offices du chœur, leurs en fit boire l'infusion sur la relation des effets que ce fruit causoit aux Chevres qui en avoient mangé; ou s'il faut en attribuer la découverte à la pieté d'un Mufti qui pour faire des plus longues prieres & pousser les veilles plus loin que les Dervis les plus devots, a passé pour s'en être servi des premiers.

L'usage depuis ce temps en est devenu si familier chés les Turcs, chés les Persans, chés les Armeniens & même chés les differentes Nations de l'Europe, que je croirois inutile de m'étendre sur la préparation & sur la qualité des vaisseaux & instruments qu'on y emploie.

Je me contenterai de faire observer que des trois manieres d'en prendre l'infusion, sçavoir, ou du *Café mondé*, & dans son état naturel, ou du *Café rôti*, ou seulement des enveloppes propres & communes de cette semence ausquelles nos François de retour de Moka, ont improprement donné le nom de *Fleurs de Café;* la seconde de ces manieres est préferable à la premiere & à la troisiéme aussi appellée *Café à la Sultane*.

Qu'entre le gros & blanchâtre qui nous vient par Moka, & le petit verdâtre qui nous est apporté du Caire par les Caravannes de la Mecque, celui-ci doit être choisi comme le plus mûr, le meilleur au goût & le moins sujet à se gâter.

Que de tous les vaisseaux pour le rôtir, les plus propres sont ceux de terre vernissé, afin d'éviter l'impression que ceux de Fer ou d'Airain peuvent lui communiquer.

Que la marque du juste degré de sa torrefaction est la couleur tirant sur le violet, qu'on ne peut appercevoir qu'en se servant pour le rôtir d'un vaisseau découvert.

Que l'on ne doit en pulveriser qu'autant & qu'au moment que l'on veut l'infuser.

Et qu'étant jetté dans l'eau boüillante, l'infusion en est plus agréable, & souffre moins de dissippation de ses parties volatilles que lorsqu'il est mis d'abord dans l'eau froide.

Il me reste parmi ce grand nombre d'opinions si differentes touchant ses qualités, de donner quelque chose de certain sur sa maniere d'agir & sur ses vertus.

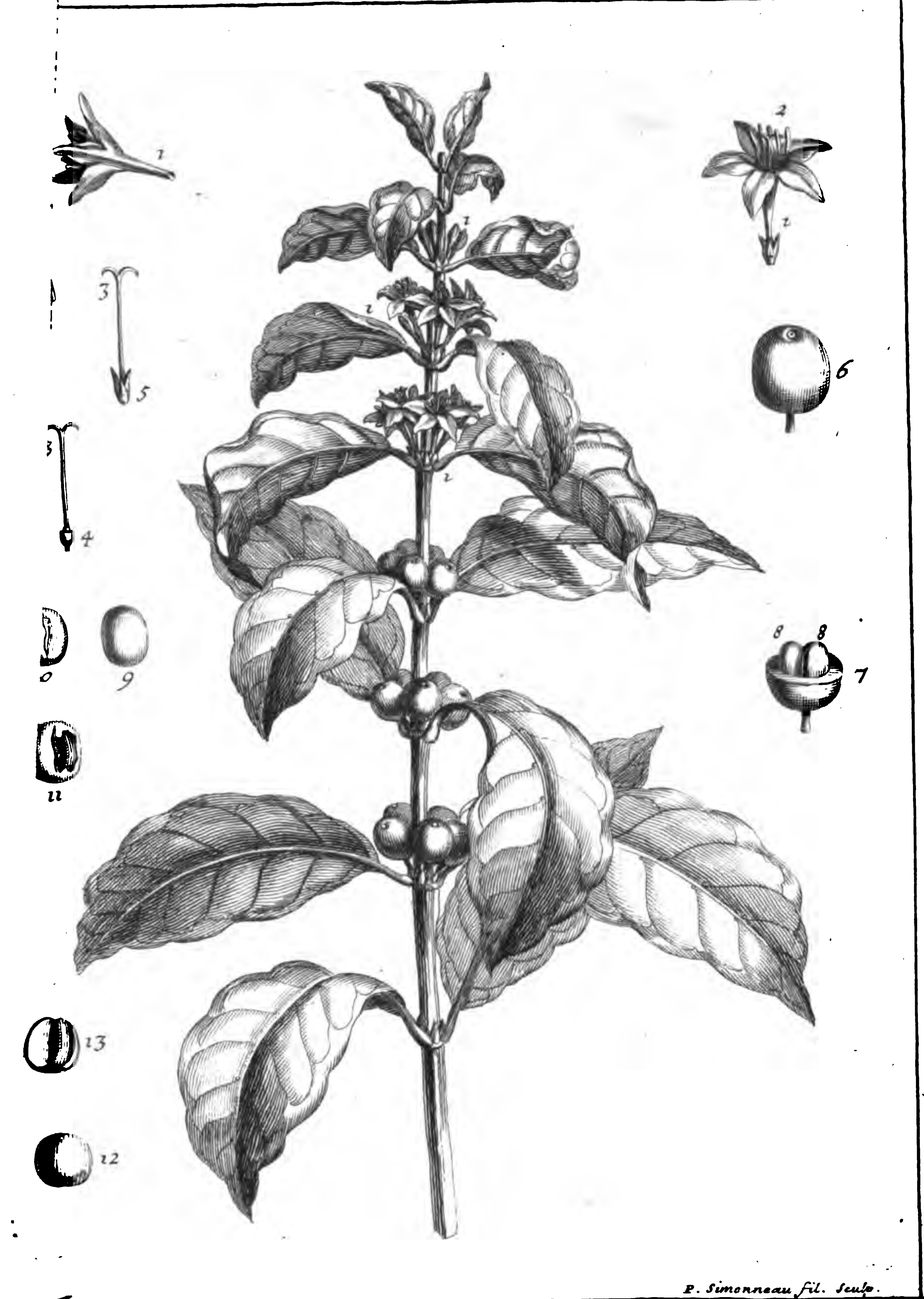
La matiere huileuse qui se sépare du Café & paroît sur sa superficie lorsqu'on le grille, & son odeur particuliere qui le fait distinguer du Segle, de l'Orge, des Pois, des Fêves & autres semences que l'épargne fait substituer au Café, doivent être les vraies indications de ses effets, si l'on en juge par leur rapport avec les huiles tirées par la cornuë, puisqu'elle contient aussi-bien que celles-là des principes volatils tant salins que sulphureux.

C'est à la dissolution de ses sels & au mélange de ses souffres dans le sang que l'on doit attribuer la vertu principale de tenir éveillé, que l'on a toûjours remarquée comme l'effet le plus considerable de son infusion.

C'est de-là que viennent ses proprietés de faciliter la digestion, de précipiter les aliments, d'empêcher les rapports des viandes, & d'éteindre les aigreurs, lorsqu'il est pris aprés le repas.

C'est par-là que la fermentation qu'il cause dans le sang, utile aux personnes grasses, repletes, pituiteuses, & à celles qui sont sujetes aux migraines, devient nuisible aux gens maigres, bilieux, & à ceux qui en usent trop frequemment.

Et c'est aussi ce qui chés certains sujets rend cette boisson diuretique.



P. Simonneau fil. Sculp.

L'experience a introduit quelques précautions que je ne sçaurois blâmer touchant la maniere de prendre cette infusion; telles sont celles de boire un verre d'eau auparavant la prise du Café, afin de la rendre laxative ; de corriger par le sucre l'amertume qui pourroit la rendre desagreable, & de la mêler ou de la faire quelquefois au lait ou à la crême pour en étendre les soulfres, en embarrasser les principes salins & la rendre nourrissante.

Enfin l'on peut dire en faveur du Café, que quand il n'auroit pas des vertus aussi certaines que celles que nous lui connoissons, il a toûjours l'avantage par-dessus le Vin de ne laisser dans la bouche aucune odeur desagreable, ni d'exciter aucun trouble dans l'esprit, & que cette boisson au contraire semble l'egaier, le rendre plus propre au travail, le recréer & en dissiper les ennuis avec autant de facilité que ce fameux Nepenthes si vanté dans Homere.

DESCRIPTION D'UNE MACHINE PORTATIVE,

Propre à soutenir des Verres de trés grands Foyers.

Presentée à l'Academie par M. BIANCHINI.

Par M. DE REAUMUR.

QUANTITE' d'Observations, dont M. Bianchini a enrichi nos Memoires, ont assés appris au Public son habileté & son attention à observer le Ciel. Le zele de M. Bianchini pour l'Astronomie ne s'est pas borné là ; instruit mieux que personne du point où cette science a été portée depuis que l'on sçait travailler les grands Verres, il a songé à en rendre l'usage facile. M^rs^. Hugens & Cassini avoient beaucoup fait, en nous montrant qu'on pouvoit se servir des Verres des plus grands Foyers sans tuyaux ; c'étoit 29. Juillet 1713.

avoir levé une difficulté considerable que d'avoir appris qu'on pouvoit se passer d'instruments qu'il étoit presque impossible de construire, & dont il n'étoit guere plus aisé de se servir. Malgré pourtant cette belle découverte, il restoit encore bien des difficultés ; pour placer ces Verres il falloit construire ou des tours de bois, telles qu'on en a vû une à l'Observatoire ; ou élever solidement sur terre diverses poutres : il falloit avoir des terrains spacieux ; & outre tous ces embarras, il étoit encore necessaire d'emploïer plusieurs personnes & diverses machines pour changer la direction de l'objectif, selon que l'Astre changeoit de place. Les dépenses où cela engageoit étoient au dessus de la fortune, & de l'ardeur de bien des particuliers.

C'est ce qui fit croire à M. Bianchini que rien ne seroit plus propre à multiplier le nombre des Observations, ou, ce qui est la même chose, à perfectionner l'Astronomie, qu'une Machine qui eût les qualités suivantes. 1°. Qu'elle soutint trés haut le Verre objectif, quoi-que legere. 2°. Qu'on pût facilement changer sa hauteur, selon la differente élevation des Planetes au dessus de l'Horizon. 3°. Qu'elle fut solide & ferme, sans qu'il fût necessaire d'emploïer des clous pour la fixer, ou d'enfoncer des poutres dans la terre. Des qualités précedentes il étoit aussi essentiel qu'il en résultat deux autres ; Sçavoir, que la Machine entiere pût être transportée aisément, & coutât peu.

Il chercha cette Machine, qui ne paroissoit pas aisée à trouver, & pria M. Chiarelli, Prêtre de Vizence, celebre en Italie pour les ouvrages d'Optique, de la chercher de concert avec luy. Gallilée, qui a tant fait pour les sciences, leur fut encore utile dans cette occasion. M. Bianchini, instruit de ce que ce celebre Auteur a démontré sur la force d'un Cylindre creux, ne douta point qu'il ne pût donner au Verre objectif un support élevé, solide & leger en même temps, en emploïant des Cylindres creux, c'est à dire, en faisant faire des Tuïaux de differents diametres qui s'emboëtassent les uns dans les autres comme ceux des Lunetes.

L'usage des Lunetes si familier à M. Bianchini, l'avoit encore conduit là. C'étoit déja avoir un support haut, leger, & dont on pouvoit aisément varier la hauteur ; deux des qualités essentielles à la Machine cherchée. Il ne restoit plus qu'à trouver une maniere solide & commode d'élever perpendiculairement à la surface de la terre ce haut support. C'est ce que M. Chiarelli a executé trés ingenieusement, & qui donne à la Machine tous les avantages souhaités. Comme on le verra par la Description que nous en allons donner.

Un Tuïau exagone * d'environ quatre pieds & demi de haut, y sert tantôt d'étui & tantôt de base ou de support à six autres tuïaux. La largeur de chacune des faces de ce gros Tuïau est d'à peu-prés deux pouces & demi ; il est composé de six petites planches collées ensemble, ou assemblées avec des pointes de clous. Il est de la perfection de la Machine que ces planches soient minces & d'un bois leger. * AB.

Le second Tuïau n'est different du premier que par sa grosseur * ; il doit entrer commodément dans l'autre, mais il n'y doit pas floter ; s'il a moins de diametre que celui qui le reçoit, il a un peu plus de longueur, afin qu'on l'en puisse retirer aisément ; ou pour le mieux encore, le bout superieur de chaque tuïau a un petit rebord, une espece de petit collet qui ne sçauroit entrer dans le tuïau qui lui sert d'étui ; dans le second Tuïau est renfermé un troisiéme tuïau * comme le second est renfermé dans le premier, & ainsi de suite. * BC. * CD.

Pour soutenir perpendiculairement à l'horizon le Tuïau qui sert tantôt de base & tantôt d'étui à tous les autres, on luy donne trois pieds *, qui comme trois arc-boutants, font un angle aigu avec l'horizon, & s'appuient contre trois des faces du Tuïau. La maniere dont les pieds le soutiennent est ingenieuse. Un petit Tuïau exagone *, qui n'a que quelques pouces de hauteur, comme une espece d'anneau, entoure quelque part le gros Tuïau entre son ouver- * HHH. * L.

ture & ſon milieu. Il peut deſcendre & monter librement; mais il eſt toûjours à peu-prés entre les limites que nous venons de luy donner. Pour nous exprimer commodément nous le nommerons un anneau.

A cet anneau ſont attachées avec des couplets trois tringles de bois *. Ces tringles ſont égales entre elles, & la longueur de chacune eſt la même que celle du gros Tuïau où elle la ſurpaſſe peu. Leur largeur eſt auſſi à peu-prés égale à celle d'une des faces du même Tuïau. Elles ſont attachées chacune vis-à-vis une face differente. Ces trois tringles ſont les trois pieds de la Machine; comme elles ſont tenuës par des couplets, ou ce qui revient au même, comme elles ſont aſſemblées à charniere, on imagine aſſés qu'en plaçant l'anneau auquel elles ſont jointes entre le milieu & le bout ſuperieur du gros Tuïau, & qu'en leur donnant de plus une inclinaiſon à peu-prés égale, qu'elles arc-boutent le gros Tuïau de trois côtés, & qu'elles le retiennent dans une poſition verticale.

*HHH.

Mais comme il y auroit eu à craindre que quelqu'un des pieds ne gliſât, on y a remedié en aſſemblant à charniere avec l'extrémité inferieure de chaque pied une petite tringle * de même largeur que le pied, & auſſi longue que les deux tiers ou environ du gros Tuïau. Cette tringle eſt aſſemblée de même par ſon autre extremité avec un anneau * ſemblable à celui auquel les pieds ſont attachés; il eſt inutile de dire que ce ſecond anneau entoure auſſi le gros Tuïau, qu'il peut monter & deſcendre librement, & qu'on le place proche de l'extremité inferieure du Tuïau, lorſqu'on veut élever la Machine perpendiculairement. Il eſt viſible que dans cette derniere diſpoſition les trois tringles inferieures empeſchent les trois pieds de s'écarter.

*K, K, K.

*L.

La maniere dont ces pieds & les tringles qui les retiennent ſont aſſemblés, fait encore voir que ſi l'on fait monter l'anneau ſuperieur & l'anneau inferieur le long du gros Tuïau, qu'on oblige en même temps les pieds & les tringles à ſe coucher ſur le Tuïau. La Machine entiere oc-

cupe alors un petit volume, comme il paroît dans la Fig. *MILNN*, & elle est si legere, qu'un homme la peut commodément porter sous un bras.

Lorsqu'on veut s'en servir, on commence par la coucher par terre, ou par la mettre dans une position fort inclinée. On fait alors sortir chaque tuïau dedans celui qui lui tient lieu de guaîne autant qu'on le juge necessaire, & on l'arreste dans l'endroit où on veut qu'il reste d'une maniere également simple & commode. A cet usage M. Bianchini a imaginé d'emploïer des coins de bois extrêmement minces. On ôte aisément ces coins, & on les remet avec la même facilité : l'avantage qu'on retire de-là est de pouvoir donner plus ou moins de hauteur à la Machine lorsqu'elle est dressée, selon que l'élevation de l'Astre le demande. Legere comme elle est, il n'y a pas beaucoup de difficulté à la mettre dans une position verticale, & pour la retenir dans cette position, on voit qu'il n'y a qu'à déplier les pieds.

Peut-être craindra-t'-on que sa legereté ne diminuë sa stabilité, & ce seroit une crainte fondée, si on ne pouvoit pas remedier commodément à cet inconvient. Dans tous les endroits où l'on trouve des pierres, on donne aisément à la Machine la stabilité necessaire ; on en met quelqu'une sur les tringles ou traver es qui retiennent les pieds. Ainsi on la charge avec des poids que l'on n'est point obligé de transporter.

Afin que le gros Tuïau qui sert de base à tous les autres, ne flote point dans les deux anneaux qui le soûtiennent, la perfection de cette Machine demande que l'on perce trois écrouës dans l'épaisseur de l'anneau superieur: mettant une vis dans chaque écroüe, il n'y aura qu'à serrer les vis pour assujettir le Tuïau.

Si l'on apprehende que la pointe des vis ne perce avec le temps le bois du Tuïau, on peut recouvrir ce Tuïau avec une bande de fer ou de cuivre trés mince dans l'endroit que l'anneau entoure lorsque la Machine est mon-

tée. En faisant une entaille peu profonde tout autour, on y logera la bande dont nous parlons, & elle ne debordera pas au-dessus du reste du Tuïau.

Il est à propos aussi de donner un rebord à l'extremité inferieure de ce gros Tuïau, ou d'y mettre quelques pointes de clous, pour empêcher l'anneau inferieur de sortir du Tuïau lorsqu'on transporte la Machine toute montée d'une place à une autre.

Nous ne nous arrêterons point à expliquer au long comment on place le Verre objectif au haut de cette Machine, on le peut faire de differentes manieres. Celle de M. Bianchini est commode. Cet objectif est logé à l'ordinaire dans un Tuïau cylindrique * qui n'a que sept à huit pouces de longueur; mais le même tuïau a une espece de queüe, longue d'un pied & plus *. Cette queüe n'est qu'une goutiere de bois; une espece de petit tenon * de bois assés mince est collé contre la surface exterieure du tuïau, vers le milieu de la longueur de ce tuïau, ce tenon est percé d'un trou; un autre tenon de bois semblable au précedent en est éloigné de sept à huit pouces, & est collé sous la queüe du tuïau *.

* O.

* P.

* Q.

* P.

Dans le dernier des tuïaux exagones de la Machine, on fait entrer une petite piece dans laquelle est creusée une entaille verticale; cette entaille reçoit le premier des deux tenons qui sont attachés au tuïau de l'objectif; on y retient ce tenon par le moïen d'une vis.

A la seconde des pieces qui est attachée au tuïau ou plûtôt à la queüe du tuïau de l'objectif, on arrête le bout d'une petite ficelle. Cette ficelle a du moins autant de longueur que les Verres ont de foyer; elle sert à marquer la distance où l'oculaire doit être placé.

Cet oculaire est dans un Tuïau * semblable à celui de l'objectif, je veux dire, qui a de même une espece de goutiere qui lui fait une queüe *; sous cette queüe on attache le second bout de la ficelle. *

* V.

* X.

* Y.

Pour soûtenir le Tuïau de l'oculaire M. Bianchini em-

ploïe

ploïe aussi un support * composé de tuïaux qui s'emboëtent les uns dans les autres. Il a fait faire ceux-ci quarrés ; il leur auroit pû donner une autre figure. Cela est fort arbitraire ; il ne paroît pas même de raison essentielle de donner aux tuïaux qui servent de support à l'objectif une figure exagone plustôt qu'une autre. * Z a.

Il a composé de trois tuïaux le support de l'objectif ; le dernier, c'est-à-dire l'inferieur *, est terminé par une entaille ; dans cette entaille on fait entrer une petite planche *, & on arrête cette planche dans l'entaille par le moïen d'une vis : l'épaisseur de cette planche sert de pied au support de l'objectif ; ce n'est pas là un pied bien solide, il l'est pourtant de reste, parce qu'on met ce support dans une position inclinée, de façon qu'il fait un angle obtus avec la partie de l'horizon qui est entre lui & le support de l'objectif. La ficelle dont un des bouts est attaché au tuïau de l'objectif & l'autre bout au tuïau de l'oculaire, retient le support de l'oculaire dans cette situation. * a. * b.

Au reste, il est aisé de voir quelle hauteur doivent avoir ensemble les tuïaux de ce dernier support : elle doit être telle qu'un homme debout ou assis puisse appliquer l'oeil prés du verre.

Tous les verres avec leurs tuïaux & le support de l'objectif peuvent être renfermés dans une boëte assés petite & assés legere ; de sorte que le même homme qui sous un bras porte le support de l'objectif, peut porter de l'autre bras la boëte qui contient le reste de l'atirail ; ainsi un Observateur qui n'a pas chés lui assés de terrain, ou un terrain propre pour observer, transporte quand il lui plaît à la campagne tout ce qui lui est necessaire ; il est en état de choisir pour observatoire les terrains les plus commodes ; il peut seul tout faire ; il est pourtant bon qu'il ait une personne avec lui qui abaisse ou éleve quelqu'uns des tuïaux du grand support, selon que l'Astre monte ou décend, quoi-qu'en cas de besoin il puisse tout faire lui seul.

Un grand vent ne seroit pas un temps favorable pour

observer avec cette Machine ; le vent y fait pourtant moins d'impression qu'on ne croiroit.

OBSERVATIONS

Sur des Matieres qui pénetrent & qui traversent les Métaux sans les fondre.

Par M. HOMBERG.

15. Nov. 1713.

QUOI-QUE la substance des métaux soit plus compacte & plus serrée qu'aucune autre que nous connoissons, & qu'elle soit si bien liée quand elle est pure & sans mêlange de matieres étrangeres, qu'elle supporte mieux que toute autre les efforts les plus violents, il se trouve cependant des matieres qui les traversent aussi facilement que si leur tissu étoit trés lâche & de nulle résistance. Il y a de ces matieres qui traversent les métaux sans qu'il paroisse des ouvertures sensibles pour leur donner un passage libre, & sans laisser aucune trace ou marque aprés y avoir passé, comme sont par exemple la matiere Aimantine, de laquelle nous pouvons juger avec beaucoup de vrai-semblance, qu'elle passe trés librement au travers de tous les corps qu'elle rencontre en son chemin, pour atteindre le Fer ou l'Acier qui se presente dans son tourbillon.

La vapeur de la fameuse Encre de simpathie paroit traverser aussi à une certaine distance, quelque corps que ce soit, & mesme des plaques de métal qui couvrent l'Ecriture invisible qui lui convient, pour la rendre visible, & pour la teindre en Lettres noires.

L'exhalaison sulphureuse d'une Pierre de Boulogne nouvellement calcinée, traverse tout ce qui est dans son voisinage, & elle teint en mesme temps superficiellement l'Argent en couleur d'Or, & le Laton en couleur d'Argent,

P. Simonneau filius delineavit et Sculp.

nonobstant qu'ils soient exactement enfermés dans des boëtes de Fer, ou de quelqu'autre métal que ce soit. Je mis un jour une Pierre de Boulogne nouvellement calcinée dans un tiroir où il y avoit une Montre à boëte d'Argent ; je cherchai environ huit ou dix jours aprés quelque chose dans ce tiroir, je trouvai la boëte de ma Montre dorée, & toutes les roües en dedans argentées, mais quinze jours aprés la boëte d'Argent étoit devenuë tout à fait noire, aussi-bien que les roües de la Montre, qui étoient si fort corrodées, qu'on n'a jamais pû les nétoïer, ni les faire reservir.

Il y a d'autres matieres qui se font elles-mêmes un passage forcé, ou un trou au travers d'un morceau de metal, quand elles le peuvent atteindre d'une certaine façon ; comme par exemple un morceau de soulfre commun mis sur une plaque de fer fort rouge y fait un trou & passe au travers ; un morceau de sublimé corrosif mis sur une plaque d'argent rouge, y fait un trou avec bruit & passe au travers ; & si l'Argent étoit trop épais, pour ne le pas pouvoir percer tout-à-fait, il le creuse jusqu'à deux ou trois lignes de profondeur en repoussant les parties deplacées de l'Argent au bord du trou qu'il a fait.

Enfin il y a d'autres matieres qui traversent la substance des métaux plus sensiblement que celles de la premiere espece que nous venons de rapporter, & moins violemment que celles de la derniere, c'est-à-dire, des matieres que l'on voit passer trés clairement au travers des pores du métal sans en déranger les parties, & qui ne font point de trou pour y passer. Nous examinerons avec un peu d'attention quelques-unes de cette derniere espece comme plus extraordinaires & moins connuës que les précedentes, ne sçachant personne qui en ait écrit ou qui les ait observées devant moi.

Le premier exemple sera un sel fondu qui passe au travers des pores du fer, comme l'eau passe au travers du Papier gris.

J'ai crû autrefois que le Borrax étoit une composition artificielle, par le témoignage de quelques Auteurs qui le croyoient apparamment ainsi, ce qui m'a fait faire plusieurs differentes opérations tentatives pour découvrir cette composition, mais le Borrax n'étant pas artificiel, mais un sel fossille naturel comme est le Vitriol ou l'Alun, mon travail n'a pas pû être heureux selon mon intention, il a été cependant l'occasion de quelques découvertes qui m'ont parû neuves, parmi lesquelles se trouve le sel dont il s'agit, & qui est peut-être le plus pénétrant & en même temps le moins corrosif de tous les sels lixiviels que nous connoissons : voici comment je l'ai fait.

Prenés une livre environ de Chaux vive, versés dessus deux pintes de Vinaigre, laissés-les ensemble en une douce digestion pendant deux fois vingt-quatre heures en les remüant de temps en temps, laissés rassoir, & versés-en la liqueur claire par inclination; puis prenés Soulfre commun une partie, Salpêtre raffiné deux parties & Sel décrepite trois parties, pilés le tout, & aprés les avoir mêlés exactement, vous mettrés au feu un creuset qui puisse contenir toute la matiere; le creuset étant rouge, vous la mettrés dedans cüeillerée à cüeillerée, jusqu'à ce que le tout y soit entré; la matiere s'enflammera foiblement & sans détonnation, elle se gonfle quand elle commence à se fondre, alors il la faut remüer avec une verge de fer, & continüer le feu jusqu'à ce que le tout soit fondu comme de l'eau; ce qui arrive bien tôt aprés que la flamme du Soulfre a fini : vous verserés pour lors vôtre matiere fonduë dans un bassin de Cuivre où elle durcit sur le champ; versés ensuite six parties de vôtre premier Vinaigre preparé sur une partie de cette matiere, chauffés-les un peu pour la fondre plus facilement, étant fonduë, filtrés & évaporés, puis laissés reffroidir, & versés encore autant de ce Vinaigre dessus & évaporés jusqu'à la pellicule : mettés cette liqueur à la cave, il se formera des cristaux, lesquels étant fondus à grand feu dans un creuset de Fer, passent en trés

peu de temps au travers de ce Fer sans le troüer, comme le plomb passe au travers d'une coupelle, & ils ne penetreront pas si vîte un creuset de terre dans le grand feu que le Salpêtre ordinaire.

Les matieres qui entrent dans cette composition sont la Chaux vive, le Vinaigre distilé, le Salpêtre, le Sel marin & le Soulfre commun, lesquelles considerées séparemment ne sçauroient faire un effet approchant, si ce n'est le Soulfre commun qui pénetre à la verité le Fer promptement, mais en le fondant & en le détruisant, comme nous l'avons remarqué dans le commencement de ce Memoire, au lieu que nôtre composition ne le met pas en fonte ni ne le détruit ; car le Fer aprés en avoir été penetré reste aussi maléable qu'il étoit auparavant, & il paroît couvert de moins de Machefer que si on l'avoit rougi au feu sans cette matiere.

Il y a toute apparence que l'action violente du Soulfre commun sur le Fer ne provient que de ce que tout l'acide du Soulfre y est joint à toute sa partie huileuse, car l'acide ayant été separé du composé du Soulfre commun, sa partie huileuse seule n'est plus ni inflammable ni le dissolvant d'aucun métal, comme je l'ai montré dans un Memoire imprimé en 1703. & l'acide du Soulfre seul & separé de son huile ne fait pas plus d'effet sur le Fer que l'esprit de Vitriol ou l'esprit d'Alun, c'est-à-dire, le dissout lentement & foiblement ; mais tant qu'ils sont joints ensemble, ils composent cette matiere inflammable qui pénetre aisément la substance du Fer, le dissout & le détruit dans le feu, en produisant dans toute la masse du Fer qu'elle peut atteindre, à peu-prés le même effet que la flamme de la forge produit sur sa superficie seulement ; sçavoir, le brûle en Machefer, aussi voyons-nous que le Fer calciné par le Soulfre commun est trés semblable au Machefer.

Mais comme la plupart de cette matiere grasse & inflammable du Soulfre a été évaporée dans l'opération qui a produit nôtre Sel ou nos cristaux, il n'y en est resté qu'-

une trés petite partie dont l'activité a été affoiblie considerablement ; & l'acide du Soulfre qui sans cette graisse est un foible dissolvant du Fer, ayant été dissipé en partie dans le feu & en partie absorbé par les parties alkalines du Salpêtre, du Sel commun & de la Chaux, n'est plus capable de le corroder ou de le dissoudre, au contraire la jonction de ces matieres alkalines avec ce reste du Soulfre commun a produit le composé de nos cristaux qui pénetre à la verité aisément le Fer, mais ce n'est qu'à passer au travers de ses pores sans les déranger ou en détruire la substance; & comme les parties du Fer dans le grand feu se dilatent & s'écartent les unes des autres, elles prêtent un passage fort libre à nôtre composition dans le grand feu, mais les parties du Fer se rejoignant étroitement & se raprochant lorsque le Fer se reffroidit, elles pressent & expriment cette matiere & la chassent sur la surface du Fer, sans en garder dans son interieur, ce qui fait que ce Fer est aussi maléable en sortant du feu aprés cette pénétration qu'il l'étoit devant, & même il ne périt pas sitôt par la roüille que s'il n'avoit pas touché à nôtre composition, ce qui pourra être de quelque usage quand on le sçaura bien emploïer.

Le second exemple que nous allons examiner, sera une matiere bitumineuse métallique, laquelle ayant été fonduë sur une lamme d'Argent de l'épaisseur environ d'une demi-ligne, passe au travers de cet Argent sans y faire de trou, & elle teint l'Argent de part en part en couleur de plomb, c'est-à-dire, qu'elle y sera aussi noire dans son interieur que sur ses surfaces, & les autres endroits de la lamme d'Argent qui n'auront pas touché à nôtre composition ne changeront point de couleur ni en dedans ni en dehors; les parties noires de cette Argent seront aussi maléables que les parties qui sont restées blanches ; de sorte qu'en les battant ensemble sur une enclume, elles s'étendront également sous le marteau sans se crever & sans se rompre : voici comment j'ai fait cette matiere bitumineuse métallique.

Dissolvés de l'Argent fin autant que vous voudrés dans de l'Eau forte à l'ordinaire, precipités-le ensuite en Chaux d'Argent par le Sel commun, lavés & édulcorés cette Chaux dans plusieurs eaux chaudes, jusqu'à ce que l'eau en sorte insipide, seichés-la pour lors au Soleil ou sur une trés petite chaleur & elle sera bien édulcorée, puis prenés de cette Chaux d'Argent une partie, du sublimé corrosif deux parties, & de l'Antimoine crû trois parties, mettés le tout bien en poudre, mêlés exactement, & distillés dans une cornuë de verre par degrés au feu de sable, il en sortira d'abord du beure d'Antimoine & ensuite du Mercure coulant : quand il ne sortira plus de Mercure vous pousserés le feu violemment pendant une heure, puis laissés refroidir vôtre cornuë, cassés-là, vous trouverés à l'entrée de son col un bourlet épais d'une matiere noirâtre que vous détacherés avec un coûteau ; c'est nôtre matiere bitumineuse métallique qui fond comme de la Cire à une chaleur moderée, qui est proprement un cinabre d'Argent & d'Antimoine.

Mais comme cette matiere ressemble en quelque façon au vrai cinabre d'Antimoine, il sera bon de voir ici en quoi ils different, afin de ne se pas méprendre quand on voudra faire nôtre experience. La premiere difference & la plus considerable que j'y trouve est que nôtre composition contient du métal, c'est-à-dire de l'Argent, & dans l'autre il n'y en a point, puisque la nôtre est une matiere compacte & dure qui a retenu fort peu de Soulfre brûlant de l'Antimoine, & l'autre est une matiere trés tendre qui contient beaucoup de Soulfre brûlant de l'Antimoine, qui se fond aisément au feu, qui brûle & qui corrompt les métaux & même l'Argent, comme fait le Soulfre commun ; aussi fait-il ordinairement un trou dans la piece d'Argent quand on en veut faire nôtre experience, & il rend l'Argent qu'il a touché dur & cassant, au lieu que nôtre composition en se fondant sur l'Argent s'imbibe dans ce métal, le pénetre de part en part sans y faire de trou & le teint en

vraie couleur de Plomb, l'argent restant doux sous le marteau comme il étoit auparavant, & même la goutte de cette matiere qui a passé au travers de la lamme d'Argent, est aussi douce sous le marteau que du vrai Plomb & se coupe de même; de sorte que l'on connoît aisément que nôtre matiere bitumineuse métallique & le cinabre d'Antimoine sont deux composés fort differents, dont l'un ne consiste qu'en Mercure & en beaucoup de Soulfre brûlant d'Antimoine, & l'autre en Mercure, en Argent & en fort peu de Soulfre brûlant d'Antimoine.

Il se trouve dans cette composition deux des plus puissants dissolvans que nous ayons; sçavoir, le Soulfre brûlant & le Mercure commun qui dissolvent chacun séparemment tous les métaux depuis l'Or jusqu'au Plomb, mais il le font en des manieres fort differentes, le Soulfre les dissout avec une violence extrême & toûjours dans le grand feu qui détruit même tous les moindres métaux; le Mercure pénetre & dissout avec douceur, mais trés lentement tous les métaux & n'en détruit aucun, mais la violence de l'un & la lenteur de l'autre ont été si bien corrigées dans l'opération qui a produit nôtre composition, qu'ils agissent paisiblement & de concert sur la lamme d'Argent qu'on leur expose, sans la déchirer ni la troüer, parce que dans cette opération ils ont été enlevés en vapeurs en même temps avec une partie de la Chaux d'Argent, & en se sublimant ensemble, le Soulfre & le Mercure ont pénetré cette Chaux, ont emploïé sur elle leurs plus grands efforts de dissolvans, & ils ont composé tous trois une matiere paisible qui n'agit plus comme un dissolvant violent, mais qui a simplement conservé une disposition de s'insinüer dans les pores de l'Argent & de les traverser sans les corrompre. Mais ce qu'il y a ici de fort extraordinaire, c'est que cette matiere qui est friable & trés cassante avant que d'avoir traversé la lamme d'Argent est souple, ductile & maléable aprés y avoir passé, comme est l'Argent même.

Pour rendre raison de ce changement subit, je dirois qu'il

qu'il y a toute apparence que dans la sublimation de nôtre matiere, une trop grande quantité de la terre du Soulfre brûlant de l'Antimoine a été poussée en même temps avec les autres parties de nôtre composé vers la voute de la cornuë & s'y est sublimée avec elles; cette matiere terreuse s'est insinuée de toute part parmi le Mercure & l'Argent & les a empêché de se toucher immediatement, pendant que la partie pure bitumineuse du Soulfre les a liées ensemble; tant que cette terre y est restée mêlée, le composé a été cassant & friable, mais en passant par les pores de la lamme d'Argent, cette terre trop grossiere n'y a pas pû passer avec les autres parties, & elle est restée, pour ainsi dire, sur l'Argent qui lui sert de filtre; les autres parties qui ont passé au travers de la lamme d'Argent étant débarassées de cette terre inutile, se sont arrangées autrement & sont devenuës un corps souple, ressemblant parfaitement à du métal, tant pour la couleur que pour la ductilité.

HISTOIRE

D'UN ASSOUPISSEMENT EXTRAORDINAIRE.

Par M. IMBERT.

LE Sommeil est l'état de l'homme le plus triste & le plus humiliant; en santé il a des bornes que la Nature a l'art de prolonger souvent par habitude ou par temperamment. Parmi les Animaux le Loire & la Marmotte dorment six mois de l'année sans s'éveiller. Un dormeur de cette espece est un exemple rare & dont l'histoire m'a parû digne de la recherche d'un Philosophe curieux observateur.

Un homme âgé de quarante-cinq ans environ, d'un temperammment sec & robuste, nommé Tally, Domestique des

Coches de Roüen, Garçon Charpentier de son métier, tomba dans la maladie dont il s'agit par l'accident que je vais décrire. Il eut querelle avec un Charpentier pour qui il avoit travaillé ; on les sépara comme ils étoient prêts de se battre ; chacun s'en alla de son côté. Peu de temps aprés nôtre malade apprit que son ennemi étoit tombé d'un bâtiment & s'étoit tué ; cette funeste nouvelle le saisit, il se prosterna le visage contre terre ; son esprit & ses sens s'assoupirent insensiblement. Le 26. Avril de l'année 1715. il fut transporté à la Charité où il est demeuré jusqu'au 27. Août de la même année, c'est-à-dire l'espace de quatre mois entiers. Les deux premiers mois il ne donna aucune marque de mouvement ni de sentiment volontaire ; ses yeux jour & nuit furent fermés; souvent il remüoit ses paupieres ; sa respiration toûjours libre, aisée, son poux petit, lent, mais égal ; mettoit-on ses bras dans une situation ils y demeuroient : (accident d'une maladie que l'on nomme Catalepsie) il n'en étoit pas de même du reste de son corps; pour le soûtenir on lui faisoit avaler quelques cueillerées de vin pur ; ce fut pendant ce temps sa seule nourriture ; aussi devint-il maigre, sec & decharné ; état bien different de celui dans lequel il étoit auparavant. M. Burette entre les mains de qui il tomba d'abord mit en usage les secours les plus puissants de l'art ; saignées du bras, du pied, de la gorge, émetique, purgatifs, vesicatoires, sansuës, volatiles, cela sans lui pouvoir procurer d'autre soulagement que celui de parler un jour entier d'assés bon sens à sa famille & aux Religieux, ensuite de quoi il retomba dans son assoupissement. Les deux derniers mois de son séjour à la Charité, il donna par intervalles quelques marques de sentiment, tantôt serrant les mains de sa femme, tantôt se plaignant douloureusement. (cela arrivoit quand on avoit été plusieurs jours sans le purger) Dés ce temps il commença à ne plus gâter sous lui, ayant attention de s'avancer sur le bord du lit où étoit une toile cirée mise exprés, & de ne rien rendre qu'il ne se sentit dans cet endroit, pour lors il

se soulageoit de ses besoins & se remettoit à sa place ; il commença aussi à se nourrir de boüillons, de potage, de viande, conservant toûjours ses premieres inclinations, c'est-à-dire, un grand goût pour le vin. Jamais il ne découvroit par aucuns signes ses besoins. Aux heures marquées de ses repas on lui passoit le doigt sur les levres ; à ce signal il ouvroit la bouche sans ouvrir les yeux & avaloit ce qu'on lui faisoit prendre ; il se remettoit ensuite, attendant patiamment un second avertissement. Regulierement on le rasoit, il étoit pendant ce temps comme un mort appuyé sans remuer. Le levoit-on l'aprésdiner, on le trouvoit dans sa chaise les yeux fermés situé de la même maniere qu'on l'avoit mis. Huit jours avant de sortir de la Charité on s'avisa de le jetter tout nud dans un bassin d'eau froide pour le surprendre ; ce remede le surprit effectivement, il ouvrit les yeux, regarda fixement, ne parla point : dans cet état sa femme le fit transporter chés elle, où il est presentement : on ne lui a fait aucun remede, il parle d'assés bon sens, il se remet tous les jours.

C'est ici l'écüeil d'un Philosophe raisonneur ; toûjours impatient de se rendre maître de la Nature dans ses desseins les plus cachés, il voit, il admire, il cherche & ne découvre point. J'ose cependant proposer à la Compagnie comme conjectures, quelques reflexions que j'ai fait sur une histoire aussi singuliere. Pour les representer avec ordre, j'examine premierement comment un chagrin peut produire un sommeil de cette espece. J'explique en second lieu les differents changemens qui lui sont arrivés. Je recherche enfin les exemples qui peuvent y avoir rapport. Dans la premiere proposition deux choses à considerer ; d'où dépend le sommeil, la maniere dont agit le chagrin. Plusieurs causes produisent le sommeil en general ; du côté du cerveau, obstruction dans les glandes, compression ou relâchement ; de-là pour l'ordinaire les apoplexies, les sommeils lethargiques ; du côté du sang apauvrissements d'esprits ; de-là la necessité indispensable à l'homme de dormir

pour les reparer ; esprits trop embarrassés par les parties grossieres : de-là la disposition toûjours prochaine aux maladies d'assoupissement. Tel étoit l'état de nôtre malade avant d'y tomber ; Charpentier de profession, ivrogne d'inclinaton, qualités qui fournissent communément un sang épais, dont les principes actifs se développent difficilement ; la raison le prouve, l'experience le confirme tous les jours. Cela posé, reste à examiner la maniere dont agit le chagrin. Le chagrin est une maladie de l'ame des plus affreuses & des plus funestes ; la fureur, le desespoir, la vengeance, la crainte, la mélancholie sont ses effets ordinaires. Quels desordres ne produisent pas sur la machine des passions de cette nature ! Les unes précipitent sans ordre le mouvements des esprits ; d'où prennent origine les égarremens furieux, un nombre infini de maladies aiguës, les autres en ralentissent le cours ; d'où naissent les affections hippocondriaques, la plûspart des maladies chroniques. Le chagrin du Dormeur en question est de la derniere espece ; à la nouvelle de son ennemi tué saisi de frayeur il ne s'occupe que d'idées tristes ; la crainte & la tristesse retiennent ses esprits dans le cerveau, son sang naturellement grossier, dépourvû, pour ainsi dire, du premier mobile, s'épaisit de plus en plus, ses parties se raprochent, se lient les unes aux autres, enchaînent les esprits ; il ne faut plus des heures de repos, il faut des mois entiers pour en separer quantité necessaire à la veille. Je ne crains point de le comparer ici à la Marmotte ; endormi de la sorte il est sa veritable image, cet animal pesant par sa constitution naturelle, engourdi, regorge de graisse dans le temps qu'il s'endort ; les six mois de son sommeil il ne prend point de nourriture, les esprits par les seuls mouvemens de la circulation du sang & de la respiration qu'il conserve se dégagent insensiblement ; au bout de ce temps il se reveille sans aucun secours ; les six mois qu'il veille il mange raisonnablement, dissipe peu, son sang devient de la même espece, il se rendort. Peut-être par les mêmes principes &

le même raisonnement, peut-être pourroit-on expliquer d'une maniere vrai-semblable les changements qui sont arrivés à nôtre malade pendant son assoupissement; les deux premiers mois son sommeil a été profond; son sang avoit acquis en apparence la qualité du sang de la Marmotte; les deux autres mois sans ouvrir les yeux ni parler, il ne laissoit pas de donner par intervalles quelques marques de sentiment. Par la diette exacte qu'il observa, les esprits se dégagerent, il s'en sépara une plus grande quantité; à la Marmotte il faut six mois, la Nature en a ainsi ordonné en la formant; ici c'est un accident il peut se réparer en moins de temps, nous en avons la preuve: nôtre malade se rétablit tous les jours; il reste à rechercher les exemples qui peuvent y avoir rapport. Les Auteurs tant anciens que modernes n'en fournissent aucuns. M. Homberg lût en l'année 1707. à la Compagnie, l'Extrait d'une Lettre Hollandoise imprimée à Gaude, contenant l'Histoire d'une Lethargie extraordinaire; elle merite d'entrer ici en parallele; le chagrin y donna lieu, l'assoupissement fut precedé d'une affection mélancholique de trois mois. Pour la longueur du sommeil le Dormeur de Hollande l'emporte sur celui de Paris, il dormit six mois de suite sans interruption, ne donna pendant ce temps aucunes marques de mouvement volontaire ni de sentiment, au bout de six mois il se reveilla, s'entretint avec tout le monde, vingt-quatre heures aprés il se rendormit, peut-être dort-il encore; nous n'avons pas la suite de cette histoire. Le Charpentier en question de quatre mois de maladie n'en a que deux de vrai sommeil; mais l'accident cataleptique, les marques de l'homme endormi qu'il a conservé, celles qu'il a donné de l'homme éveillé, l'effet qui a suivi le bain d'eau froide sont autant de particularités rares qui rendent le fait digne de l'attention des Physiciens & des Medecins les plus éclairés; mon dessein étoit d'entrer dans l'explication de tous ces accidents particuliers, la crainte d'ennuïer me l'a fait remettre à une autre dissertation.

OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune qui est arrivée le 2. Decembre au matin de cette année 1713. à l'Observatoire.

Par M^rs. DE LA HIRE.

6. Decem. 1713.

CETTE Eclipse a pû être trés bien observée, car le Ciel étoit serein, & comme il y avoit déja quelques jours que le vent de Nord-Est soufloit, l'air pouvoit être fort pur pour faire l'ombre de la Terre aussi bien terminée qu'elle le puisse être comme elle paroissoit en effet; & cette ombre étoit si forte, que le limbe de la Lune n'y paroissoit point; ce qui confirme la pureté de l'air sur la surface de la Terre à l'endroit qui envoïoit son ombre sur la Lune. Nous y avons apporté tous nos soins, & outre les Phases observées nous avons encore l'Immersion & l'Emersion de plusieurs taches sur lesquelles l'ombre a passé.

Toutes les Observations des Phases de cette Eclipse ont été faites avec le Micrometre appliqué à une Lunette de 7. pieds de foyer, & l'on a observé le diametre de la partie qui restoit éclairée du disque de la Lune, & par consequent ce diametre étant ôté du diametre entier de la Lune, il reste le diametre de la partie éclipsée que l'on a trouvée d'abord en minutes & secondes de degré comme elles sont marquées par le Micrometre. Nous avons trouvé le diametre de la Lune vers la fin de l'Eclipse de 31' 14", & nous l'avons posé de 31' 20" vers le milieu de l'Eclipse où la Lune étoit plus haute que vers la fin, & par consequent plus proche du lieu de la surface de la Terre où nous observions.

On doit ici remarquer que cette observation du diametre de la Lune vers la fin de l'Eclipse étoit plus juste que

celle que nous avions faites vers le commencement, car vers la fin le Ciel étoit un peu broüillé & couvert de nuages legers qui ôtoient le grand éclat de la lumiere de la Lune comme elle paroissoit au commencement ; ce qui fait qu'on juge les corps fort éclairés sur un fond noir, un peu plus grands qu'ils ne sont en effet, quoiqu'on se serve d'une Lunette.

Enfin nous avons converti les minutes & secondes de degré qui ont été observées en doigts & minutes de doigt éclipsés comme on les rapporte ici.

On doit encore remarquer que lorsque l'ombre de la Terre se rencontre sur un endroit du disque de la Lune où il y a beaucoup de taches obscures, on ne voit pas si distinctement le terme de l'ombre que lorsqu'elle passe sur les parties éclairées du disque.

Temps.			Phases.			
			Minutes & Secondes de degré.		Doigts & Min.	
H.	M.	S.	M.	S.	D.	M.
à 2	25	15	Commencement de l'Eclipse.			
2	29	10	0	44	0	17
2	34	25	3	17	1	16
2	42	55	5	50	2	15
2	47	15	7	6	2	44
2	50	35	8	23	3	14
3	4	15	10	56	4	12
3	13	10	12	2	4	38
au milieu de l'Eclplise.			12	50	4	56
3	47	20	12	2	4	38
4	2	50	10	56	4	12
4	10	35	9	39	3	43
4	16	45	8	23	3	14
4	23	5	7	6	2	44
4	28	30	5	50	2	15

Temps.			Phases.			
H.	M.	S.	M.	S.	D.	M.
4	33	15	4	34	1	49
4	39	5	3	17	1	16
4	43	25	2	1	0	49
4	46	35	0	44	0	17
4	49	20	Fin de l'Eclipse.			

Par la comparaison des Observations du commencement & de la fin de l'Eclipse & des correspondantes qui n'en sont pas beaucoup éloignées, on détermine le milieu à

3h 37′ 17″
3. 37 52
3 35. 43

Et prenant un moïen, on peut estimer ce milieu à

3h 36′ 40″

Passage de l'Ombre par les Taches de la Lune.

A 2h	37′	5″	Commencement de *Mare Humorum*.
2	37	35	Commencement de *Tycho*.
2	53	35	Fin de *Mare Humorum*.
3	24	25	*Cyrillus*.
3	34	5	Commencement de *Langrenus*.
3	41	21	Fin de *Langrenus*.
3	52	15	Emersion de *Mare Humorum*.
3	54	35	Fin de *Schickardus*.
4	0	5	Milieu de *Capuanus*.
4	10	51	Commencement de *Mare Nectaris*.
4	15	25	Milieu de *Tycho*.
4	16	55	*Theophilus*.
4	24	5	Milieu de *Langrenus*.
4	27	5	Fin de *Mare Nectaris*.
4	40	15	*Snelius*.
4	49	21	Fin de l'Eclipse.

OBSERVATION

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du 2. Decembre 1713. faite à l'Observatoire Royal.

Par Mrs. MARALDI & CASSINI.

IL y a eu cette année 1713. deux Eclipses de Lune partiales dont la premiere est arrivée le 8. Juin, la Lune étant prés de son neud ascendant, & la seconde a été observée le 2. Decembre, la Lune étant prés de son neud descendant. Dans la premiere la latitude de la Lune étoit Meridionale & son disque a été Eclipsé dans sa partie Septemtrionale ; & dans la seconde la latitude de la Lune étoit Septemtrionale & son disque a été Eclipsé dans sa partie Meridionale. 6. Decem. 1713.

Nous n'avons pas pû observer ici à Paris l'Eclipse du 8. Juin, qui suivant nos Tables devoit être de quatre doigts & cinq minutes, & dont la fin devoit arriver de jour à 7^h $40'$ $36''$ du soir, un peu auparavant le coucher du Soleil; mais elle a été observée à Bologne par M. Manfredi, qui en a determiné la fin à 8^h $16'$, & c'est la seule Observation que nous en aïons reçeüë.

Le temps a été assés favorable pour l'Observation de l'Eclipse derniere. Nous prîmes dés le soir précedent le passage de la Lune & de ses Taches par les fils de la Machine parallactique pour déterminer leur situation dans le disque apparent qui est sujet à quelque variation à cause de la libration de la Lune.

L'Observation de l'Eclipse a été faite en deux endroits differents de l'Observatoire avec deux Lunetes de 8. pieds, dont l'une avoit un Micrometre à son foyer, & l'autre des Reticules placés à égale distance l'un de l'autre, & on determinoit en même temps l'entrée des Taches dans l'Ombre

& leur sortie de la maniere qu'on va le rapporter.

Observation faite avec les Reticules.

A 1h	57′		On commençoit déja à voir la Penombre.
2h	25′	53″	Commencement de l'Eclipse.
	30	19	La Lune étoit Eclipsée d'un doigt.
	34	48	Un doigt & demi.
	36	58	L'Ombre au bord de Tycho.
	38	38	L'Ombre au milieu de Tycho & au bord de *Mare Humorum*.
	40	8	Tycho est entierement dans l'Ombre.
	40	50	Deux doigts.
	49	38	L'Ombre au bord de Gassendus.
	51	8	L'Ombre au bord de Bulialdus.
	51	43	Trois Doigts.
3	1	58	L'Ombre éloignée de Grimaldus de deux de ses diametres, où elle reste pendant plusieurs minutes.
	3	0	Quatre Doigts.
	5	45	L'Ombre au bord de Snellius & Furnerius.
	8	28	Snellius & Furnerius entierement dans l'Ombre.
	9	0	Quatre Doigts & demi.
	10	28	L'Ombre au bord de Fracastorius.
	12	38	Fracastorius entierement dans l'Ombre.
	17	8	L'Ombre au bord de Petavius.
	19	18	L'Ombre au milieu de Petavius.
	22	43	Cinq Doigts.
	33	28	Gassendus est sorti entierement de l'Ombre.
	34	8	L'Ombre au bord de Langrenus.
	39	8	La Lune est Eclipsée de 5. doigts & 9. minutes, qui est la plus grande Eclipse.
	41	8	Langrenus entierement dans l'Ombre.
	49	8	Bulialdus est entierement sorti de l'Ombre.

	50	48	*Mare Humorum* est entierement hors de l'Ombre.
	51	19	Cinq Doigts.
	58	10	Capuanus est sorti de l'Ombre.
	59	4	Quatre Doigts & demi.
4	5	40	Pitatus est entierement sorti de l'Ombre.
	7	15	Quatre Doigts.
	13	30	Trois Doigts & demi.
	14	40	Tycho commence à sortir de l'Ombre.
	17	10	Tycho est entierement sorti.
	20	25	Trois Doigts.
	24	30	Langrenus est entierement sorti de l'Ombre.
	30	40	Deux Doigts.
	39	16	Petavius est entierement sorti de l'Ombre.
	40	50	Un Doigt.
4	48	16	Fin de l'Eclipse.

Suivant ces Observations, le milieu de l'Eclipse est arrivé à $3^h\ 36'\ 35''$.

Sa durée a été de $2^h\ 21'\ 24''$, & sa grandeur de 5. doigts 9. minutes.

On a remarqué pendant la durée de l'Eclipse que le Ciel étant également serein, l'Ombre paroissoit quelquefois mieux terminée dans des temps que dans d'autres.



RAPPORT DES SONS DES CORDES d'Instruments de Musique, aux Fleches des cordes; Et nouvelle détermination des Sons fixes.

Par M. SAUVEUR.

I. *Remarques generales sur les cordes sonores.*

APRÉS avoir établi les premiers fondements de l'Acoustique dans l'Histoire de l'Academie de 1700. & dans les Memoires de 1701. 1702. 1707. & 1711. j'ai pris le parti d'examiner en particulier chaque corps sonore, en commençant par les cordes d'Instruments comme les plus simples. J'ai découvert des proprietés singulieres, utiles non-seulement aux méchaniques, mais encore à la Physique.

1. Pour entrer dans les proprietés des cordes sonores, FIGURE I. & FIGURE XIII. il faut supposer la corde *AB* tenduë horizontalement par un poids *P* aprés avoir passé par-dessus une poulie *G*. Cette corde formera par sa pesanteur une courbe *ADB* convexe du côté du centre de la Terre. Si on imagine une ligne droite *ACB* coupée également en *C* & la verticale *CD* entre ces deux lignes; nous l'appellerons la Fleche de cette corde *ADB*. On peut regarder *CD* comme l'axe de la courbe *DB*, & *CB* comme son appliquée, ou bien si cet arc étoit celui d'un cercle, *CB* sera le sinus de *BD* & *CD* son sinus verse.

2. L'experience montre que cette corde *ADB* rend sensiblement le même son étant tenduë par un même poids *P* entre deux chevalets *A*, *B*, qui gardent la même distance, soit que l'Instrument sur lequel est tenduë cette corde FIGURE XII. soit posé horizontalement ou incliné à l'horizon, ou enfin FIGURE XIII. qu'il soit posé verticalement.

3. La seule difference des sons que cette corde rend

lorsqu'elle est horizontale, avec ceux qu'elle rend étant verticale, vient du frotement de la poulie qu'on est obligé de mettre dans la premiere situation. Cette difference est petite, comme nous expliquerons ci-aprés. (art. 12.) FIGURE XIII.

4. Pour mesurer la longueur de cette corde, nous nous servirons des pouces astronomiques dont les 36. font la longueur du pendule simple à secondes, & cette longueur est de 36. pouces $8\frac{1}{2}$ lignes du pied de Paris reformé, ensorte que leur rapport est de 52. à 51. & 40. pouces astronomiques font 40. pouces $9\frac{1}{2}$ lignes de Paris; à l'égard de l'ancien pied de Paris la longueur du pendule est de 36. pouces $6\frac{1}{2}$ lignes, ensorte que leur rapport est de 68. à 67.

5. Nous diviserons le pouce astronomique en 100. parties; ce n'est pas que la Fleche *CD* se trouvera dans la suite être 1. partie du pouce astronomique divisé en plus de 1000000. parties; le calcul donnera cette précision, l'oreille la sent, elle est 10000. fois hors de la portée de la vûë, & l'imagination s'y perd.

6. Il est indifferent de quel poids l'on se serve pour peser une longueur déterminée de corde que nous supposerons toûjours de 40. pouces, pourveû qu'on sçache le rapport de son poids avec celui qui tend cette corde: Nous nous servirons de la livre du poids de Marc qui contient 9216. ou $2^{10}. \times 3^{2}.$ grains, nous marquerons en grains le poids de 40. pouces de corde, & nous réduirons le poids qui tend cette corde aussi en grains. *Voyés* l'art. 61.

7. Je prefere la connoissance du poids d'une longueur déterminée d'une corde à celle de son diametre; Parce que 1°. Le diametre de la plus grosse corde de métail d'un Instrument de Musique n'est tout au plus que de $\frac{1}{2}$ de ligne; ainsi il est trés difficile, pour ne pas dire impossible, de connoître les rapports des cordes par leurs diametres. 2°. Il est au contraire plus juste & plus commode de connoître le poids de 40. pouces d'une corde, ou si l'on veut de huit fois cette longueur; puisque les plus grosses cordes de

cette derniere longueur pesent plus de 1000. grains, & les plus petites environ 40. grains. 3°. L'on peut connoître les rapports des diametres des cordes de même matiere par leur poids, puisque les diametres sont comme les racines des poids, & les poids comme les cubes des diametres. 4°. Il est necessaire de connoître le rapport du poids qui tend une corde à celui de la corde, & non pas à son diametre.

8. En tendant une corde, que je suppose toûjours de métail, il ne faut pas appliquer un poids trop grand qui la casseroit, l'experience montre qu'une corde d'acier casse étant tendüe par un poids qui est environ 12000. fois plus grand que le poids de 40. pouces de cette corde, celle de cuivre jaune par un poids 9000. fois plus grand, & celle de cuivre rouge par un qui l'est 5000. fois, c'est pourquoi appellant c le nombre des grains que pese une corde de 40. pouces, le poids ne doit pas passer $\frac{4c}{3}$ livres de poids de marc pour bander la corde d'acier, ni (c) livres pour le cuivre jaune, ni $\frac{6c}{11}$ pour le cuivre rouge.

9. Dans les experiences il est inutile d'aller à des précisions plus grandes que celles qui nous sont marquées par les sens; ainsi on peut se contenter dans ces experiences de marquer les sons par des eptamerides, parce que l'erreur d'une demie éptameride est insensible; cette erreur fait une difference de 1. sur 870. pour les longueurs des cordes, ou de 1. sur 435. pour les poids. (art. 26.)

10. Dans les Calculs on peut regler un intervalle d'un son par décamerides, puisque une décameride qui est $\frac{1}{54}$ d'un Comma est absolument insensible, l'erreur d'une demie décameride est de 1. sur 8700. pour la longueur des cordes, & de 1. sur 4350. pour les poids.

11. Il est vrai que si l'on multiplie une erreur, elle peut devenir sensible; mais comme l'étenduë des sons sensibles ne passe pas environ douze octaves, & que les experiences se font sur les sons qui sont vers la quatriéme octave, à commencer par la plus grave, il s'ensuit que la plus aigüe n'est éloignée au plus que d'environ huit octa-

ves dont les vibrations sont multipliées par $2^8 = 256$. de sorte que l'erreur de 1. sur $4350 \times 256 = 1113600$. ne peut point devenir sensible par aucune multiplication dans l'Acoustique; & pour nous servir de nombres ronds, nous dirons qu'une erreur de 1. sur 2000000. ne peut point devenir sensible dans la longueur des cordes, ni de 1. sur 1000000. dans les poids.

12. Pour trouver l'erreur que peut causer dans le son le frotement de la poulie marqué dans l'art. 3. j'ai remarqué qu'il falloit une puissance qui fut moins du quart d'un poids pour le faire glisser sur un plan horizontal, les surfaces étant d'acier & de cuivre poli; supposant donc que le diametre de l'essieu d'une poulie soit 1. & le diametre de la poulie soit d la puissance doit être $\frac{1}{4d}$ du poids qui la presse, comme la poulie est tirée horizontalement selon la direction GR, & verticalement selon GT. Tirant par le centre C de l'Essieu la ligne GS & les autres ST, SR, paralleles aux deux directions GR, GT, le poids P (p) sera au pressement de la corde contre la poulie comme TG à GS, ou comme 5. à 7. ainsi la resistance par le frotement sera $\frac{7p}{5} \times \frac{1}{4d} = \frac{7p}{20d}$ qui est à p comme 7. est à 20. d, ce qui fait dans le son une erreur de 7. sur 40. d. Comme le diametre de la poulie dont je me sers est 57. fois celui de son essieu, supposant $d = 57$. l'erreur causée par le frotement sera de 7. sur 2280. ou de 1. sur 326. & l'erreur dans le son sera de 1. sur 652. comme nous montrerons dans l'article 26. cet erreur est moindre que les $\frac{2}{3}$ d'une éptameride. FIG. II.

III. *Que les sons des cordes d'Instruments sont en raison reciproque de leurs Fleches.*

13. Supposons les mêmes choses que dans l'article 1. & qu'ensuite l'on tire les tangentes AE, EB (t) à l'arc ADB (n) & les paralleles AF, BF aux deux tangentes, que l'on continuë la Fleche CD (f) jusqu'au tangentes & à ses paralleles, nous aurons la soutangente CE (x) & la petite diagonale FIG. III.

EF, $(2x)$ l'appliquée *CB* (y) soit pris une longueur (a) de cette corde, dont le poids soit appellé c; par conséquent le poids de la corde *ADB* (n) sera $\frac{cn}{a}$.

14. Par les Regles de méchanique, le poids $\frac{cn}{a}$ de la corde *ADB* (n) est au poids *P* (p) qui tend cette corde comme la petite diagonale *EF* $(2x)$ est à la tangente *EB* (t) donc $cnt = 2apx$.

FIG. IV. 15. Si l'on veut connoître la nature de la Courbe *ADB* par l'extremité *D* de la Fleche, tirés l'horizontale *HDF* qui coupe la tangente *BE* en *F*, tirés la verticale *FG*, & *DG* parallele à *EB*. Les méchaniques nous apprennent que le centre de gravité de la corde *DB* est dans la verticule *FG*. Supposons ensuite la verticale *DK* égale à l'arc *DB*, $(\frac{1}{2}n)$ tirés *KH* parallele à *EB* ou à *DG*, soit $DH = q$.

Supposons une puissance qui tire horizontalement la corde selon la ligne *DH*; par l'article précedent la puissance qui tire par *DH* est au poids de la corde *DB* ou $DK :: DF . FG :: BC\,(y) . CE\,(x) :: HD\,(q) . DK\,(\frac{1}{2}n)$ donc $qx = \frac{1}{2}ny$, c'est-à-dire, que le produit de l'appliquée *CB* & de l'arc *DB* est égal au produit du demi-parametre q & de la soutangente x. Il suit 2°. que si l'arc $\frac{1}{2}n$ est infiniment petit, il devient égal à l'appliquée y, alors $qx = \frac{1}{2}yy$ & cet arc dégenere en celui d'une parabole $2qx = yy$ ou d'un cercle $2qx - xx = yy$, car $-xx$ est un infiniment petit du quatriéme degré.

16. D'ou il suit que si *DB* ou *DK* $(\frac{1}{2}n)$ marque la longueur & le poids de la corde, *DH* (q) marquera la longueur & le poids de la puissance qui sera constante, & *HK* marquera la longueur & le poids p d'une corde dont le poids sera égal au poids *P* qui tend la corde *DB*.

FIG. III. 17. Remarqués 1°. que dans toutes les Experiences que j'ai faites lorsque la corde *ADB* sonne le *sub-bis PA*, c'est-à-dire le *C-Sol-Ut* du bas du Clavecin ou le son d'un tuïau d'Orgue de 8. pieds ouvert, le rapport de *CE* à *CB* est

est moindre que le rapport de $\frac{1}{160}$ pouce à 25. pouces ou de 1. à 4000. & si du centre *B* & de l'intervalle *BC* l'on décrit l'arc *CI*, la partie *EI* sera moindre que $\frac{1}{8000}$ de *CB* qui est de 4000. parties; par consequent le rapport de la difference *EI* $(t-y)$ de *BE* (t) à *CB* (y) est moindre que de 1. à 32000000. ce qui est absolument insensible par l'art. 11. & à plus forte raison la difference de l'arc *DB* à *CB* ou $n-y$ est absolument insensible.

18. D'où il suit que l'on peut prendre les trois lignes *CB* (y) *DB* $(\frac{1}{2}n)$ & *EB* (t) l'une pour l'autre, & réduire l'égalité de l'article 14. $cnt = 2apx$ à celle-ci $\frac{1}{2}cnn = 2apx$ ou $cnn = 4apx$.

19. Remarqués 2°. que le centre de gravité de la demie corde *DB* est dans la verticale *FG*. (art. 15.) FIG. IV. V.

20. Si l'on prend *CM* moitié de *CB*, la partie *MG* sera plus petite que le quart de *EI*. FIG. V. VI.

Car partageant *CM* & *MB* en parties égales, mais infiniment petites, & tirant des verticales par ces divisions qui couperont l'arc *DB* en parties inégales dans les points *O*, *Q*, *V*, *S* qui seront plus grandes à proportion qu'elles approchent de *B*; la premiere *DO* sera égale à *CL*, & la derniere *BS* sera partie de la tangente *BE*, ce qui est évident; divisés également *EI* en *K*. FIG. VI.

21. Si l'on regarde *CB* comme un Levier dont *M* est le milieu, pour avoir le centre de gravité *N* des arcs *DO*, *BS*, il faut faire cette analogie $DO + BS . DO :: CB . BN$; mais $DO = CL = \frac{CB}{\infty}$, & $BS = \frac{BE}{\infty}$; il s'ensuit que $CB + BE . CB :: CB . BN$; prenant la moitié des antecedens $BK . BI :: BM . BN$ en divisant $BK . IK :: BM . MN$. Mais *BM* est moindre que la moitié de *BK*; donc *MN* est moindre que $\frac{1}{2}IK$ ou que $\frac{1}{4}EI$; & par consequent *MN* est moindre que $\frac{1}{64000000}$ de *BK*; & à plus forte raison de *BC*.

22. Puisque l'arc *OQ* est plus grand que *DO*, & *VS* plus petit que *SB*, ils approchent davantage de l'égalité; donc leur centre de gravité approche davantage de *M* que

N; en prenant de même deux à deux les arcs également éloignés de la verticale qui passe par M, on trouvera que leurs centres de gravités approchent de plus en plus de M.

23. D'où il suit que le centre commun de gravité G de toutes ces parties ou de tout l'arc DB est entre N & M, & par consequent MG est beaucoup plus petit que MN ou que $\frac{1}{64000000}$ de MB; donc par l'art. 11. on peut à plus forte raison négliger cette difference.

24. A cause des paralleles, $BG . BC :: BF . BE :: CD . CE$. Mais BG est sensiblement moitié de BC; donc CD l'est aussi de CE, & la difference est beaucoup moindre que $\frac{1}{64000000}$ de CE; d'où il suit que $2CD\ (2f) = CE\ (x)$ & l'égalité de l'art. 18. $cnn = 4apx$ se change en celle-ci $cnn = 8apf$; donc $f = \frac{cnn}{8ap}$ & $\sqrt{\frac{1}{f}} = \frac{\sqrt{8ap}}{n\sqrt{c}}$ d'où nous tirerons ces trois consequences:

25. 1°. L'experience nous montre que les sons (S) d'une corde tenduë par un mesme poids sont en raison reciproque de ses longueurs, (n) c'est-à-dire, $S = \frac{1}{n}$. Supposant $\frac{\sqrt{8ap}}{\sqrt{c}} = 1$, il s'ensuit que $\sqrt{\frac{1}{f}} = \frac{1}{n} = S$.

26. 2°. Que les sons (S) d'une corde d'une même longueur, mais tenduë par des poids differens (p) sont en même raison que les racines quarrées de ces poids ou $S = 1\sqrt{p}$, supposant $\frac{\sqrt{8a}}{n\sqrt{c}} = 1$ il s'ensuit que $\sqrt{\frac{1}{f}} = 1\sqrt{p} = S$.

27. 3°. Que les sons (S) des cordes de differens diametres mais de même matiere, de même longueur & tenduës par le même poids sont en raison reciproque des diametres de ces cordes ou (par l'art. 7.) des racines quarrées des poids d'une même longueur de ces cordes, c'est-à-dire, $S = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{c}}$.

28. Par les experiences que j'ai faites lorsque les cordes qui sont de differentes matieres ne s'alongent point par les poids qui les tendent, les sons (S) sont aussi en raison reciproque des racines des poids de ces cordes de même longueur. Supposant $\frac{\sqrt{8ap}}{n} = 1$ il s'ensuit que $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{f}} = \sqrt{\frac{1}{c}} = S$.

29. 4°. Qu'enfin les sons des cordes sont en raison composée directe des racines des poids qui les tendent, & renversée des longueurs des cordes & des racines des poids d'une même longueur de ces cordes, c'est-à-dire, que $S = \frac{1\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$. Supposant $\sqrt{8a} = 1$ il s'ensuit que $\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{1\sqrt{p}}{n\sqrt{c}} = S$.

30. D'où il suit que dans tous les cas precedens les sons de toutes les cordes d'Instruments de musique sont en raison renversée des racines quarrées de leurs fleches $S = \sqrt{\frac{1}{f}}$.

31. C'est pourquoi si les fleches de differentes cordes sont égales, les sons sont les mêmes.

32. Et si les fleches sont inégales les sons sont en raison renversée des racines de ces fleches, ce que l'experience confirme dans toutes les cordes qui ne s'alongent point ou peu sensiblement.

III. *Que les Pendules simples Isochrones avec les Vibrations d'une corde sonore sont les $\frac{4}{3}$ de la fleche de cette corde.*

33. Nous avons démontré *(art. 24.)* que la fleche *CD* *(f)* étoit moindre que la moitié de la soûtengente *CE (x)* d'une quantité plus petite que de $\frac{1}{64000000}$ de *CE*: mais supposant $f = \frac{1}{2}x = \frac{1}{8000}$ de *CB*, si $\frac{1}{2}x = 1$, alors *CB* sera de 8000. parties; & supposant que l'arc *ADB* soit celui d'un cercle, le rayon sera $32000000. - \frac{1}{2}$ & la soutengente *CE* sera $2 + \frac{1}{32000000}$ dont la moitié est $1\frac{1}{64000000}$, ce qui donne la même difference insensible que celle que nous avons trouvé ci-dessus. Donc *(art. 15.)* on peut prendre cet arc pour celui d'un cercle dont il contient environ $\frac{1}{2}$ minute de degré. FIG. VI.

34. Il s'agit de trouver le centre d'oscillation *P* d'un petit arc de cercle *ADB* qui se meut autour de la soutendente *ACB*, ou la longueur *CP (p)* du pendule simple isochrone avec les vibrations de l'arc *ADB*. *(2a)* FIG. VII.

35. Sur l'abscisse *CH (x)* soit appliqué perpendiculairement *HK (y)* & *IL* infiniment prés; soit la fleche *CD*

(f) le pendule simple $CP\,(p)$ la moitié de l'arc $DB\,(a)$ la partie $DK\,(u)$ les differentielles de u, x, y soient du, dx & $-dy$.

36. Selon M. Hughens dans sa cinquiéme proposition du centre d'oscillation, le centre de gravité du double de l'arc $DK\,(u)$ est $\frac{\int ydu}{u}$ & la distance $CP\,(p)$ du centre d'oscillation du double de cet arc autour de la ligne CH, est $p = \frac{\int yydu}{\int ydu}$, ce qui s'accorde avec M. de Bernoulli dans les Memoires de l'Academie en 1703. page 282.

37. D'où il suit que si AD & DB sont deux lignes droites dont le rapport à CD soit $\frac{m}{n}$, alors $du = \frac{mdy}{n}$ & $\frac{\int yydu}{\int ydu} = \frac{\int yydy}{\int ydy}$ dont l'integrale est $p = \frac{2y}{3} = \frac{2}{3}f = \frac{66667}{100000}f$.

FIG. VIII. 38. Supposant $ADB\,(2a)$ un arc de cercle, dont N soit le centre, EF le diametre parallele à la soutendente $ACB\,(2c)$ soit prolongé la fleche DC & les appliquées KH, $LI\,(y)$ Soit tiré l'appliquée BT. Soit le rayon $KN\,(r)$ CN, HQ, IR, $BT\,(b)$ $KQ\,(z)$ alors $y = z - b$, & $yy = zz - 2bz + bb$. $KM\,(dz = dy.)$

39. Nous avons dit (art. 36.) que $p = \frac{\int yydu}{\int ydu}$: au lieu de y & de yy substituant leurs valeurs (art. 38.), l'on aura $p = \frac{\int zzdu - 2b\int zdu + bb\int du}{\int zdu - b\int du}$.

40. Comparant ensemble les triangles semblables NQK. KML. l'on trouvera que $NK\,(r) . QK\,(z) :: KL\,(du) . ML\,(dx)$ donc $zdu = rdx$, & alors $p = \frac{r\int zdx - 2br\int dx + bb\int du}{r\int dx - b\int du}$.

41. En integrant, $\int dx = x$, $\int du = u$, & $\int zdx = NDKQ = NDK + QNK = \frac{1}{2}ru + \frac{1}{2}zx$; donc $p = \frac{\frac{1}{2}rru + \frac{1}{2}rxz - 2brx + bbu}{rx - bu} = \frac{rru + rxz - 4brx + 2bbu}{2rx - 2bu}$. Supposant $u = a$. $x = c$. $z = b$. $p = \frac{arr + 2abb - 3bcr}{2cr - 2ab}$. & le rapport de p à f sera $\frac{p}{f} = \frac{arr + 2abb - 3bcr}{2cfr - 2abf}$.

42. Supposant que DB soit un quart de cercle, alors $f = r$, $b = o$, $a = 157080$, & $\frac{p}{f} = \frac{78540}{100000}$. Si DB est un arc de $81\frac{23}{100}$ degrés par les tables de l'Arithmetique

Britannique, on trouvera que $\frac{p}{f} = \frac{79563}{100000}$. Si DB eſt de $40\frac{96}{100}$ degrés, $\frac{p}{f} = \frac{79921}{100000}$. Si DB eſt de $20\frac{48}{100}$ degrés, $\frac{p}{f} = \frac{79982}{100000}$, ce qui approche ſenſiblement de $\frac{p}{f} = \frac{80000}{100000} = \frac{4}{5}$, donc par aproximation le pendule ſimple (p) iſochrone avec les vibrations de l'arc ABD eſt les $\frac{4}{5}$ de la fleche f.

43. Mais pour démontrer ce même rapport par les Infiniment petits. Dans l'égalité $\frac{p}{f} = \frac{arr + 2abb - 3bcr}{2cfr + 2abf}$ ſuppoſant les quantités $a, b, c, f . p$. variables, & r conſtant, les differentielles ſeront $da, -db, dc, db, \& db + dp$. & comme la differentielle de $\frac{p}{f}$ eſt infiniment petite, puiſqu'elle ſe termine à une quantité finie, il s'enſuit que la difference de l'égalité précedente ſera $\frac{p}{f} = \frac{rrda + 2bbda - 4abdb - 3brdc + 3crdb}{2crdb + 2frdc - 2abdb + 2afdb - 2bfda}$. FIG. IX.

44. Puiſque les triangles NBC, BLM. ſont ſemblables alors $BL\ (da) . BN\ (r) :: BM\ (db) . BC\ (c) :: LM\ (dc) . NC\ (b)$ deſorte que ſi $da = \frac{r}{\infty}$, alors $db = \frac{c}{\infty} . dc = \frac{b}{\infty}$, ſubſtituant ces valeurs & multipliant par ∞, l'on aura, $\frac{p}{f} = \frac{r^3 + 2bbr - 4abc - 3bbr + 3ccr}{2ccr + 2bfr - 2abc + 2acf - 2bfr}$ ou $\frac{p}{f} = \frac{r^3 - bbr - 4abc + 3ccr}{2ccr - 2abc + 2acf}$ $(rr = bb + cc) = \frac{4ccr - 4abc}{2ccr - 2abc + 2acf} = \frac{2cr - 2ab}{cr - ab + af}$ $(b = r - f)$ donc enfin $\frac{p}{f} = \frac{2cr - 2ar + 2af}{cr - ar + 2af}$.

45. Il s'agit maintenant de trouver la valeur de a lors qu'il eſt infiniment petit. Pour cela, je prends dans le ſegment ADB, la diſtance $CG\ (g)$ du centre G de gravité des $ML\ (dc)$ (Fig. VIII.) qui ſera égal au ſegment ADB diviſé par la ſoutendente AB, c'eſt-à-dire, $CG = \frac{NADBN - NACBN}{2ACB}$ ou $g = \frac{ar - bc}{2c}$ & le rapport de CD à CG eſt $\frac{g}{f} = \frac{ar - bc}{2cf} = \frac{ar - cr + cf}{2cf}$, la difference eſt $\frac{g}{f} = \frac{rda - bdc + cdb}{2cdb + 2fdc}$ $= \frac{rr - bb + cc}{2cc + 2bf} = \frac{cc}{cc + bf}$ $(cc = 2fr - ff . bf = rf - ff)$ donc $\frac{g}{f} = \frac{2r - f}{3r - 2f} = \frac{ar - cr + cf}{2cf}$. & $a = \frac{3cr - cf}{3r - 2f}$. FIG. VIII. IX.

46. Dans l'égalité (art. 44.) $\frac{p}{f} = \frac{2cr - 2ar + 2af}{cr - ar + 2af}$ ſi l'on ſubſtituë la valeur de a, l'on aura enfin $\frac{p}{f} = \frac{4r - 2f}{5r - 2f}$, & comme f eſt infiniment petit alors $\frac{p}{f} = \frac{4}{5}$ & $p = \frac{4}{5}f$, c'eſt à dire que le pendule ſimple eſt les $\frac{4}{5}$ de la fleche.

IV. *Maniere de trouver le nombre des Vibrations qu'une corde ſonore fait dans une ſeconde de temps.*

47. Nous avons trouvé (art. 24.) la fleche $f = \frac{cnn}{8ap}$, la longueur du pendule ſimple iſochrone avec les vibrations de la corde ſonore (art. 46.) $p = \frac{4f}{5} = \frac{cnn}{10ap}$. appellant q la longueur d'un pendule ſimple à ſeconde, l'on aura le rapport de ces deux pendules $\frac{5q}{4f} = \frac{10apq}{cnn}$. Enfin appellant $ſ$ le ſon de la corde, c'eſt à dire le nombre des Vibrations qu'elle fait dans une ſeconde de temps, l'on aura $ſ = \frac{\sqrt{5q}}{\sqrt{4f}} = \frac{\sqrt{10apq}}{\sqrt{cnn}}$, comme nous ſuppoſons toûjours $a = 40$ (art. 6) alors $ſ = \frac{\sqrt{5q}}{\sqrt{4f}} = \frac{20.\sqrt{pq}}{n\sqrt{c}}$.

48. Si l'on ſe ſert des pouces du pied de Paris, alors $q = 36\frac{17}{24}$ (art. 4.) & $ſ = \frac{6774}{1000\sqrt{f}} = \frac{12117\sqrt{p}}{100n\sqrt{c}}$.

49. *Exemple.* J'ay pris une corde blanche de Clavecin, c'eſt-à-dire d'acier, dont 40. pouces *(a)* du pied de Paris peſoient 20. $\frac{1}{3}$ grains *(c)* du poids de marc, la longueur *(n)* entre les deux chevalets étoit de 67. pouces, & le poids *(p)* qui tendoit la corde eſtoit de 10. livres ou de 92160. grains. Cette corde ſonnoit le *ſub-bis PA* ou le *C-Sol-Ut* du bas du Clavecin qui répond au tuyau d'Orgue de 8. pieds ouvert. On demande la valeur de $ſ$ ou le nombre des vibrations que cette corde fait dans une ſeconde de temps.

Par l'article 48. l'on trouvera $ſ = \frac{12117\sqrt{p}}{100n\sqrt{c}} = 121\frac{3}{4}$ vibrations.

50. Par les experiences que j'ay fait j'ay trouvé par calcul (art. 24.) que les fleches $(f = \frac{cnn}{8ap})$ des cordes qui ſonnoient le *ſub-bis PA* eſtoient toûjours de $\frac{1}{323}$ pouces du Pied de Paris, ſuppoſant donc $f = \frac{1}{323}$, alors (art. 48.) $ſ = \frac{6774}{1000\sqrt{f}} = 121,76$. vibrations.

51. D'où il ſuit que le *PA* (clef de *C-Sol-Ut*) fait 487. vibrations par ſeconde.

52. Dans l'Hiſtoire de l'Academie de 1700. j'avois trouvé que le *ſub-bis LO (LA* du bas du Clavecin) faiſoit environ 101. vibrations, enſorte que le *PA* en fait environ $242\frac{2}{3}$, ce qui ſe trouve confirmé par pluſieurs experiences en quatre jours differents dans les années 1699. 1700. & enſuite 1704. chez le S[r]. Deſlandes tres habile Facteur d'Orgue en preſence du P. Sebaſtien Truchet & de pluſieurs autres, en nous ſervant des Tuïaux d'Orgues entre 4. & 2. pieds où nous trouvions que le *ſub GA (MI* au deſſous de la clef *FUT-FA)* faiſoit 152. vibrations & par conſequent *PA* (clef de *C-Sol-Ut)* faiſoit $243\frac{1}{3}$.

Ces experiences faites avec beaucoup d'attention & de patience, donnent lieu aux Remarques ſuivantes.

53. 1°. Qu'ayant trouvé qu'un même ſon faiſoit avec les cordes deux fois autant de vibrations qu'avec les tuïaux, il s'enſuit qu'il faut prendre dans les cordes une allée & un retour pour une vibration du ſon, parce que ce n'eſt que l'allée qui fait impreſſion contre l'organe de l'ouïe & le retour n'en fait point, & dans les tuïaux d'Orgue les ondulations de l'air ne font d'impreſſion que dans leurs allées & n'en font point dans leur retour.

54. 2°. Comme le ſon fait environ 180. toiſes, ou 1080. pieds par ſeconde, il s'enſuit que les 243. vibrations du ſon *PA* ſe ſuccedent l'une aprés l'autre de la diſtance de $4\frac{1}{2}$. pieds; c'eſt-à-dire, à peu-prés de deux fois la longueur du tuïau *PA* qui eſt environ de 2. pieds, ce qui ſervira à connoître la nature des ondulations du ſon dans l'air.

55. 3°. Cette convenance du nombre des vibrations du ſon déterminé par des principes tres differents nous ôte lieu d'en douter, & en conſequence nous corrigerons les formules des art. 47. 48. en prenant les moitiés & les exprimant auſſi par logarithme.

56. Si l'on ſe ſert de pouces Aſtronomiques $q = 36$ (art. 47.) $f = \frac{3\sqrt{p}}{2\sqrt{f}} = \frac{33141}{10000f}$ ou $f = \frac{60\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$, & en logarithmes $S = 0.52558 - F$. $S = 1.778015 - N \frac{+P \; C}{2}$.

57. Si l'on se sert de pouces du pied de Paris (art. 48.) $S = \frac{338695}{100000f}$ ou $S = \frac{60588\sqrt{p}}{1000n\sqrt{c}}$, & en logarithmes $S = 0.52981 - F$, ou $S = 1.78238 - N \frac{+p-c}{2}$.

58. Enfin si l'on se sert de pouces de la toise ancienne de Paris pour les experiences qui ont esté faites avant l'année 1666. (art. 4.) $f = \frac{33807}{10000\sqrt{f}}$, ou $f = \frac{60475\sqrt{p}}{1000n\sqrt{c}}$, & en logarithmes $S = 0.52900 - F$ ou $S = 1.78158 - N + \frac{p-c}{2}$.

Les valeurs precedentes de f doivent être prises avec les précautions suivantes.

59. Il ne faut pas se servir de cordes d'intestins de soye ou de fil, parce que leur matiere est inegale & qu'elles s'alongent differemment étant tenduës par differents poids, ainsi il faut prendre des cordes de metail tirées à la filiere, à la verité elles s'alongent un peu, mais celles qui m'ont paru les plus sûres sont les cordes blanches, c'est-à-dire, celles de fer ou d'acier.

60. Le poids avec lequel on doit tendre les corde doit être limité (art. 8).

61. L'erreur dans le calcul vient principalement du poids des 40. pouces de corde, mais pour diminuer cet erreur il en faut peser 2, 4, 8, 16. 32. ou même 64. fois cette longueur de 40. pouces de corde dont la longueur fait $\frac{5}{9}$ toises multiplié par ces nombres, par lesquels il faut aussi multiplier c.

62. En mesurant la longueur de cette corde il faut la tendre par un poids qui soit à peu prés la moitié de celuy qui la peut casser (art. 8)

63. Enfin si l'on craint que la corde soit plus grosse par un bout que par l'autre, il faut se servir du milieu de celle qu'on a pesé pour en tirer le son sur l'Instrument.

V. *Nouvelle détermination des sons fixes. Table des sons fixes, construction d'un Echometre.*

64. Dans l'Histoire de l'Academie de 1700. & dans les

les Memoires de 1701. j'avois déterminé le son fixe par celui qui faisoit 100. vibrations par seconde, parce qu'alors étant occupé à mon systême general des intervalles des sons je pris ce nombre que par provision.

65. Mais faisant attention que l'étenduë des sons selon l'aigu & le grave est partagé par octave selon la progression double & que par les art. 49. & 52. J'ay trouvé que la Clef de *C-SOL-UT* faisoit environ 243 $\frac{1}{5}$ vibrations, j'ai fait d'abord la progression double suivante, que j'ai accompagné des puissances de 2.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024. 2048.
2^0. 2^1. 2^2. 2^3. 2^4. 2^5. 2^6. 2^7. 2^8. 2^9. 2^{10}. 2^{11}.

4096. 8192. 16384. 32768. 65598.
2^{12}. 2^{13}. 2^{14}. 2^{15}. 2^{16}.

66. J'ai reglé le son fondamental de chaque octave fixe & l'ordre des octaves par les nombres & les exposants de la progression double, ainsi le son qui fait 256. (2^8.) par secondes est le son fondamental de la 8e. octave fixe.

67. En divisant les nombres compris entre ceux de la progression, (comme les nombres qui sont entre 256. & 512.) en 43. moyennes proportionnelles, l'on aura les sons fixes de chaque octave divisés par merides, en divisant les sons compris entre chaque meride en 7. ou 70. parties, l'on aura les sons fixes divisés par eptamerides ou décamerides.

68. Pour avoir les intervalles des sons fondamentaux de chaque octave, prenez les logarithmes de nombres de la progression double, ou bien multipliés 3010300. par les exposants de la progression double, ainsi l'intervalle de son fondamental 256. de la 8e. octave fixe est 2408 2400.

69. Otant les 3. ou 4. derniers chiffres de cet intervalle, l'on aura 24082. décamerides, ou 2408. eptamerides, ces eptamerides étant divisés par 43. donneront 344. merides pour l'intervalle de la 8e. octave fixe.

70. Aux merides de chaque octave ajoûtant 1, 2, 3,

4, &c. on aura toutes les merides de cette octave aux eptamerides ou décamerides, ajoûtant le produit de ces nombres par 7. ou 70. l'on aura les eptamerides ou décamerides de chaque octave.

71. Ayant ensuite trouvé que le nombre 256. de cette progression double approchoit le plus de 243 $\frac{1}{3}$ de l'art. 52. j'ai pris le son qui faisoit 256. vibrations pour le son fixe fondamental de l'octave moyenne ; ensorte que les nombres suivants 512. 1024. 2048. &c. forment les sons fondamentaux de la 1ere. 2e. 3e. octaves fixes & les precedents 128. 64. 32. & de la 1ere. 2e. 3e. sous octaves.

72. J'appelle *PA* les sons fondamentaux de chaque octave fixe, & je designe les autres sons de chaque octave par les noms marqués dans les Memoires de 1701. en distinguant ceux de chaque octave par les clefs des noms.

73. Je designe de même ces sons fixes par les notes, que j'ai marquées au même endroit.

74. A l'imitation des Facteurs d'Orgues nous designerons aussi le son fondamental *PA* par celui d'un Tuïau d'Orgue de 2. pieds ouverts, qui rend à peu prés ce son, les *PA* des octaves en montant par ceux de 6. pieds, 6. pouces, & ainsi de moitié en moitié & les *PA* des sous octaves par 4. 8. 16. 32. pieds.

Pour rendre plus sensible tout ce que je viens de dire, & pour ôter la peine du Calcul, je propose la Table generale des sons fixes suivante.

75. Cette Table contient 13. Colonnes dont les premiers nombres inferieurs sont ceux de la progression double (art. 65.) qui marquent les sons fondamentaux de chaque octave (art. 66.) ces octaves vont depuis la 3e. jusqu'à la 15e. inclusivement, parce que tous les sons possibles ne passent pas cette étenduë.

76. Dans chaque colonne, il y a 43. nombres en proportion continuë qui marquent le nombres des vibrations de tous les sons de chaque octave de meride en meride

(art. 67.) les 13. 14. 15. octaves ont ces nombres en entiers, & les autres en decimales, c'est-à-dire, en 10e. 100e. & 1000e. ce qui est d'usage pour le calcul, une plus grande précision est inutile.

77. Au-dessous de ces nombres il y a 6. rangs, le 1er. marque l'ordre des octaves fixes (art. 66.)

Le 2e. Les décamerides qui marquent les intervalles des sons fondamentaux *PA* de chaque octave (art. 68. 69.)

Le 3e. Les mêmes intervalles en merides. (art. 69.)

Le 4e. Les sous-octaves & les octaves à l'égard du son fondamental de l'octave moyenne. (art. 71.)

Le 5e. Les Clefs des noms qui distinguent les noms des sons de chaque octave qui sont d'ailleurs les mêmes. (art. 72.)

Le 6e. la longueur des Tuïaux d'Orgues qui rendent à peu prés les sons *PA* de chaque octave. (art. 74.)

78. A gauche de la Table il y a 5. colomnes.

La 1ere. du côté de la Table contient les merides des sons de chaque octave.

La 2e. les Décamerides.

La 3e. les noms nouveaux des sons par Merides.

La 4e. de noms anciens.

Et la 5e. les intervalles diatoniques. Ce qui est expliqué dans les Memoires de 1701. sect. 11.

79. Comme les cordes d'Instruments de Musique se divisent exactement en parties qui rendent les sons marqués dans la Table, mais dans un ordre renversé, je propose une regle Echometre suivante, qui est une mesure des sons des cordes d'Instruments, laquelle suppose 1°. qu'on se serve de pouces Astronomiques, 2°. que $f = \frac{60\sqrt{\xi}}{n}$ (art. 56.) 3°. que $\xi = 4096$, donc $f = \frac{60 \times 64}{n} = \frac{15 \times 256}{n}$.

80. Sur une regle de bois d'environ $5\frac{1}{2}$ pieds ou seulement la moitié, tirés une ligne sur laquelle prenés la partie *AB* de 60. pouces Astronomiques, ou de 61. pouces $2\frac{1}{2}$ lignes du pied de Paris, divisés *AB* en 64. parties FIG. XII.

égales, ou plustôt en 256. Tirés une 2e. ligne parallele à la précedente sur laquelle prenés une partie *AB* de 256 parties de la précedente échelle, prenés sa moitié *AC*, ensuite de moitié en moitié *AD*, *AE*, *AF*, *AG*, &c. Marqués sur ces divisions VI. VII. VIII. IX. X. XI. &c. octaves: & pour diviser chaque octave en 43. merides, servés-vous de la Table précedente, en prenant les nombres de la 7e. octave, qui sont entre 128 & 256. pour diviser l'octave *BC*, & les nombres de la 6e. octave pour diviser *DC*, & ainsi les autres à proportion: lorsque les merides sont grandes il faut les diviser en 7. parties égales, pour marquer les eptamerides.

81. Vous marquerés dans chaque octave les merides de 5. en 5. avec des nombres, & de l'autre côté les intervalles diatoniques, on pourroit adjouter sur cette regle les noms des sons, & même le nombre de leurs vibrations, mais il vaut mieux chercher ces dernieres choses dans la Table.

Nous donnerons dans la suite l'usage de la Table generale des sons fixes, & de la regle Echometre.

VI. *Maniere de trouver les Sons fixes.*

82. Nous proposerons plusieurs manieres dont les premieres sont les plus simples par rapport aux machines; mais en même temps les plus composées par rapport au calcul, & les dernieres sont au contraire.

83. I. Sur une planche posé verticalement soit attaché une corde à un cloud *A*, laquelle passe par-dessus les chevalets *B* & *C*, au bas de laquelle soit attaché un poids *P*; appuïés le doigt sur le chevalet *C* & pincés cette corde entre les deux chevalets; il s'agit de trouver le son fixe de cette corde, c'est-à-dire, le nombre des vibrations qu'elle fait dans une seconde de temps, ou bien son octave fixe & son intervalle dans cette octave. Si l'on veut tirer un son plus fort de corde, il faut que le chevalet *B* soit appuïé sur le corps d'un Instrument de Musique.

FIG. X.

FIG. XI.

84. Pour trouver ce son fixe, il faut 1°. connoître en grains le poids c de 40. pouces de cette corde, (art. 61.) 2°. le poids p qui tend la corde qu'il faut reduire en grains, 3°. la longueur n de la corde BC entre les deux chevalets en pouces & parties de pouces.

85. Si vous vous êtes servi de pouces astronomiques on aura le son $f = \frac{60\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$ ou en logarithmes $S = 1.77815.$ $- N + \frac{P-C}{2}$. (art. 56.)

86. Si vous avés pris des pouces du pied de Paris, vous aurés le son $f = \frac{60588\sqrt{p}}{10000n\sqrt{c}}$ ou en logarithmes $S = 1.78238.$ $- N \frac{+P-C}{2}$. (art. 57.)

87. Soit l'exemple de l'art. 49. l'on trouvera $S = 60.$ $88.$ vibrations & en logarithme $S = 1.78449.$

88. Dans le premier cas, $S = 60.88.$ marque que ce son fait dans une seconde de temps $60\frac{88}{100}$ vibrations, & pour sçavoir son octave prenés le plus grand nombre 32. de l'art. 65. renfermé dans 60. il vous marquera que ce son est dans la 5e. octave fixe, & que son rapport au son fondamental de cette octave est $\frac{6088}{3200}$.

89. Mais pour connoître exactement l'intervalle de ce son, je cherche dans la table ce nombre 60. 88. je trouve le plus proche 60. 004. qui est à la 39e. meride de la 5e. octave fixe ou de la 3e. sous octave j'ôte 60. 004. de 60. 880. le reste est 876. j'ôte aussi 60. 004. du nombre suivant 60. 979. de la table, le reste sera 975. Je fais cette regle de trois 975. 876 :: 70. 53. ce qui marque 53. décamerides ou 5. eptamerides & 3. décamerides; de sorte que le son fixe de cette corde est à 5. octaves, 39. merides, 5. eptamerides & 3. décamerides fixes.

90. Dans le 2e. cas $S = 1.78449.$ marque l'intervalle fixe de ce son; pour le trouver, divisés ce logarithme par 30103. vous aurés 5. octaves, & il restera 27932. ou 2793. décamerides qu'il faut diviser par 70. l'on aura 39.

merides, & il restera 63. décamerides ou 6. eptamerides & 3. décamerides comme ci-dessus.

91. Ayant trouvé l'intervalle fixe de ce son l'on sçaura son nom par la table, car cet intervalle étant 3. octaves 40. merides moins 1. eptamerides plus 3. décamerides, son nom sera en merides *subterpo* ou *subterdu*, en eptamerides *subterpon* ou *subterdun*, & en decamerides *subterponi* ou *subterduni*; le nom en merides suffit pour l'ordinaire (Voyez les Mem. 1701. Section 11.)

92. II. Pour diminuer le calcul servés vous de poids Acoustiques qui sont en proportion double, dont le plus petit est de $\frac{1}{64}$ de 9. grains, & le plus grand de 16. ou de 32. livres, appellant le plus petit n°. 0. & les autres de suite n°. 1. n°. 2. n°. 3. &c.

Pesés une longueur de la corde dont vous voulés tirer le son qui soit de 40. pouces Astronomiques ou de 40. pouces 9½. lignes du pied de Paris. Je suppose que son poids soit de celui des n°. 7. n°. 6. n°. 4. j'ajoûte 12. à ces n°. j'aurai un poids composé des n°. 19. n°. 18. & n°. 16. dont je me sers pour tendre la corde, alors le son $S = \frac{60 \times 64}{n} = \frac{3840}{n}$ qui se trouvera comme ci-dessus.

Pour faire cette operation avec plus de précision prenés le poids de 8. fois la longueur precedente de la corde, mais aux n°. de ces poids n'adjoûtés que 9.

93. III. Pour ôter ce dernier calcul $S = \frac{3840}{n}$, servés-vous de la regle *Echometre* (art. 79. Fig. XII.) appliqués le bout *A* de la regle sur le chevalet *A* de la corde (Fig. X. & XI.) le chevalet *B* marquera sur la regle l'intervalle fixe du son en octaves, merides, &c.

94. IV. On peut encore se servir de la Machine Echometre verticale (Fig. XIV.) ou horizontale (Fig. XIII.) qui consiste 1°. Dans une Caisse quarrée *DEFG* sur laquelle est attachée la corde en *A* & le chevalet fixe *B*. 2°. Un manche *HK* attaché à la caisse, & dont la longueur soit environ de 6. pieds, on peut faire une petite machine

qui ne soit que la moitié ou le quart de la precedente. 3°. Le long du manche & par-dessus attachés un directeur le long duquel on puisse faire glisser un chevalet mobile *MM*, ce directeur doit avancer jusqu'auprés du chevalet mobile sans neantmoins appuyer sur la caisse. 4°. Le long de ce directeur, il faut marquer les divisions de la regle Echometre (art. 79.) en commençant les divisions au chevalet immobile *B*, & les continuant indefiniment à l'autre extremité du manche. 5°. Le chevalet mobile *MM* doit se mouvoir parallelement le long du directeur *HK*, & s'arrêter où l'on voudra par le moyen des ressorts (Fig. XV.) il doit avoir à côté une piece mouvante avec laquelle on puisse serrer la corde sans la tirer ni lascher; vis à vis le point où la corde est serrée, le chevalet mobile doit marquer sur le directeur l'octave, les merides & eptamerides du son de la corde. 6°. Mais pour cela il faut tendre la corde avec les poids acoustiques. (art. 92.)

95. Si la machine acoustique est horizontale, il faut y adjouter une poulie *L* sur laquelle passe la corde; cette poulie doit être fort ronde, grande & legere, l'essieu doit être peu gros, d'acier fort poli & tournant dans une crapaudine de cuivre, pour diminuer le frotement autant qu'on peut. (Voyes art. 12.)

96. Pour l'usage, 1°. Pesés la corde comme dans l'art. 84. 2°. Attachés la corde au point *A*, & à l'autre bout de la corde attachés le poids *P* trouvé comme dans l'art. 84. 3°. Mettés le chevalet mobile *MM* sur telle division de l'Echometre qu'il vous plaira. 4°. Serrés la corde avec la piece qui est à côté du chevalet mobile. 5°. Pincés la corde elle rendra un son qui sera dans l'intervalle fixe marqué par l'Echometre, ou qui fera par seconde le nombre des vibrations qui répondent dans la Table (art. 75.) à l'intervalle marqué par l'Echometre.

97. V. Au lieu des poids & de la machine acoustique l'on peut se servir de la balance acoustique suivante.

98. Soient trois fleaux *EF*, *HI*, *LM*, dont les points FIG. XII.

fixes soient *E, H, L*. Les petits leviers *ED, HG, KL*, soient les 8es. parties des longs leviers précedents. En *D* soit attaché la corde *DA* que l'on veut faire sonner. En *G* soit attaché l'extremité *F* du long levier *EF*, & en *K* celui de *HI*.

99. Dans cette disposition il faut que les trois balances soient en équilibre, c'est-à-dire, que les fleaux soient de niveau; ensuite attachés la corde *DA* à une cheville *A*, & suspendés en *M* une longueur de 8. fois 40. pouces astronomiques de la même corde; tournés la cheville *A*, en sorte que les fleaux soient encore de niveau; mesurés avec la regle Echometre l'intervalle *BC* entre les deux chevalets; pressés la corde sur les deux chevalets, & la pincés entre ces chevalets, elle rendra le son fixe marqué par l'intervalle de l'Echometre.

VII. *Usages des Sons fixes, & Remarques.*

100. Dans l'Histoire de l'Academie de 1700. & dans le Memoire de 1701. section 12. on a marqué plusieurs usages des sons fixes, nous adjouterons les suivants.

101. Par l'art. 71. le son fixe fondamental *PA* fait 256. vibrations par seconde, & le *PA* (clef de *C-Sol-Ut*) ou les deux pieds de l'Orgue dont le tuïau m'a servi à regler les sons des cordes, en fait environ $243\frac{1}{5}$ (art. 52.) L'intervalle de ces deux sons est environ 3. merides, d'où je conclud que les sons de cet Orgue sont plus bas que leurs semblables sons fixes de 3. merides.

102. C'est pourquoy je diray que cet Orgue est à la 3e. sous-meride, & je désignerai de même les tons de la Chapelle, de l'Opera & des autres Concerts, aprés en avoir fait l'experience.

103. Si aprés avoir sçû le degré du ton d'un Instrument, par exemple de cet Orgue, je veux sçavoir combien un son comme *BO* (clef de *G-Re-Sol*) fait de vibrations par secondes, je chercherai *BO* dans l'octave moïenne, & en prenant 3. sous-merides, je trouverai que ce son *BO*, ou plustôt

plustôt *be*, fait 365. vibrations par secondes.

104. De cette maniere l'on sçaura combien de vibrations l'épiglotte fait par seconde dans chaque ton de la voix d'une personne, & combien elle en fait au moins dans son plus bas ton, & au plus dans son ton le plus aigu: de mesme combien le ton le plus bas d'une voix basse & le ton le plus haut d'un haut-dessus font de vibrations: on sçaura de même le nombre des vibrations ou des fremissements de la levre, lors qu'on siffle, ou bien lors qu'on joüe du cor ou de la trompette, & enfin le nombre des vibrations des tons de toutes sortes d'Instruments de Musique, dont nous avons donné l'étenduë dans la 3e. Planche des Memoires de 1701. & de 1702.

105. Cette derniere remarque nous fait conclure que comme le son le plus bas de l'Orgue qu'on puisse distinguer est celui du tuïau de 32. ouvert qui fait 16. vibrations par seconde, l'on peut prendre ce terme pour conclure qu'un son qui fait moins que 16. vibrations par seconde, ne peut pas se faire entendre ou distinguer. Il est à presumer qu'on ne peut distinguer le son qui passeroit le 15e. ordre des octaves fixes, ou qui feroit 65536. vibrations par seconde comme feroit un tuïau de $1\frac{1}{8}$ ligne, puisque le plus petit tuïau des Orgues est plus bas de 2. octaves que celui-ci.

106. Connoissant le ton d'un corps sonore, c'est-à-dire, son degré d'aigu & de grave par le moyen d'un Monocorde monté sur le ton d'un sifflet ordinaire, ayant corrigé ce degré (art. 103.) pour le réduire dans l'intervalle des sons fixes, l'on connoîtra le nom de ce son par l'art. 91. qui sera distingué seulement par merides. Par exemple, la grosse Cloche de Nôtre-Dame de Paris, appellée *Emanüel*, sonne le *sub-bis LO (LA)* ôtant 3. merides (art. 103.) son nom sera *sub-bis-le*, ainsi nous dirons que l'Emanüel est un *sub-bis-le*.

107. En me servant du Memoire des tons des Cloches que m'a donné M. Chastelain, Chanoine Honoraire de

N. D. de Paris, conservant les noms anciens de leur ton marqués dans ce Memoire, dont quelques-uns sont transposés, je donnerai à ces Cloches les noms suivants, aprés avoir corrigé la transposition & le ton selon l'art. 103.

108. Les Cloches des deux Tours de N. D. de Paris sont l'Emanüel *(LA)* que je nomme *sub bis-le;* Marie *(SI) sub-bis-de;* Gabrielle *(UT) sub-bis DO,* l'intervalle de celle-ci à la suivante est de 1 ¼ ton; Guillaume *(RE) sub-ro;* Pasquier *(MI) sub-go.* Thibaut *(FA) sub-fe;* Jean *(SOL) sub-be;* Claude *(LA) sub-le;* Nicolas *(SI) sub-de.* Les Cloches du petit Clocher sont, Catherine *(RE) ro;* Magdelaine Matiphas *(MI) go.* Barbe *(FA) gu;* Anne *(SOL) be.*

Les Cloches de S. Germain des Prés sont, Germain *(UT) sub-bis-du;* Vincent *(RE) sub-ro.* Les Cloches de S. Paul sont *(RE) sub-go (MI) sub-SO (FA) sub-be. (SOL) sub-de. (LA) PA.* De S. Jean en Grêve *(FA) sub-fe. (SOL) sub-be. (LA) sub-le.* De S. Victor *(RE) sub-go. (MI) sub SO (FA) sub-be (SOL) sub-le. (LA) PA. (SI) RA. (UT) go.* De Sainte Geneviéve à Paris & de S. Amé à Doüai *(RE) sub go. (MI) sub SO. (FA) sub-be.*

A Rome la grosse Cloche de S. Jean de Latran *(UT) sub-bis, DO,* comme à la Cathedrale de Gand. Celle de S. Pierre *(SI) sub-bis-de,* comme à Sens & à Rheims.

109. Ces noms étant bien verifiés serviront 1°. à servir de termes pour regler d'autres sons fixes. 2°. A connoître leurs accords reciproques. 3°. Ils serviront aussi à connoître leurs poids relatifs & même leurs poids absolus de cette maniere; on dit que l'Emanüel *sub-bis-le* pese 30000. livres, pour sçavoir le poids de la Cloche de S. Jean de Latran *sub-bis DO,* je cherche dans la Table des sons fixes, 1°. L'intervalle de *sub-bis-le* à *sub-bis DO,* je trouve 10. merides. 2°. Je triple 10. j'aurai 30. merides. 3°. Je cherche dans le corps de la Table 30000. il est à peu-prés la 37e. meride de la 14e. octave. 4°. J'ôte 30. de 37. il restera 7. 5°. Je cherche 7. dans la 14e. octave, je trouve 18341. qui sera à peu-prés le poids de la Cloche de S. Jean de Latran.

110. Dans l'art. 106. l'on a eu le nom des corps sonores seulement par merides, mais on peut les avoir avec plus d'exactitude, c'est-à-dire par eptamerides & même par décamerides selon l'art. 89. L'on auroit ainsi des noms plus exacts des Cloches précedentes aussi-bien que les rapports de leurs poids, l'on pourroit ainsi nommer les voix moïennes des personnes, & le plus bas ton des Instruments.

111. L'on sçait que certains corps tremblent à l'occasion de certains sons forts, comme la table d'un Instrument à l'occasion du son de certaines cordes; de même des planches, des vases & même les entrailles d'une personne. Si l'on connoît ces sons, c'est-à-dire, leurs intervalles fixes ou leur nom, l'on connoîtra à quel nombre de vibrations par seconde ces corps simpathiques sont capables d'être ébranlés, ce qui peut contribuer à connoître leur nature.

112. Si les sons fixes étoient établi par toute la terre, & s'ils eussent été chés les Anciens, & qu'on eut donné des noms convenables aux corps sonores dans leurs differents états, l'on connoîtroit par cet endroit la difference des hommes, des animaux & des corps de differents païs, leurs changements dans les temps differents, & la difference des tons des Anciens d'avec les nôtres.

113. Les ouvriers des Instruments de Musiques trouveront dans la regle Echometre (art. 80.) un diapason general qui regle les tuïaux d'Orgues pour les Facteurs d'Orgues, les dimensions des Cloches pour les Fondeurs, les touches des Instruments à manches pour les Lutiers, les monocordes pour les Faiseurs de Clavecin, & les machines Echometres pour les speculatifs qui veulent sçavoir les nombres des vibrations des corps sonores, ou bien les rapports ou les intervalles des sons de toutes sortes de corps sonores.

114. Nous avons vû (art. 56.) que $f = \frac{6 o \sqrt{p}}{n \sqrt{c}}$: ce qui nous marque que *n* étant déterminé, le son est toujours le même de quelque grosseur que soit la corde, pourveu que son poids *c* ait toujours le même rapport au poids *p* qui la

tend, & l'on peut voir (art. 8.) combien au plus on peut augmenter le poids qui tend la corde, ou (art. 85. 86.) combien on peut augmenter le ſon avant que la corde caſſe.

115. A l'imitation de ces proprietés l'on peut trouver par le ſon de quelques cordes que ce ſoit à quel ton elles peuvent monter avant que de ſe caſſer.

Enfin les curieux peuvent faire des notes pour exprimer les tons des oiſeaux, des animaux ou des ſauvages qui vont par petits intervalles qu'on ne peut exprimer par les notes ordinaires.

116. Je paſſe d'autres uſages que l'on peut trouver ſur le même ſujet; j'adjouterai ſeulement deux Remarques.

La 1re. eſt que les principes que je viens d'établir ſont de la nature des autres principes de Phyſique, ils ſervent de fondement aux experiences, qui ſont quelquefois alterées par de nouvelles circonſtances, comme il arrive dans la parabole pour la projection des bombes, dans la progreſſion des nombres impairs pour l'acceleration des corps peſants, & dans la cycloïde pour les Pendules.

117. La 2e. eſt qu'en effet M. Marius, ſi connu par les Clavecins briſés & par ſes autres inventions, qui a fait toutes les experiences qui m'ont ſervi à établir les principes précedents, a remarqué que le ſon des cordes les plus groſſes étant diviſées de moitié en moitié par un chevalet, montoit non ſeulement à la 1re. à la 2e. à la 3e. &c. octave, mais plus haut de 1. ou de $1\frac{1}{2}$ merides, ce qui eſt different des cilindres de même groſſeur, dont l'un étant la moitié & même le quart d'un autre, il produit un ſon qui ne monte pas à l'octave. Ces nouvelles circonſtances donneront lieu à de nouvelles recherches.

Ce Memoire ayant été imprimé depuis la mort de Mr. Sauveur, le Lecteur excuſera les fautes qui pourroient s'y trouver.

Fig. XII.

Fig. XIII.

Fig. XV.

Berey Filius fecit

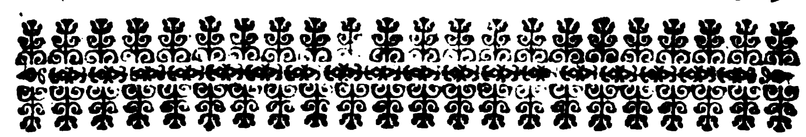
DES SONS FIXES

ıe font les ſons par ſecondes de temps

s sensibles et par merides dans châque octave . 65536

63	2015. 3	4030. 5	8061. 0	16122. 0	32244.	64488.
51	1983. 0	3966. 1	7932. 1	15864. 2	31728.	63457.
66	1951. 3	3902. 6	7805. 3	15611.	31221.	62442.
06	1920. 1	3840. 2	7680. 5	15361.	30722.	61443
71	1889. 4	3778. 8	7557. 6	15115.	30231.	60461.
60	1859. 2	3718. 4	7436. 8	14874.	29747.	59494.
74	1829. 5	3658. 9	7317. 9	14636.	29272.	58543.
12	1800. 2	3600. 4	7200. 9	14402.	28803.	57607.
71	1771. 4	3542. 9	7085. 7	14171.	28343.	56686.
55	1743. 1	3486. 2	6972. 4	13945.	27890.	55779.
61	1715. 2	3430. 5	6860. 9	13722.	27444.	54887.
90	1687. 8	3375. 6	6751. 2	13502.	27005.	54010.
41	1660. 8	3321. 6	6643. 3	13287.	26573.	53146.
13	1634. 3	3268. 5	6537. 0	13074.	26148.	52296.
05	1608. 1	3216. 2	6432. 4	12865.	25730.	51459.
20	1582. 4	3164. 8	6329. 6	12659.	25319.	50637.
55	1557. 1	3114. 2	6228. 4	12457.	24914.	49827.
10	1532. 2	3064. 4	6129. 8	12258.	24515.	49031.
85	1507. 7	3015. 4	6030. 8	12062.	24123.	48247.
80	1483. 6	2967. 2	5934. 4	11869.	23738.	47475.
93	1459. 87	2919. 7	5839. 5	11679.	23358.	46716.
26	1436. 5	2873. 1	5746. 1	11492.	22984.	45969.
78	1413. 6	2827. 1	5654. 2	11308.	22617.	45234.
48	1391. 0	2781. 9	5563. 8	11128.	22255.	44511.
36	1368. 7	2739. 4	5474. 9	10950.	21899.	43799.
41	1346. 8	2693. 7	5387. 3	10775.	21549.	43098.
65	1325. 3	2650. 6	5301. 2	10602.	21205.	42409.
05	1304. 1	2608. 2	5216. 4	10433.	20866.	41731.
62	1283. 3	2566. 5	5133. 0	10266.	20532.	41064.
36	1262. 7	2525. 5	5051. 0	10102.	20204.	40407.
27	1242. 5	2485. 1	4970. 1	09940.	19881.	39761.
33	1222. 7	2445. 3	4890. 7	09781.	19563.	39125.
56	1203. 1	2406. 3	4812. 5	09625.	19250.	38500.
94	1183. 9	2367. 8	4735. 5	09471.	18942.	37884.
47	1164. 9	2329. 9	4659. 8	09320.	18639.	37278.
16	1146. 3	2292. 6	4585. 3	09171.	18341.	36682.
99	1128. 0	2256. 0	4512. 0	09024.	18048.	36096.
98	1110. 0	2219. 9	4439. 8	08880.	17759.	35518.
10	1092. 2	2184. 4	4368. 8	08738.	17475.	34950.
37	1074. 7	2149. 5	4299. 0	08598.	17196.	34392.
78	1057. 6	2115. 1	4230. 2	08460.	16921.	33841.
32	1040. 6	2081. 3	4162. 6	08325.	16650.	33300.
00	1024. 0	2048. 0	4096. 0	8192.	16384.	32768.
	10	11	12	13	14	15
13	30103	33113	36124	39134	42144	45155
	430	473	516	559	602	645
ave	2.e Octave	3.e Octave	4.e Octave	5.e Octave	6.e Octave	7.e Octave
–	*bis–*	*ter–*	*qua*	*quin–*	*Sex–*	*Sep–*
d	*6. pouces*	*3. pouces*	*18. lignes*	*9. lignes*	*4 ½ lignes*	*2 ¼ lignes*

Berey fecit



MESSIEURS DE LA SOCIETÉ Royale des Sciences, établie à Montpellier, ont envoyé à l'Academie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'Union intime qui doit être entre elles; comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Status accordés par le Roy au mois de Fevrier 1706.

MEMOIRE

SUR LE MOUVEMENT DES INTESTINS DANS LA PASSION ILIAQUE.

Par M. HAGUENOT.

LES experiences qu'on a fait dans ces dernieres temps ſur le vomiſſement, & qui prouvent qu'il ne dépend point de la contraction violente & antiperiſtaltique de l'eſtomac, me donnerent occaſion de reflechir ſur la méchanique du mouvement renverſé & antiperiſtaltique des inteſtins, dont les Auteurs tant anciens que modernes font tant de cas; & qu'il croient abſolument neceſſaires pour expliquer le vomiſſement ſtercoreux qui arrive dans la paſſion Iliaque, ou *Miſerere.* Aprés pluſieurs ſerieuſes reflexions je n'eus pas de peine à m'apercevoir de la fauſſeté de leur opinion, que je tachai enſuite de détruire entierement, non ſeulement par des raiſonnements vraiſem-

blables, mais encore par des faits certains & des experiences réïterées. Mais avant de la refuter je croi qu'il ne sera pas hors de propos de donner une idée de la méchanique qu'ils établissent.

Ils commencent d'abord par ce qui se passe dans l'état naturel, & supposent que les fibres de l'estomac & des intestins sont sans action dés qu'il n'y a ni chyle ni excrements, mais qu'elles se mettent en mouvement dés qu'elles y sont sollicitées par quelque corps contenu dans leur cavité; ils disent ensuite que les fibres charnuës du ventricule se meuvent naturellement avec assés de force pour retrecir la capacité de ce viscere, & par consequent pour chasser les matieres contenuës vers le duodenum; que là elles ébranlent la tunique nerveuse des intestins & déterminent l'esprit animal par la disposition méchanique du cerveau à couler en plus grande quantité dans les fibres longitudinales & orbiculaires de la tunique charnuë qui répondent à cette partie, lesquelles venant à se contracter, obligent les matieres qui ont occasionné la contraction à décendre vers le bas à cause de la valvule du pilore qui s'oppose à leur retour vers le ventricule. Mais ces matieres ne pourront être ainsi chassées qu'elles ne se placent sous d'autres fibres qui se contracteront de nouveau par la même méchanique, & pousseront ce qui est sous elles vers le *rectum*, parce que la partie précedente de l'intéstin demeure contractée pendant quelque temps, & ne lui permet pas de rebrousser chemin, & ainsi répondant successivement à differentes fibres des intestins, & les faisant contracter de haut en bas les unes aprés les autres, il est de toute necessité qu'elles continuënt leur chemin successivement du pilore jusqu'à l'anus, & c'est ce qu'on appelle mouvement vermiculaire ou peristaltique.

Cela étant ainsi supposé, ils raisonnent de la sorte. Le chyle & les matieres fecales sont portées vers le rectum par un mouvement de haut en bas, donc par la raison des contraires, pour que ces mêmes matieres se portent de bas en haut, il faut necessairement que le mouvement soit op-

posé, & que les fibres orbiculaires & longitudinales des boïaux se meuvent de bas en haut, & c'est ce qu'ils appellent *mouvement antiperistaltique*, ou *antivermiculaire*. Cette méchanique ne differe en aucune maniere de la premiere, si ce n'est par rapport à la détermination du mouvement. La voici : Il faut supposer d'abord avec eux qu'il y a toûjours un obstacle dans quelqu'un des intestins, mais plus souvent dans lileum, qui empêche les matieres de descendre vers l'anus, & que le mouvement est peristaltique depuis l'estomac jusqu'à l'endroit de l'obstruction, mais lors que les matieres qui ont été poussées jusques-là y sont parvenües, elles commencent le mouvement antiperistaltique en occasionant un influx d'esprits dans les fibres charnües qui sont au dessus; car ces fibres venant à se mettre en contraction, doivent comprimer & chasser par consequent les excrements & les matieres chyleuses vers l'endroit où elles trouvent moins de resistance; or il y en a moins au dessus, puis que l'obstacle est insurmontable, donc elles doivent se porter vers le haut & répondre à de nouvelles fibres; ces fibres se contracteront de nouveau & presseront encore les excrements, ceux-ci ne pouvant passer par le bas, parce que la contraction des premieres fibres n'a pas encore fini seront obligées de toute necessité de remonter ainsi successivement de bas en haut jusqu'au pilore, dont ils forceront enfin la valvule & se feront jour dans la cavité propre de l'estomac où ils exciteront un vomissement stercoreux.

Voilà à la verité une méchanique bien ingenieuse & bien prévenante: ne semble-t-il pas qu'il n'est rien de si simple, & que cela se doit faire ainsi! Ne paroît-il pas probable que les fibres des intestins ne se meuvent qu'à l'approche des matieres fecales ou chyleuses, & qu'à cause de l'obstacle, la matiere étant chassée par la contraction des fibres vers la partie superieure, cette contraction se concontinuë en ce sens! Cela n'est-il pas soutenu par la vraisemblance du commerce des nerfs de la membrane nerveuse intestinale avec ceux qui aboutissent à la charnuë!

Tous les Auteurs ne tombent-ils pas d'accord de cette verité! Enfin le magnifique appareil de differentes fibres dont l'Auteur de la Nature a muni les intestins selon toute leur longueur n'autorise-t-il pas cette méchanique.

Quelque simple & quelque aisée qu'elle me parût, je ne pouvois me resoudre à y souscrire; malgré cette apparence de verité qui me frappoit, je soupçonnois toûjours l'inaction & l'insuffisance des intestins, & sçachant qu'ils avoient à peu-prés la même structure que l'estomac, je conjecturois de l'experience qui détruit le mouvement renversé de ce viscere & que j'ai fait moi-même plusieurs fois, que les intestins n'avoient pas plus de part au retour des excrements dans la passion iliaque qu'il en avoit dans l'action du vomissement. Plusieurs raisons me confirmoient dans ma conjecture.

En premier lieu, je ne pouvois concevoir que les mêmes intestins fussent agités presque dans le même temps de deux mouvements aussi contraires que sont le peristaltique & l'antiperistaltique; ce qui devroit pourtant arriver, puisque l'on avale dans cette maladie des boüillons & autres aliments ou medicaments qui sont portés par consequent de haut en bas par le mouvement vermiculaire, & qu'on les rejette ensuite quelque temps aprés par la bouche d'une odeur puante, ce qui ne peut être causé selon eux que par l'antivermiculaire.

En second lieu, je ne pouvois me persuader qu'il se fit aussi deux mouvements opposés au dessus & au dessous de l'obstruction des intestins, l'un de bas en haut pour produire lileum, & l'autre de haut en bas depuis l'obstruction jusqu'à l'anus pour la sortie des excrements. Le premier de ces mouvements se déduit du vomissement stercoreux, & le second ne peut se nier, puis qu'il conste qu'on évacuë dans ces sortes de maladies par le moyen des lavements les matieres fecales qui sont au de-là de l'obstruction. J'ay remarqué aussi que les Chats & les Chiens que j'ay fait mourir du *miserere*, & qui avoient les gros intestins pleins d'excrements,

d'excrements, les rendoient quelque temps aprés comme dans l'estat naturel.

En troisiéme lieu, il est constant que dans les vomissements bilieux, la bile remonte du duodenum vers l'estomac, & donne la couleur jaune aux matieres rejettées; mais l'on convient par l'experience du vomissement que dans ce cas elle peut par sa quantité, sa rarefaction, ou son acreté, distendre, picoter, ou tirailler la membrane nerveuse de l'intestin de telle sorte qu'en consequence de ces irritations il se fasse des contractions violentes du diaphragme & des muscles de l'abdomen pour les chasser vers le ventricule, sans aucun mouvement antiperistaltique du duodenum, donc les excrements peuvent aussi remonter des autres intestins sans le secours de ce mouvement.

En quatriéme lieu, si les matieres fecales étoient portées de bas en haut par le mouvement antivermiculaire des boyaux, peu de temps aprés, c'est-à-dire, dés que la matiere auroit atteint l'obstruction, le vomissement stercoreux arriveroit, ce qui est contraire à l'experience journaliere. La même chose devroit se faire dans toutes les constipations, car dans ces deux cas les excrements, poussés vers l'obstruction par le mouvement naturel & peristaltique, doivent par la méchanique ci-dessus exposée, y exciter le mouvement opposé, & ainsi successivement jusqu'au ventricule.

En cinquiéme lieu, faisant reflexion à un canal compressible, plein de liqueur, bouché à sa partie inferieure & ouvert à la superieure, je voyois qu'il étoit indifferent de le comprimer en bas, au milieu, en haut ou en quelqu'autre endroit de sa longueur pour en exprimer la liqueur contenuë par l'ouverture; ce que je déduisois aisément de la seule continuité de la liqueur: ainsi supposant d'un côté un embarras dans les intestins qui ne permet pas la descente des excrements, & de l'autre deux causes mouvantes qui compriment l'intestin rempli depuis l'obstruction jusqu'à l'estomac, telles que le diaphragme & les muscles du bas ventre, je trouvois fort bien mon compte à expliquer

ce simptome sans ce prétendu mouvement.

Enfin quand même les intestins ne seroient pas tout-à-fait remplis depuis l'embarras jusqu'au ventricule, je ne me sentois point porté à accorder la moindre chose à ce mouvement renversé de leur tunique charnuë ; les contractions du diaphragme & des muscles de l'abdomen me paroissoient suffisantes, & selon l'ordre de la saine Philosophie, je ne voulois point multiplier les êtres sans necessité ; de sorte que détrompé de cette méchanique, je tâchai d'en établir une autre plus simple que je m'en vais rapporter en peu de mots.

Pour proceder avec ordre, je suppose d'abord trois choses incontestables tirées de la situation des parties, de leur usage & des observations de tous les Auteurs. 1re. supposition : Comme par l'anatomie des parties contenuës dans le bas ventre, je sçai que l'estomac est situé au devant du diaphragme, je me persuade que c'est principalement sur lui que toute sa force s'applique ; car quoiqu'il pousse, en se contractant, les visceres qui sont renfermés dans la cavité de l'abdomen, & que par consequent il presse aussi les intestins, il doit bien plûtôt par rapport à sa situation, & s'appliquant immediatement sur le ventricule, le comprimer, & en faire sortir les matieres contenuës vers l'intestin duodenum ; ainsi je regarde le diaphragme comme la force mouvante qui pousse les matieres de l'estomac vers les boyaux, ou pour mieux dire, comme le pressoir du ventricule.

Seconde supposition : Comme les muscles de l'abdomen sont situés au-dessus des intestins, & qu'en se contractant ils les pressent de toutes parts, je dois aussi considerer ces muscles comme leur puissance motrice & leur pressoir : car quoi-qu'ils compriment l'estomac dans le vomissement, néanmoins dans le train ordinaire de la respiration, ils ne le compriment point, ou du moins trés peu, ce que chacun peut observer en lui-même. De ces deux suppositions il suit que dans le temps de l'inspiration auquel le diaphragme s'applanit & se contracte, l'estomac étant pres-

se chasse ce qu'il contient vers les inteſtins, & qu'enſuite dans l'expiration, les muſcles du bas ventre s'appliquant immediatement ſur ces derniers, pouſſent encore plus avant les matieres que le diaphragme leur a renvoïées; de cette maniere les aliments que nous avons pris & le chyle qui en reſulte, ne ceſſent jamais d'être en mouvement par ces deux preſſoirs qui, comme autant de piſtons, agiſſent continuellement l'un au défaut de l'autre, & qui ſemblent alternativement ſe prêter la main pour chaſſer les parties des alimens les plus ſubtiles dans les veines lactées, & les plus groſſieres vers l'anus. Sans cette précaution de la nature le chyle & les excrements auroient croupi dans l'eſtomac ou dans quelque autre endroit des boyaux, & auroient produit des inflammations d'autant plus dangereuſes qu'elles nous ſont cachées, & dont nous voyons quelquefois des fatales experiences.

Derniere ſuppoſition. Enfin il faut ſuppoſer avec tous les Auteurs dans quelqu'un des inteſtins un obſtacle qui ne permette pas la deſcente des excrements. Ces trois choſes ainſi ſuppoſées, il ne ſera pas difficile de rendre raiſon de la méchanique du vomiſſement qui arrive dans la paſſion iliaque, ſans admettre le mouvement antiperiſtaltique.

En effet, ſi par quelque cauſe que ce ſoit, leur cavité eſt diminuée en telle ſorte que les matieres fecales ne puiſſent être portées vers le bas, il faut neceſſairement que ces mêmes matieres ſejournent à l'endroit de l'obſtruction; & comme il en arrive toûjours de nouvelle ſoit de la part des alimens, ſoit de la part des ſucs ou ferments qui ſe ſeparent du ſang, il faut auſſi que le canal ſe rempliſſe depuis l'étranglement de l'inteſtin juſqu'au pilore, qu'il regorge, qu'il en ſoit fort diſtendu, & qu'enfin les deux preſſoirs dont j'ai déja parlé agiſſant ſur les inteſtins, les matieres fecales ſoient obligées de remonter vers le ventricule où elles trouvent moins de reſiſtance & où elles exciteront par leur preſence le vomiſſement ſtercoreux. La plenitude des inteſtins eſt prouvée par l'ordre conſtant des ſimpto-

mes qui ont acoûtumé d'accompagner cette maladie ; au commencement, c'est une colique, un groüillement, une tension du bas ventre, ensuite des rapports, des envies de vomir, le hoquet & enfin le vomissement; celui-ci même d'abord est pituiteux ou bilieux, parce qu'on ne rejette que les matieres qui sont dans l'estomac ou le duodenum, & qui n'ont pas reçû cette derniere alteration qui leur donne l'odeur de fiante : mais bien-tôt aprés les matieres rejettées sont d'une odeur trés desagreable, & pour lors elles refluent bien avant de la cavité propre des intestins, ou à cause du séjour qu'elles y ont fait, elles sont devenües propres à exciter en nous ce sentiment fâcheux & desagréable. Je remarque outre cela que le vomissement n'arrive ordinairement que trois ou quatre jours aprés l'obstruction, & quelquefois même plus tard ; or pendant ces temps-là les malades avalent des boüillons, prennent des remedes, la salive & les autres ferments sont toûjours fournis, donc leurs intestins doivent regorger & se remplir entierement. Mais quand même ils ne seroient pas tout-à-fait pleins & dilatés depuis l'embarras jusqu'à l'estomac, il suffit que le diaphragme & les muscles de l'abdomen se contractent avec assés de force pour diminüer leur diametre, ce qui ne peut être revoqué en doute, puis que tous les Anatomistes conviennent que ces mêmes muscles ne servent pas peu dans dans l'état naturel par leurs contractions alternatives à chasser le chyle & les excrements.

Persuadé par toutes ces raisons de la fausseté du mouvement antivermiculaire des intestins, mais non pas encore pleinement convaincu, je voulus examiner si mon raisonnement s'accorderoit avec l'experience. Pour sçavoir seulement si les intestins étoient remplis dans le *miserere*, les Cadavres faisoient bien mieux mon affaire que les Animaux, mais outre qu'on n'a pas occasion d'en ouvrir tous les jours, il y a une si grande répugnance, quoi-que mal fondée dans la plufpart des familles pour ces sortes d'ouvertures, qu'on ne sçauroit par-là s'éclaircir d'aucun fait,

ainsi j'eus recours aux Animaux d'autant plus volontiers, que faisant mes experiences lors qu'ils sont encore en vie, j'esperois pouvoir découvrir en eux plus facilement, si le mouvement étoit antiperistaltique dans le temps même du vomissement stercoreux : & comme je sçavois que le mouvement des intestins est plus sensible dans les Chats que dans les Chiens, je préferai d'abord ceux-ci à tous les autres. J'eus donc une Chate que j'attachai sur les trois heures du soir à une table, & à qui je fis une ouverture à l'abdomen selon la longueur de la ligne blanche, assés large pour pouvoir donner passage aux intestins : je les examinai pendant quelque temps sans observer le moindre mouvement ; le seul que je pûs découvrir avec ma Loupe & piquant en même temps les intestins, fût un trémoussement tres peu considerable. Mais comme ma recherche ne se terminoit pas là, & qu'il ne s'agissoit pas tant du mouvement peristaltique que de celui qui lui est opposé, je lui fis la ligature de l'ileum & recousus ensuite la playe ; je la fis manger dans le dessein de la voir vomir bien-tôt aprés, mais j'attendis jusqu'à sept heures du soir inutilement, puis qu'à cette heure-là elle n'avoit pas eu seulement de nausée. je la détachai & la mis dans un sac, afin que pendant la nuit elle mangeât en liberté, & que le lendemain matin je pusse observer ce que je souhaitois ; mais le vomissement survint à je ne sçai quelle heure dans la nuit, ce que je reconnus par le seul approche qui exhaloit une odeur puante trés semblable à celle de la fiante de Chat, & par les mêmes morceaux de viande que je lui avois fait prendre sur les trois heures. Je ne pûs donc être témoin de ce qui se passoit au dedans dans le temps du vomissement ; de sorte que le lendemain ayant trouvé la Chate presque sans force, & ne pouvant faire des grands mouvements du diaphragme & des muscles de l'abdomen, je jugeai bien qu'elle n'étoit plus en état de vomir. Voyant donc que j'avois manqué mon coup, je rouvris la playe cousuë pour observer les intestins ; je les trouvai remplis depuis la liga-

ture jusqu'au pilore : pour ce qui est de leur mouvement, les examinant des yeux, je n'en remarquai aucun, avec la Loupe, & en les piquant je ne voyois qu'un trémoussement presqu'insensible, semblable à celui que j'avois auparavant remarqué.

Il fallut en venir à une seconde experience, que je fis sur une autre Chatte, à peu prés de la même maniere qu'auparavant, avec cette difference que je la fis manger beaucoup plus, & que je lui fis la ligature sur les huit heures du matin, comptant par-là de la voir vomir pendant la journée ; mais je fus trompé dans ma conjecture, rien ne parût jusqu'à huit heures du soir, pas même la moindre envie de vomir. Je me retirai fort mécontent & desesperant quasi de venir à bout de ce que je cherchois. Enfin le lendemain à sept heures du matin l'ayant trouvée comme dans la premiere experience sans force & hors d'état de vomir, aprés avoir ouvert la plaie du bas ventre, je trouvai l'estomac entierement plein & les intestins aussi fort gonflés, jusques là que leur diametre étoit deux fois plus grand qu'il ne doit être naturellement.

Quelque mécontent que je fusse de ces deux experiences, je ne me rebutai point ; & aprés plusieurs reflexions sur ce qui pouvoit en empêcher la réüssite, je soupçonnai que la gêne où étoit l'animal attaché par les quatre pattes, & la trop grande quantité d'aliments que je lui avois fait prendre, n'eussent été des obstacles au vomissement. A la verité dans ces deux cas les muscles de l'abdomen, ces puissances motrices si necessaires, ne pouvant s'appliquer avec assés de force sur l'estomac, soit par le tiraillement qu'ils souffroient dans la situation genée dont je viens de parler, soit par la trop grande distention qu'ils recevoient de la part des aliments n'étoient point capables de produire un vomissement.

Pour éviter à l'avenir ces inconvenients, j'imaginai un endroit où je pusse enfermer un Chat, le laisser manger en liberté, l'observer sans le perdre de veüe, & le tirer

quand je voudrois pour examiner les boyaux ; je fis faire pour cet effet une espece de Cage d'une figure à peu-prés ovale, garnie tout autour de fil d'Archal : aprés y avoir mis de quoi boire & manger, j'y enfermai un gros Chat à qui j'avois fait l'operation, dont j'ai parlé ci-dessus : comme je l'avois fait jeuner 24. heures, il mangea & bût quelque temps aprés, mais peu. Je pouvois observer facilement à travers la Cage jusqu'au moindre de ses mouvements, ce que je fis avec toute l'attention possible pendant vingt-cinq ou vingt-six heures, aprés lesquelles il jetta par le haut quantité de matiere fluïde que je reconnus à l'odeur n'être point de la fiante, & enfin deux heures aprés il fut attaqué du vomissement stercoreux. je l'attachai sur le champ & lui ouvris l'abdomen, je fis sortir l'intestin ileum, qui fut fort distendu, enflammé au dessus de la ligature & rempli de matieres fecales depuis l'endroit lié jusqu'à l'estomac ; & comme Sennert, auteur tres grave, assure que le mouvement naturel des intestins est fort obscur, mais que l'antiperistaltique est manifeste, je pris ma Loupe pour tâcher de le découvrir, je piquai l'intestin bien avant avec une aiguille, avec un canif, je déchirai les membranes, tout cela inutilement ; je ne pûs jamais observer le moindre mouvement, ce qui ne me surprit point, car les tuniques des intestins étoient si distenduës & si enflammées, que les fibres charnuës étoient assûrément hors d'état de pouvoir faire leur jeu de ressort pour resserer les intestins, je recousus la plaie comme auparavant, & remis mon Chat en Cage. Un moment aprés les nausées & le vomissement stercoreux recommencerent avec plus de violence que jamais & durerent prés de quatre heures. Aprés la mort du Chat ayant foüillé dans le ventricule & les intestins, je trouvai deux vers tænia, l'un dans la cavité de l'estomac, & l'autre à l'entrée du duodenum, que je remis à M. Gauteron, qui doit en donner un Memoire à la Compagnie. Le succés que j'avois eu en faisant cette experience, m'encouragea à la refaire sur d'autres Chats, & prenant la même précau-

tion, j'observai plusieurs fois tout ce que j'ai marqué cy-dessus: je tentai la même chose sur les Chiens, la réussite fut toujours égale. Je trouvai constamment les boyaux rouges, enflammés, au dessus de la ligature, fort dilatés, remplis de liqueur jusqu'au pilore & dénués de tout mouvement peristaltique ou antiperistaltique. Mais pour m'assurer encore mieux de cette dernière verité, j'ai ouvert souvent l'intestin dans ces deux especes d'animaux au dessus de l'obstruction, & ayant introduit le petit doigt dans l'ouverture, je n'ai jamais senti la moindre petite compression, ni aucun mouvement interieur de bas en haut ou de haut en bas. De plus, comme tout ce qui concerne ce prétendu mouvement antivermiculaire me paroissoit suspect, je voulus encore m'éclaircir sur la distribution du chyle dans la passion iliaque, qui selon l'Auteur que je viens de citer ne se fait pas comme il faut, à cause du mouvement renversé des intestins, je fus convaincu du contraire par l'experience suivante.

Ayant ouvert l'abdomen à un chien que j'avois fait manger environ trois heures auparavant, & auquel j'avois lié l'ileum depuis vingt-quatre heures, je vis avec plaisir le mesentere parsemé d'une infinité de petits vaisseaux laiteux tous farcis de chyle, comme on l'apperçoit ordinairement quand on veut découvrir ces vaisseaux: j'ai vû aussi la même chose dans ceux qui avoient déja vomi la fiante, mais outre cela j'ai gardé pendant un mois & demi un fort gros chien que j'avois operé, qui pendant ce temps-là vomissoit frequemment, quelquefois même des excrements, quoiqu'il les rendit aussi par l'anus, parce que la ligature n'avoit pas été assés serrée pour leur boucher entierement le passage. Or ce fait ne peut pas s'expliquer sans admettre la distribution du chyle dans les veines lactées, puisque ces sortes d'animaux ne sçauroient vivre si long-tems sans aliments.

Enfin il ne sera pas permis de revoquer en doute la repletion des intestins si l'on fait attention au periode du vomissement

missement que j'ai remarqué varier dans les Animaux, suivant leur differente grandeur, selon la grande ou la petite quantité d'alimens que je leur faisois prendre, & enfin suivant la situation de la ligature; par exemple, les Chats vomissent plustôt que les Chiens, parmi ceux-ci le plus petits; parmi les animaux de même grandeur ceux qui mangent le plus; & enfin parmi ceux qui étoient à peu-prés de la même grandeur & qui avoient mangé également, ceux-là étoient plustôt attaqués du vomissement ausquels la ligature étoit plus haute.

Il ne me reste à present que de satisfaire à deux objections qu'on a coûtume de proposer, & qui semblent en quelque maniere favoriser le mouvement antiperistaltique, c'est, dit-on, qu'il conste par les observations de plusieurs Auteurs, que les lavements & les suppositoires ont été rendus par le haut dans le *Miserere.* Je réponds premierement pour ce qui est des lavements qu'on peut expliquer facilement leur retour vers l'estomac par les seules machines que j'ai déja établies, en supposant un obstacle à l'anus qui empêche les matieres contenuës d'être mises dehors, & le canal intestinal rempli jusqu'au ventricule; car pour lors si l'on force exterieurement l'obstacle, & que l'on injecte un lavement, comme ensuite il ne peut plus sortir, & qu'il distend d'avantage les membranes des intestins, il faut que le diaphragme & les muscles de l'abdomen s'appliquant successivement sur eux & sur l'estomac en tâchant de mettre dehors les parties du lavement mêlées avec les matieres fecales, ils les fassent remonter ensemble vers le haut avec d'autant plus de facilité qu'elles ont déja reçeüe cette détermination de mouvement & que la valvule du colon se trouve ouverte & abaissée par le fluide qui en remplit la cavité.

La difficulté sera plus grande du côté des suppositoires: en effet, il semble qu'ayant leur sortie libre vers l'anus, ils doivent plustôt estre chassés dehors que d'entrer dedans le rectum, ou quoiqu'ils entrent dans le rectum, qu'ils doi-

vent demeurer à l'endroit de l'obstruction, tant à cause de leur masse lourde & pesante qu'à raison de leur solidité qui ne leur permet pas d'obéir facilement aux deux pressoirs supposés. Quoique ce fait paroisse suspect à ceux même qui soûtiennent le mouvement antiperistaltique, il ne sera pourtant pas mal aisé d'en rendre raison si l'on fait attention à ce qui se passe quelquefois dans ceux qui sont constipés, à la figure circulaire des boyaux, à leur dilatation & leur plenitude.

On remarque dans la constipation que si ayant déja fait sortir des excrements endurcis, on contracte le sphincter & les releveurs de l'anus, on ajoûte pour lors des nouvelles forces à la contraction du diaphragme & des muscles du bas ventre, & on met entierement dehors les excrements; que si au contraire on vient à relever & serrer l'anus dans le temps qu'ils sont prêts à sortir, on sent qu'ils entrent en dedans avec beaucoup de précipitation, de sorte que la même cause qui dans le premier cas sert à l'expulsion des excrements, les fait rentrer dans ce dernier avec beaucoup de violence, sans qu'il soit besoin d'aucun mouvement antivermiculaire du rectum; cela se déduit aisément de la differente maniere dont s'applique le sphincter sur les excrements endurcis, si c'est sur l'extrêmité inferieure, il faut necessairement qu'ils entrent en dedans, si c'est sur la superieure, il devront être poussés dehors à peu-prés comme nous chassons un corps glissant contenu dans la main tantôt par un bout, tantôt par l'autre, suivant la differente maniere dont s'applique sur sa surface le mouvement de nos doigts. Dans la passion Iliaque le suppositoire est quasi tout-à-fait introduit dans la cavité de l'intestin rectum; donc toute la force du spincter doit faire son effort sur son extrêmité inferieure, & en même temps les releveurs venant à agir devront le chasser vers le haut; mais comme l'intestin rectum est enflammé, & par consequent plus sensible que dans l'état naturel, les irritations seront aussi plus grandes, les influx d'esprits plus abondants; & enfin

les contractions du ſphincter & des reveleurs de l'anus plus violentes ; donc le fil auquel le ſuppoſitoire eſt attaché ſe rompra, comme le rapporte Mathæus *de gradibus*, & le ſuppoſitoire ſera porté bien avant dans le rectum, & juſqu'au commencement du colon ; de-là il pourſuivra ſa route vers le cæcum, tant à cauſe de la détermination du mouvement qu'il conſerve encore dans cet inteſtin, que parce que le conduit inteſtinal ſe trouve fort dilaté par la grande quantité de matieres fluides au milieu deſquelles il gliſſe avec beaucoup de facilité. La gravité du ſuppoſitoire ne doit point être un obſtacle à ſon retour, puiſque les inteſtins font pluſieurs circonvolutions dans l'abdomen, d'où il ſuit que tantôt il monte contre ſon propre poids, tantôt il tombe par ce même poids vers le ventricule, ainſi il paroît indifferent pour le faire monter ou deſcendre. Au ſurplus comme il conſte en Phyſique que les corps reçoivent du mouvement par rapport à leur maſſe, & que les ſuppoſitoires en ont beaucoup, ils doivent auſſi recevoir une plus grande quantité de mouvement par les contractions des muſcles du bas ventre ; de ſorte que leur ſolidité & leur maſſe ſemblent favoriſer leur paſſage bien loin de s'y oppoſer ; enfin il paſſera du colon dans l'ileum par une détermination perpendiculaire, nonobſtant le ſac du cæcum horizontal ; ſi nous ſuppoſons que ce cul de ſac eſt comblé & que la valvule du colon eſt ouverte par la quantité du fluide dont les inteſtins ſont remplis, comme je l'ai dit ci-deſſus.

Mais ſi par les raiſons que je viens de rapporter l'on ceſſe d'accuſer l'eſtomac & les inteſtins de tant de maux qu'ils produiſoient, combien doivent craindre ces reſtaurateurs d'un ancien ſyſtême pour tous les bons effets qu'ils leur attribuent ; ils ſont, diſent-ils, les Auteurs de la digeſtion, c'eſt par la force extraordinaire de leur fibres qu'ils operent ce grand ouvrage, c'eſt l'eſtomac d'abord qui par les ſecouſſes continuelles & violentes diviſe, attenuë & briſe les alimens en des molecules trés ſubtiles, qui enſuite acquie-

rent la derniere dissolution & perfection dans les intestins par la contraction réïterée de sa tunique musculeuse; cette opinion paroît fort vraisemblable du premier coup d'œil, & a de fort anciens privileges, elle peche pourtant par une trop grande credulité pour les anciens Auteurs qui l'avoient autrefois enseignée, & par un deffaut d'attention sur ceux qui l'avoient renouvellée dans ce dernier siecle, ce qu'un Academicien * de cette Societé a prouvé dans une Assemblée publique, en démontrant la fausseté du calcul exorbitant de Pitcarnius; mais aprés tout je ne doute point que s'ils veulent jetter les yeux sur ces viscères dans les Animaux vivants, sans qu'il soit besoin d'aucune démonstration Géometrique, ils ne se détrompent de leur prejugé, & ne reviennent d'une erreur d'autant plus préjudiciable qu'elle se presente à eux sous un beau dehors & avec une apparence de verité presque sensible.

*M. Astruc

FIN.



Fautes

Fautes à corriger dans les Memoires de 1713.

PAge 83. ligne 31. ou pénultiéme $-BB$: *lisés*, $-CC$.

Pag. 86. lign. 20. $gnaT$: *lis.* $\frac{gnaT}{2}$. *Lig. 27.* $\frac{cbaa}{4}$: *lis.* $\frac{cba^3}{4}$.

Pag. 88. lig. 15. le sinus *a* : *lis.* le sinus 2. *Ligne derniere*, $16aa$: *lis.* $8aa$. Une division par 2. obmise en cet exemple, me fait faire cette correction & celles de la page suivante.

Pag. 89. lig. 1. $16aa$: *lis.* $8aa$. *Lig. 7.* dans S : *lis.* dans $S-1$. *Lig. 9.* $b^s aax$: *lis.* $b^{s-1} aax$. *Lig. 11.* cinquantiéme : *lis.* cinquante & deuxiéme. *Lig. 12.* qu'elle est : *lis.* qu'elle est la moitié de. *Lig. 14.* cinquante : *lis.* cinquante & un. *Lig. 16.* $2b^{50} = b^{51}$: *lis.* $2b^{52} = b^{53}$.

Additions.

Pag. 86. lig. 25. y^3. *adjoutés*, car les R ou les y qui entrent en l'expression de la surface ou du circuit d'un même polygone quelconque, sont du même ordre que ce polygone. Cette remarque convient aussi à la *pag. 89. lig. 5.* ou des y.

Pag. 88. lig. 5. $yy, TT, 4aa$: *adjoutés*, dans le genre d'incommensurabilité, entant que ces grandeurs sont rationelles ou irrationelles en general ; ou comme $gnR, 2gnT, 16a$ dans le rapport déterminé. *Lig. 7.* $y, T, 2a$: *adjoutés* : dans le genre d'incommensurabilité.

Pag. 95. lig. 32. de cet infini : *adjoutés*, autant qu'il est perceptible selon la teneur d'une telle division.

Quoi-que le Memoire indique assés ces Additions, je les ay faites néanmoins pour le rendre plus clair.

Pag. 326. lig. 5. comme les cubes : *lisez*, comme les quarrés.

Pag. 337. lig. 4. je pris : *lis.* je ne pris. *Lig. 6. & 7.*

eſt partagé par octave ſelon la progreſſion double & : *liſ.* eſt partagée par octaves ſelon la progreſſion double, &. *Lig. 13.* 65598. *nombrez*, 65536. *Lig. 29.* de la progreſſion double, ainſi l'intervalle de ſon : *liſ.* de la progreſſion double. Ainſi l'intervalle du ſon. *Lig. 32. & 33.* ou 2408. eptamerides, ces eptamerides étant diviſés par 43. *liſ.* ou 2408. eptamerides : ces eptamerides étant diviſées par 7.

Pag. 338. lig. 1. de cette octave aux eptamerides : *liſ.* de cette octave. Aux eptamerides. *Lig. 11.* 32. &. *liſ.* 32. &c. *Lig. 14.* les autres ſons : *liſ.* les autres ſons. *Lig. 21.* ouverts : *liſ.* ouvert. *Lig. 22.* de 6. pieds : *nomb.* de 1. pied. *Lig. 35.* le nombres : *liſ.* le nombre.

Pag. 339. lig. 2. & 3. en 10e. 100e. & 1000e. *liſ.* en 10es. 100es. & 1000es. *Lig. 30.* $\int = \frac{60\,Vp}{n\,V}$: *calculez*, $\int = \frac{60\,Vp}{n\,Vc}$. *En marge au bas de la même Page*, Fig. XII. *nomb.* Fig. XVI.

Pag. 340. lig. 14. & 15. les intervalles diatoniques, on pourroit : *liſ.* les intervalles diatoniques. On pourroit. *Lig. 26.* une planche poſé : *liſ.* une planche poſée.

Pag. 341. lig. 10. $\int = \frac{60588\,Vp}{10000\,nVc}$: *calculés*, $\int = \frac{60588\,Vp}{1000\,nVc}$. *Lig. 13.* & en logarithme : *liſ.* & en logarithmes. *Lig. 23.* de la 3e. ſous-octave j'ôte 60. *liſ.* de la 3e. ſous-octave. J'ôte 60. *Lig. 26.* 53. *nomb.* 63. *Lig. 27.* 53. décamerides ou 5. eptamerides : *nomb.* 63. décamerides, ou 6. eptamerides. *Lig. 29.* 5. eptamerides : *nomb.* 6. eptamerides.

Pag. 342. lig. 5. 1. eptamerides : *liſ.* 1. eptameride. *Lig. 26.* (art. 79. Fig. XII.) *nomb.* (art. 80. Fig. XVI.) *Lig. 31.* (Fig. XIV.) ou horizontale (Fig. XIII.) *nomb.* (Fig. XIII.) ou horizontale (Fig. XIV.)

Pag. 343. lig. 4. & 5. du chevalet mobile : *liſ.* du chevalet immobile. *Lig. 7.* (art. 79.) *nomb.* (art. 80.) *Lig. 19.* une poulie *L* : *liſ.* une poulie *G*.

Pag. 201. lig. 12. des fils qu'ils préparent : *liſ.* des fils qu'il prépare.





















